МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Рубцовский индустриальный институт
(филиал) федерального государственного бюджетного
образовательного учреждения высшего образования
«Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова»
(РИИ АлтГТУ)

А.С. Шевченко

ЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ
ТЕСТЫ

Учебное пособие для студентов
направления 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»

Рекомендовано Рубцовским индустриальным институтом (филиалом) ФГБОУ ВО «Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова» в качестве учебного пособия для студентов, обучающихся по направлению подготовки «ИВТ»

Рубцовск 2022

УДК 519.8

Шевченко А.С. Линейное программирование. Тесты: Учебное пособие для студентов, обучающихся по направлению 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника» / Рубцовский индустриальный институт. – Рубцовск, 2022. – 55 с.

Учебное пособие содержит тестовые задания по основным темам раздела «Линейное программирование». Тесты могут быть использованы для самостоятельной подготовки к экзамену, так и для проверки знаний студентов в ходе учебного процесса.

Пособие предназначено для студентов, обучающихся по направлению подготовки 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника», а также для преподавателей вузов, инженеров и научных работников.

Рассмотрено и одобрено на заседании НМС Рубцовского индустриального института.
Протокол № 2 от 03.03.2022г.

Рецензент: канд. физ.–мат. наук Дудник В.Г.

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ

Учебное пособие предназначено для студентов, обучающихся по направлению подготовки 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника».

В данном пособии тестовые задания сгруппированы по темам: «Построение математических моделей задач линейного программирования», «Общая задача линейного программирования», «Графический метод решения задач линейного программирования», «Симплексный метод решения задач линейного программирования», «Двойственный задачи линейного программирования», «Задачи целочисленного линейного программирования», «Транспортная задача линейного программирования», «Задача о назначениях».

В результате успешного выполнения тестов по линейному программированию студент должен

знать:

− основные понятия теории линейного программирования (ЛП);

− постановку задач ЛП;

− понятие двойственности в ЛП, теоремы двойственности;

− алгоритмы решения транспортных задач (ТЗ) и задач о назначениях;

− алгоритм Гомори для решения задач целочисленного программирования;

− методы ЛП, применяемые для моделирования прикладных и информационных процессов;

уметь:

− формулировать математическую модель задачи ЛП;

− решать типовые оптимизационные задачи и производить оценку качества полученных решений;

− решать задачи ЛП графическим и симплексным методами;

− решать ТЗ методом потенциалов;

− решать задачи о назначениях венгерским методом;

− решать целочисленные задачи ЛП методом Гомори;

− осуществлять переход от одной формы записи задачи ЛП к другой;

владеть:

− навыками системного анализа содержания математического материала на основе изученного теоретического материала;

− навыками поиска информации, необходимой для ответа на поставленные вопросы;

− навыками практической работы по решению оптимизационных задач.

ТЕМА 1: ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Впишите пропущенное слово

1.1 ______________________ – это система, способная заменить оригинал так, чтобы её изучение давало информацию об оригинале.

1.2 ______________________ – процесс построения, реализации и исследования модели, заменяющий реальную систему и дающий информацию о ней.

1.3 ______________________ – описание структуры и функции реальной системы с помощью системы математических и логических соотношений.

1.4 ____ – это математическое описание экономического процесса или явления с целью его исследования и управления.

1.5 ______________________ это раздел математического программирования, который изучает методы решения экстремальных задач, характеризующихся линейной зависимостью между переменными и линейным критерием.

Выберите один или несколько ответов

1.6 Фабрика производит изделия двух видов. На изготовление одного изделия вида *A* необходимо израсходовать три кг сырья, на изготовление одного изделия вида *B* – пять кг. Всего имеется 93 кг сырья. Необходимо составить такой план производства, чтобы получить наибольшую выручку, если стоимость одного изделия вида *A* 6 у.е., вида *B* – 7 у.е., причем требуется изготовить изделий вида *A* не более 35, а вида *B* – не более 45.
Какой вид имеет целевая функция данной задачи?

а) $F(x_1, x_2) = 3x_1 + 5x_2 \to \max;$

б) $F(x_1, x_2) = 6x_1 + 7x_2 \to \max;$

в) $F(x_1, x_2) = 35x_1 + 45x_2 \to \max;$

г) $F(x_1, x_2) = 6x_1 + 7x_2 \to \min.$

1.7 Нужно распилить 35 бревен длиной по 7 м каждое на бруски по 3 м и 4 м, так чтобы получилось равное количество брусков каждого размера. Необходимо составить план распила, дающий максимальное количество комплектов, и чтобы все бревна были распилены. Это

а) транспортная задача;

б) задача о загрузке оборудования;

в) задача об оптимальном использовании ресурсов;

г) задача о раскрое материалов.

1.8 Предприятие, состоящее из четырех производственных цехов, изготавливает изделия двух видов. Производственные мощности цехов в расчете на сутки, нормы времени, необходимого для изготовления единицы изделий в соответствующих цехах, приведены в таблице:

Цеха	**Изделия**		**Производственные мощности цехов, час**
	I	II	
1	6	6	212
2	5	3	38
3	7	8	416
4	5	4	212

Прибыль от продажи единицы первого изделия составляет 2 д.е., а от единицы второго изделия – 3 д.е. Необходимо составить такой производственный план, который обеспечивает максимальную прибыль. Это

а) транспортная задача;
б) задача о загрузке оборудования;
в) задача об оптимальном использовании ресурсов;
г) задача о раскрое материалов;
д) задача о рационе;
е) задача о назначениях.

1.9 Три железнодорожные станции *A*, *B*, *C* имеют соответственно 50, 70, 90 вагонов. Необходимо составить оптимальный план перегона этих вагонов к четырем пунктам погрузки муки, если к первому пункту необходимо 40 вагонов, ко второму пункту – 50 вагонов, к третьему пункту – 70 вагонов и к четвертому пункту – 50 вагонов. Стоимости перегонов одного вагона со станции *A* в указанные пункты соответственно равны 2, 1, 4, 3 д.е., со станции *B* – 4, 3, 2 и 1 д.е., со станции *C* – 1, 2, 2, 1 д.е. Это

а) транспортная задача;
б) задача о загрузке оборудования;
в) задача об оптимальном использовании ресурсов;
г) задача о раскрое материалов;
д) задача о рационе;
е) задача о назначениях.

1.10 Предприятие имеет два вида сырья S_1 и S_2 в количествах 25 и 33 усл. ед. и изготавливает из них два вида изделий P_1 и P_2. Изготовление единицы изделия P_1 требует расхода сырья S_1 в 11 усл.ед., S_2 в 13 усл.ед., а для производства единицы изделия P_2 необходимо сырья S_1 – 14 усл.ед., сырья S_2 – 10 усл.ед. Прибыль от реализации одной единицы продукции для вида P_1 составляет 22 ден. ед, для вида P_2 – 23 ден.ед. Необходимо найти оптимальный план производства продукции, реализация которого обеспечивает предприятию максимальную прибыль.

Математическая модель следующая

$$
\text{а)}\quad
\begin{aligned}
&F(x_1, x_2) = 22x_1 + 23x_2 \to \max,\\
&\begin{cases} 11x_1 + 13x_2 \le 25,\\ 14x_1 + 10x_2 \le 33, \end{cases}\\
&x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0.
\end{aligned}
$$

$$
\text{б)}\quad
\begin{aligned}
&F(x_1, x_2) = 22x_1 + 23x_2 \to \max,\\
&\begin{cases} 1x_1 + 13x_2 \ge 25,\\ 14x_1 + 10x_2 \ge 33, \end{cases}\\
&x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0.
\end{aligned}
$$

$$
\text{в)}\quad
\begin{aligned}
&F(x_1, x_2) = 25x_1 + 33x_2 \to \max,\\
&\begin{cases} 11x_1 + 13x_2 \ge 22,\\ 14x_1 + 10x_2 \ge 23, \end{cases}\\
&x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0.
\end{aligned}
$$

$$
\text{г)}\quad
\begin{aligned}
&F(x_1, x_2) = 25x_1 + 33x_2 \to \max,\\
&\begin{cases} 11x_1 + 13x_2 \le 22,\\ 14x_1 + 10x_2 \le 23, \end{cases}\\
&x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0.
\end{aligned}
$$

1.11 Фирма Mars производит ежедневно не менее 850 кг пищевой добавки – смеси овсяной и черемуховой муки. Состав смеси представлен в таблице:

Мука	**Белок**	**Клетчатка**	**Стоимость (в $ за кг)**
	(в кг на кг муки)		
Овсяная	0.08	0.03	0.40
Черемуховая	0.5	0.06	0.80

Диетологи требуют, чтобы в пищевой добавке было не менее 32% белка и не менее 7% клетчатки. Фирма Mars хочет определить такую рецептуру смеси, которая бы имела минимальную стоимость и учитывала требования диетологов.

Математическая модель следующая:

$$
\text{а)}\quad
\begin{aligned}
&F(x_1, x_2) = 0.4x_1 + 0.8x_2 \to \min,\\
&\begin{cases} x_1 + x_2 \ge 850,\\ 0.08x_1 + 0.5x_2 \ge 0.32(x_1 + x_2),\\ 0.03x_1 + 0.06x_2 \ge 0.07(x_1 + x_2), \end{cases}\\
&x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0.
\end{aligned}
$$

$$F\left(x_1, x_2\right) = 0.4x_1 + 0.8x_2 \to \min,$$

б) $\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 850, \\ 0.08x_1 + 0.5x_2 \geq 32, \\ 0.03x_1 + 0.06x_2 \geq 8, \end{cases}$

$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0.$

$$F\left(x_1, x_2\right) = 0.4x_1 + 0.8x_2 \to \min,$$

в) $\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 850, \\ 0.08x_1 + 0.5x_2 \leq 0.32\left(x_1 + x_2\right), \\ 0.03x_1 + 0.06x_2 \leq 0.07\left(x_1 + x_2\right), \end{cases}$

$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0.$

$$F\left(x_1, x_2\right) = 0.4x_1 + 0.8x_2 \to \min,$$

г) $\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 850, \\ 0.08x_1 + 0.5x_2 \geq 0.32, \\ 0.03x_1 + 0.06x_2 \geq 0.07, \end{cases}$

$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0.$

1.12 Фабрика имеет два склада и трех покупателей. Необходимая информация о загруженности каждого из складов, потребности каждого покупателя и стоимости перевозки приведены в таблице:

		Стоимость перевозок к покупателям, усл. ед. за 1 тонну			**Наличие груза, тонны**
		B_1	B_2	B_3	
Склады	A_1	3	7	8	80
	A_2	6	2	4	120
Потребности, тонны		50	70	80	

Необходимо составить такой оптимальный план перевозок, который обеспечивает минимальные транспортные расходы.

Математическая модель следующая:

$$F = 3x_{11} + 7x_{12} + 8x_{13} + 6x_{21} + 2x_{22} + 4x_{23} \to \min,$$

а) $\begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} = 80, \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} = 120, \\ x_{11} + x_{21} = 50, \\ x_{12} + x_{22} = 70, \\ x_{13} + x_{23} = 80, \end{cases}$

$x_{ij} \geq 0,\ i = \overline{1,3},\ j = \overline{1,2}.$

$$F = 3x_{11} + 7x_{12} + 8x_{13} + 6x_{21} + 2x_{22} + 4x_{23} \to \min,$$

б) $$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} \le 80, \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} \le 120, \\ x_{11} + x_{21} \le 50, \\ x_{12} + x_{22} \le 70, \\ x_{13} + x_{23} \le 80, \end{cases}$$

$$x_{ij} \ge 0,\ i = \overline{1,2},\ \ j = \overline{1,3}.$$

$$F = 3x_{11} + 7x_{12} + 8x_{13} + 6x_{21} + 2x_{22} + 4x_{23} \to \min,$$

в) $$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} = 80, \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} = 120, \\ x_{11} + x_{21} = 50, \\ x_{12} + x_{22} = 70, \\ x_{13} + x_{23} = 80, \end{cases}$$

$$x_{ij} \ge 0,\ i = \overline{1,2},\ \ j = \overline{1,3}.$$

$$F = 3x_{11} + 7x_{12} + 8x_{13} + 6x_{21} + 2x_{22} + 4x_{23} \to \max,$$

г) $$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} = 80, \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} = 120, \\ x_{11} + x_{21} = 50, \\ x_{12} + x_{22} = 70, \\ x_{13} + x_{23} = 80, \end{cases}$$

$$x_{ij} \ge 0,\ i = \overline{1,2},\ \ j = \overline{1,3}.$$

1.13 Чтобы изготовить брусья длиной 1.5 м, 3 м и 5 м в соотношении 2:2:3 на распил поступает 290 бревен длиной 6 м. Определите такой план распила, который обеспечивает максимальное число комплектов.

Способ распила	**Число получающихся брусьев**			**Остаток**
	2 м	3 м	5 м	
1	4	0	0	0
2	2	1	0	0
3	0	2	0	0
4	0	0	1	1

Математическая модель следующая:

$$F = x \to \min,$$

а) $$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 290, \\ 4x_1 + 2x_2 = 2x, \\ x_2 + 2x_3 = 2x, \\ x_4 = 3x, \end{cases}$$

$$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0,\ x_3 \ge 0,\ x_4 \ge 0.$$

$F = x \to \max,$

б) $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 290, \\ 4x_1 + 2x_2 = 2x, \\ x_2 + 2x_3 = 2x, \\ x_4 = 3x, \end{cases}$

$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0,\ x_3 \geq 0,\ x_4 \geq 0.$

$F = x \to \max,$

в) $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 290, \\ 4x_1 + 2x_2 = 2, \\ x_2 + 2x_3 = 2, \\ x_4 = 3, \end{cases}$

$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0,\ x_3 \geq 0,\ x_4 \geq 0.$

$F = x \to \max,$

г) $\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 = 2x, \\ x_2 + 2x_3 = 2x, \\ x_4 = 3x, \end{cases}$

$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0,\ x_3 \geq 0,\ x_4 \geq 0.$

В – Верно, Н – Неверно

1.14 Модель может полностью или частично воспроизводить структуру моделируемой системы и её функции.

1.15 Количество выпускаемых изделий в задаче планирования производством не может быть отрицательным числом.

1.16 Транспортная задача линейного программирования не используется для планирования ряда операций, не связанных с перевозкой грузов.

ТЕМА 2: ОБЩАЯ ЗАДАЧА ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Впишите пропущенное слово

2.1 Задача, в которой требуется найти экстремум функции

$$Z(X)=\sum_{j=1}^{n} c_j x_j \to \max(\min),$$

удовлетворяющая ограничениям:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i,\ i=\overline{1,m},$$

$$x_j \ge 0,\ j=\overline{1,n},$$

называется задачей линейного программирования, заданной в ______________________________ форме.

2.2 Задача, в которой требуется найти экстремум функции

$$Z(X)=\sum_{j=1}^{n} c_j x_j \to \max(\min),$$

удовлетворяющая ограничениям:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i,\ i=\overline{1,m},$$

$$x_j \ge 0,\ j=\overline{1,n},$$

называется задачей линейного программирования заданной в ______________________________ форме записи.

2.3 Функция $Z(X)=\sum_{j=1}^{n} c_j x_j$ называется ______________________ функцией ЗЛП.

2.4 Совокупность чисел $X=(x_1,x_2,\ldots,x_n)$, удовлетворяющая ограничениям ЗЛП, называется ______________________________ ЗЛП.

2.5 Если число положительных координат опорного решения меньше ранга матрицы A, то его называют _________________________.решением. (A – матрица коэффициентов при неизвестных переменных левой части ограничений)

2.6 Ненулевое опорное решение называется ____________________________, если оно имеет точно «m» положительных координат. (A – матрица коэффициентов при неизвестных переменных левой части ограничений, m – ранг матрицы A)

2.7 Множество всех допустимых решений ЗЛП называется ____.

2.8 Множество называется ________________________________, если оно содержит вместе с двумя любыми его точками и их произвольную выпуклую линейную комбинацию.

2.9 Точки выпуклого множества, которые не являются выпуклой линейной комбинацией двух произвольных точек множества называются ________________________________ точками.

2.10 ________________________________ это выпуклое замкнутое ограниченное множество точек на плоскости, которые имеют конечное число угловых точек, называемые его ________________.

2.11 ________________________________ это выпуклое замкнутое ограниченное множество точек пространства, которые имеют конечное число угловых точек, называемые его _______________.

2.12 Множество всех допустимых решений ЗЛП является __________________ (если оно не пусто).

Выберите один или несколько ответов

2.13 Какой знак используется в системе ограничений в канонической форме ЗЛП (кроме ограничений, связанных с неотрицательностью переменных)?

а) $\leq$;

б) $\geq$;

в) $=$;

г) любой из трех.

2.14 Какой знак используется в системе ограничений в стандартной форме ЗЛП (кроме ограничений, связанных с неотрицательностью переменных)?

а) $\leq$;

б) $\geq$;

в) $=$;

г) любой из трех.

2.15 Допустимое решение ЗЛП, при котором целевая функция принимает экстремальное значение, называется...

а) оптимальным решением ЗЛП;

б) решением ЗЛП;

в) планом ЗЛП.

2.16 Как называется форма ЗЛП, в которой все ограничения записаны в виде неравенств со знаком $\leq$ (кроме ограничений, связанных с неотрицательностью переменных)?

а) общая;

б) стандартная;

в) основная;
г) каноническая;
д) симметричная;
е) классическая.

2.17 Как называется форма ЗЛП, в которой все ограничения записаны в виде уравнений (кроме ограничений, связанных с неотрицательностью переменных)?
а) общая;
б) стандартная;
в) основная;
г) каноническая;
д) симметричная;
е) классическая.

2.18 Принадлежат ли планы $x=(2,3)$ и $x=(3,5)$ множеству допустимых планов ЗЛП с системой ограничений $\begin{cases} 2x_1-3x_2\le 0, \\ -5x_1+9x_2\le 45, \\ x_1+2x_2\ge 4, \\ x_1\le 5, \\ x_1\ge 0,\ x_2\ge 0? \end{cases}$

а) оба принадлежат;
б) только $x=(3,5)$;
в) оба не принадлежат;
г) только $x=(2,3)$.

2.19 Принадлежат ли планы $x=(2,1)$ и $x=(5,3)$ множеству допустимых планов ЗЛП с системой ограничений $\begin{cases} 3x_1-x_2\ge 0, \\ x_1-x_2\ge -2, \\ 4x_1-x_2\le 16, \\ 2x_1-x_2\le 6, \\ x_1\ge 0,\ x_2\ge 0? \end{cases}$

а) оба принадлежат;
б) только $x=(2,1)$;
в) оба не принадлежат;
г) только $x=(5,3)$.

2.20 Принадлежат ли планы $x=(1,1)$ и $x=(4,7)$ множеству допустимых планов ЗЛП с системой ограничений $\begin{cases} -2x_1+x_2\le 2, \\ x_1-3x_2\ge -9, \\ 4x_1+3x_2\le 24, \\ x_1\ge 0,\ x_2\ge 0? \end{cases}$

а) оба принадлежат;
б) только $x=(1,1)$;

в) оба не принадлежат;

г) только $x=(4,7)$.

2.21 Чтобы привести к канонической форме ЗЛП

$$F(x_1,x_2)=2x_1+7x_2\to\max,$$
$$\begin{cases}-2x_1+7x_2\le 15,\\ 4x_1-3x_2\le -9,\\ x_1\ge 0,\ x_2\ge 0,\end{cases}$$

необходимо ввести

а) две дополнительные неотрицательные переменные;

б) три дополнительные неотрицательные переменные;

в) четыре дополнительные неотрицательные переменные.

2.22 ЗЛП
$$F(x_1,x_2)=2x_1+7x_2\to\max,$$
$$\begin{cases}-2x_1+3x_2\le 16,\\ 2x_1-3x_2\le 15,\\ x_1\ge 0,\ x_2\ge 0,\end{cases}$$
записана в

а) симметричной форме;

б) стандартной форме;

в) канонической форме;

г) основной форме.

2.23 Канонический вид задачи линейного программирования
$$F(x_1,x_2)=6x_1-x_2+x_3+2\to\min,$$
$$\begin{cases}4x_1-x_2+x_3\ge 3,\\ 2x_2+5x_3\le 7,\\ x_2\ge 0,\ x_3\ge 0,\end{cases}$$
имеет следующий вид:

а)
$$F(x_1,x_2)=6x_1-x_2+x_3+2\to\min,$$
$$\begin{cases}4x_1-x_2+x_3\ge 3,\\ -2x_2-5x_3\ge -7,\\ x_2\ge 0,\ x_3\ge 0.\end{cases}$$

б)
$$F(x_1,x_2)=6x_1-x_2+x_3+2\to\max,$$
$$\begin{cases}-4x_1+x_2-x_3\le -3,\\ 2x_2+5x_3\le 7,\\ x_2\ge 0,\ x_3\ge 0.\end{cases}$$

в)
$$F(x_1,x_2)=6x_1-x_2+x_3+2\to\min,$$
$$\begin{cases}4x_1-x_2+x_3-x_4=3,\\ 2x_2+5x_3+x_5=7,\\ x_i\ge 0,\ i=\overline{1,5}.\end{cases}$$

$$F(x_1,x_2)=6x_1' \ -6x_1''-x_2+x_3+2\to \min,$$

г) $\begin{cases} 4x'-4x_1''-x_2+x_3+x_4=3,\\ 2x_2+5x_3-x_5=7,\\ x_1=x'-x'',\ x'\geq 0,\ x_1''\geq 0,\ x_i\geq 0,\ i=\overline{2,5}.\end{cases}$

$$F(x_1,x_2)=6x_1' \ -6x_1''-x_2+x_3+2\to \min,$$

д) $\begin{cases} 4x'-4x_1''-x_2+x_3-x_4=3,\\ 2x_2+5x_3+x_5=7,\\ x_1=x'-x'',\ x'\geq 0,\ x_1''\geq 0,\ x_i\geq 0,\ i=\overline{2,5}.\end{cases}$

2.24 Чтобы привести задачу к симметрической форме необходимо использовать метод

а) Жордана-Гаусса;

б) Крамера;

в) Гаусса.

2.25 Установите верные утверждения:

а) если ЗЛП имеет оптимальное решение, то оно достигается в одной из угловых точек многогранника решений;

б) каждой угловой точке многогранника решений соответствует опорное решение, и каждый опорный план соответствует угловой точке многогранника решений;

в) множество всех допустимых решений ЗЛП является выпуклым;

г) множество всех допустимых решений ЗЛП не является выпуклым.

2.26 Неравенство вида $a_1x_1+a_2x_2\leq b$ описывает

а) плоскость;

б) окружность;

в) прямую;

г) полуплоскость.

2.27 Укажите выпуклые множества, представленные на рисунке 2.1

а) б,е;

б) д,и;

в) е,ж;

г) в,г;

д) а,б;

е) з,а.

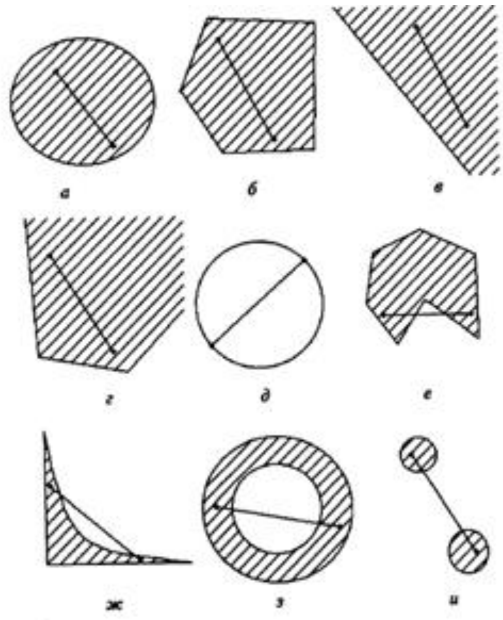

Рисунок –2.1

Впишите число

2.28 Ранг матрицы системы ограничений ЗЛП с 5 переменными равен 3. Сколько свободных переменных содержат выражения для общего решения системы ограничений?

2.29 Ранг матрицы системы ограничений ЗЛП с 5 переменными равен 3. Сколько базисных переменных содержат выражения для общего решения системы ограничений?

2.30 Чтобы привести к канонической форме ЗЛП

$$F(x_1, x_2) = 2x_1 + 8x_2 \to \max,$$

$$\begin{cases} -2x_1 + 7x_2 \le 17, \\ x_1 + x_2 \ge 9, \\ x_1 + 6x_2 \ge 9, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

необходимо ввести ______ дополнительные неотрицательные переменные.

В – Верно, Н – Неверно

2.31 Выпуклое множество может иметь конечное или бесконечное число угловых точек, но может не иметь их совсем.

2.32 Выпуклый *n*-мерный многогранник является выпуклой линейной комбинацией своих угловых точек.

2.33 Термины «решение» и «план» – не синонимы.

2.34 Геометрически стандартная задача линейного программирования с ограничениями в виде неравенств заключается в отыскании такой точки многогранника решений, координаты которой доставляют линейной целевой функции $Z(X) = c_1x_1 + c_2x_2 + ... + c_nx_n \to \max(\min)$ экстремальное значение.

ТЕМА 3: ГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Выберите один или несколько ответов

3.1 Дана ЗЛП
$$F(x_1,x_2)=3x_1+4x_2 \to \max,$$
$$\begin{cases} -4x_1+7x_2 \ge 16, \\ x_1 \ge 9, \\ 5x_1+6x_2 \ge 19, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \end{cases}$$

Вектор – градиент целевой функции $\bar{c}=(c_1,c_2)$ равен

а) (3,4);
б) (-3,-4);
в) (-4,7);
г) (1,0);
д) (5,6);
е) (16,19).

3.2 Каков градиент целевой функции для ЗЛП
$$F(x_1,x_2)=4x_1-3x_2 \to \max,$$
$$\begin{cases} -4x_1+x_2 \le 2, \\ 2x_1+x_2 \ge 9, \\ x_1-6x_2 \ge -8, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0. \end{cases}$$

а) (-4,1);
б) (2,1);
в) (1,-6);
г) (4,-3);
д) (9,-8);
е) (4,3).

3.3 При исследовании линейной функции двух переменных в области треугольника с вершинами *A*(1;1), *B*(3;1), *C* (3;3), оказалось, что в точке (2;2) достигается минимум. Тогда минимум достигается в каждой точке отрезка

а) AC;
б) BC;
в) AB.

3.4 Решением ЗЛП на максимум (см. рис.3.1) является точка…

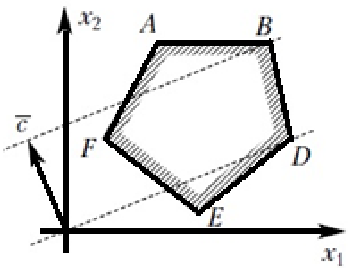

Рисунок – 3.1

а) A;
б) B;
в) D;
г) E;
д) F;

3.5 Решением ЗЛП на минимум (см. рис.3.1) является точка…
а) A;
б) B;
в) D;
г) E;
д) F;

3.6 Угол многоугольника области допустимых решений (области поиска максимума или минимума) в задаче линейного программирования должен быть меньше:
а) 270 градусов;
б) 180 градусов;
в) 90 градусов;
г) 360 градусов;

3.7 Решением ЗЛП на максимум (см. рис. 3.2) является точка…

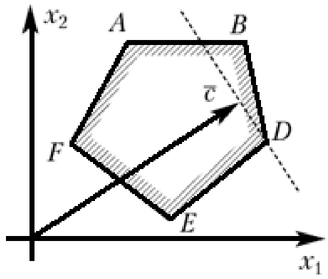

Рисунок – 3.2

а) A;
б) B;
в) D;
г) E;
д) F;

3.8 Решением ЗЛП на минимум (см. рис. 3.2) является точка…
а) A;
б) B;
в) D;
г) E;
д) F;

3.9 Фабрика производит два вида изделий. На изготовление одного изделия вида A расходуется 2 кг сырья, на изготовление одного изделия вида B

– 1 кг. Всего имеется 80 кг сырья. Необходимо составить такой план производства, который обеспечивал бы получение наибольшей выручки, если отпускная стоимость одного изделия вида *A* составляет 5 д.е., вида *B* – 3 д.е., причем известно, что изделий вида *A* необходимо изготовить не более 30 шт., а вида *B* – не более 40 шт. Оптимальным планом данной ЗЛП является план:

а) (20,40);
б) (45,15);
в) (25,45);
г) (30,0);
д) (30,20).

3.10 Решите ЗЛП $F(x_1,x_2)=4x_1+5x_2 \to \max$ при ограничениях

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 \geq 0, \\ x_2 \leq 6, \\ 2x_1 + x_2 \leq 16, \\ -x_1 + 2x_2 \geq 2, \\ x_1 - x_2 \geq 3. \end{cases}$$

а) Не имеет решений;
б) (25,45);
в) (0,6);
г) $F_{\max} \to +\infty$;
д) (3,0).

3.11 Решите ЗЛП $F(x_1,x_2)=3x_1+7x_2 \to \max$ при ограничениях

$$\begin{cases} 5x_1 - x_2 \geq 0, \\ x_2 \geq 3, \\ 2x_1 - 3x_2 \leq 0, \\ x_1 + x_2 \geq 5. \end{cases}$$

а) Не имеет решений;
б) (5,3);
в) (0,6);
г) $F_{\max} \to +\infty$;
д) (1,4).

Впишите число

3.12 Область допустимых решений ЗЛП представлена на рис. 3.3:

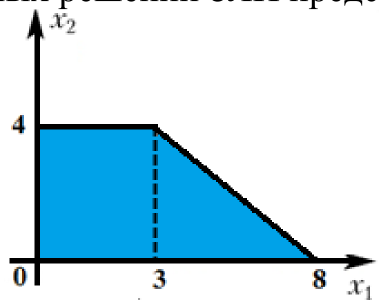

Рисунок – 3.3

Максимальное значение целевой функции $F(x_1,x_2)=3x_1-2x_2$ равно ______.

3.13 Область допустимых решений ЗЛП представлена на рис. 3.3. Максимальное значение целевой функции $F(x_1,x_2)=6x_1+2x_2$ равно ______.

3.14 Область допустимых решений ЗЛП представлена на рис. 3.4:

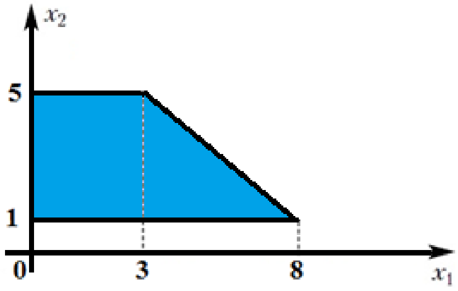

Рисунок – 3.4

Максимальное + минимальное значения целевой функции $F(x_1,x_2)=3x_1-2x_2$ равно ______.

3.15 Каков оптимальный план, если при решении ЗЛП на max линия уровня при движении в направлении градиента выходит из множества допустимых планов в точке пересечения прямых $x_1+5x_2=19$ и $x_1+2x_2=7$. В ответе укажите результат $x_1+x_2=$______.

3.16 Каков оптимальный план, если при решении ЗЛП на max линия уровня при движении в направлении градиента выходит из множества допустимых планов в точке пересечения прямых $3x_1+x_2=6$ и $-2x_1-x_2=1$. В ответе укажите результат $x_1+x_2=$______.

3.17 Дана ЗЛП $\begin{array}{l} F(x_1,x_2)=x_1+3x_2 \to \max, \\ \begin{cases} x_1+2x_2\le 4, \\ x_1\ge 0,\ x_2\ge 0. \end{cases} \end{array}$

Максимальное значение целевой функции равно ______.

3.18 Дана ЗЛП $\begin{array}{l} F(x_1,x_2)=x_1-3x_2 \to \min, \\ \begin{cases} x_1+x_2\le 4, \\ x_1\ge 0,\ x_2\ge 0. \end{cases} \end{array}$.

Минимальное значение целевой функции равно ______.

3.19 Дана ЗЛП $\begin{array}{l} F(x_1,x_2)=2x_1-x_2, \\ \begin{cases} x_1+x_2\le 1, \\ x_1\ge 0,\ x_2\ge 0. \end{cases} \end{array}$

Максимальное + минимальное значения целевой функции ______.

3.20 Дана ЗЛП $\begin{array}{l} F(x_1,x_2)=4x_1+x_2 \to \max, \\ \begin{cases} x_1+x_2 \le 7, \\ x_1 \le 5, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0. \end{cases} \end{array}$

$F_{\max} =$ ______.

3.21 Если градиент линейной функции двух переменных равен $(1,-4)$, то в квадрате с вершинами $A(1;2)$, $B(1;3)$, $C(2;2)$, $D(2;3)$ максимальное значение функции равно _____ и достигается в точке ______.

3.22 Решите ЗЛП $F(x_1,x_2)=3x_1+2x_2 \to \max$ при ограничениях

$$\begin{cases} x_1-x_2+2 \ge 0, \\ 3x_1-2x_2-6 \le 0, \\ 2x_1+x_2-2 \ge 0, \\ x_2 \le 3, \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0. \end{cases}$$

Результат: $F_{\max} =$ _______, $x_1 =$ _______, $x_2 =$ _______.

3.23 Решите ЗЛП $\begin{array}{l} Z=3x_1+2x_2+x_3 \to \max, \\ \begin{cases} x_1+2x_2 \le 12, \\ x_1+x_3=4, \\ 2x_1+2x_2 \le 14, \end{cases} \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0,\ x_3 \ge 0. \end{array}$

Результат: $F_{\max} =$ _______.

3.24 Найти наибольшее значение функции $F(X)=5x_1+2x_2+x_3-x_4+x_5$ при ограничениях:

$$\begin{cases} 5x_1+6x_2-x_3=30, \\ -2x_1+3x_2+x_4=9, \\ 7x_1-3x_2+x_5=21, \end{cases}$$
$$x_j \ge 0,\ j=\overline{1,5}.$$

$F_{\max} =$ _______.

В – Верно, Н – Неверно

3.25 Графический метод позволяет решить каноническую задачу линейного программирования, при этом система ограничений должна содержать n неизвестных и m линейно независимых уравнений, связанных соотношением $m-n=2$.

3.26 Семейство линий уровня строятся перпендикулярно вектору-градиенту целевой функции, проходящих через область допустимых решений.

3.27 Вектор – градиент целевой функции перпендикулярен линиям уровня и показывает направление, в котором эта функция убывает с наибольшей скоростью.

3.28 Графический метод решения ЗЛП лучше использовать для решения задач с двумя переменными, когда ограничения представлены в виде неравенств.

На соответствие

3.29 При решении ЗЛП могут возникнуть следующие случаи (см. рис. 3.5):

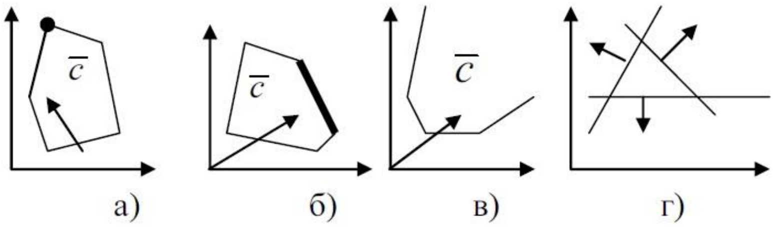

Рисунок – 3.5

Установите соответствие между случаем и вариантам, вписав вариант ответа в окошко напротив случая.

№	Случай	Вариант
1.	ОДЗ пустое множество	
2.	Бесконечное множество решений	
3.	Единственное решение	
4.	Решение стремится к бесконечности	

ТЕМА 4: СИМПЛЕКСНЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Впишите пропущенное слово

4.1 ____________________ – алгоритм решения ЗЛП путём перебора вершин выпуклого многогранника в многомерном пространстве.

4.2 Базисное решение канонической задачи линейного программирования называется ____________________, если значения всех базисных переменных отличны от нуля.

4.3 Система линейных уравнений $\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n = b_m, \end{cases}$ называется системой с _______________, если в каждом уравнении имеется переменная, которая входит в него с коэффициентом +1 и отсутствует в остальных уравнениях.

Выберите один или несколько ответов

4.4 Симплекс-метод впервые был предложен

а) Дж. Данцигом;

б) Л.В. Канторовичем;

в) Р. Беллманом;

г) Т. Саати.

4.5 Симплекс-метод может быть непосредственно применен для решения:

а) канонической задачи линейного программирования;

б) произвольной экстремальной задачи;

в) любой задачи линейного программирования с ограничениями в форме уравнений;

г) любой задачи линейного программирования с ограничениями в форме неравенств.

4.6 Какие должны быть значения Δ_j в симплекс таблице для того, чтобы рассматриваемый план ЗЛП был оптимальным при решении задачи на max?

а) все положительные;

б) все отрицательные;

в) все неположительные;

г) все неотрицательные.

Ответ: г

4.7 В процессе решения симплекс-методом ЗЛП на max получено $\Delta_1 = -4.5$, $\Delta_2 = -\frac{13}{3}$, $\Delta_3 = 0$, $\Delta_4 = 4$, $\Delta_5 = 4.5$. Какую переменную нужно ввести в базис?

а) x_1;

б) x_2;

в) x_3;

г) x_4;

д) x_5;

е) никакую.

4.8 В процессе решения симплекс-методом ЗЛП на min получено $\Delta_1 = 3$, $\Delta_2 = \frac{38}{13}$, $\Delta_3 = \frac{78}{25}$, $\Delta_4 = 3.13$, $\Delta_5 = 0$. Какую переменную нужно ввести в базис?

а) x_1;

б) x_2;

в) x_3;

г) x_4;

д) x_5;

е) никакую.

4.9 Общее решение системы ограничений при оптимальном плане ЗЛП, которое получено симплекс-методом, имеет следующий вид $x_2 = 5 - x_1 - 2x_4$; $x_3 = 1 + 3x_1 - x_4$; $x_5 = 2 - x_1 + x_4$. Укажите оптимальный план ЗЛП.

а) (5;1;2;0;0);

б) (0;5;1;0;2);

в) (5;0;1;0;2);

г) (5;1;0;0;0).

4.10 Общее решение системы ограничений при оптимальном плане ЗЛП, которое получено симплекс-методом, имеет следующий вид $x_1 = 7 - x_2 + 4x_4$; $x_4 = 4x_2 - 2x_3$; $x_5 = 2 - x_2 + x_3$. Укажите оптимальный план ЗЛП?

а) (7;0;0;5;2);

б) (7;2;0;0;0);

в) (7;0;0;0;2);

г) (7;5;2;0;0).

4.11 В симплекс-таблице на max, в качестве разрешающего столбца, можно выбрать столбец, соответствующий переменной ….

Б.п.	*B*	x_1	x_2	x_6
x_3	5	1	6	1
x_4	4	6	2	0
x_5	5	4	5	5
Δ_j	3	$-\frac{21}{5}$	$-\frac{17}{4}$	6

а) x_1;

б) x_2;

в) x_3;

г) x_4;

д) x_5;

е) никакую.

4.12 В симплекс-таблице на max, в качестве разрешающего столбца, можно выбрать столбец, соответствующий переменной x_2, а в качестве разрешающей, строку, соответствующую переменной ….

Б.п.	*B*	x_1	x_2	x_6
x_3	5	1	6	1
x_4	4	6	2	0
x_5	5	4	5	5
Δ_j	3	-5	-6	6

а) x_3;

б) x_4;

в) x_5;

г) никакую.

Впишите число

4.13 Впервые симплекс–метод и его название были предложены в _____ г.

4.14 Сколько необходимо ввести дополнительных переменных при решении симплекс-методом ЗЛП с заданной системой ограничений $\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 - x_3 = 12, \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 \geq 3, \\ 2x_1 - 4x_2 + 7x_3 \leq 10, \\ x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0,\ x_3 \geq 0. \end{cases}$

Результат: ____.

4.15 Сколько необходимо ввести дополнительных переменных при решении симплекс-методом ЗЛП с заданной системой ограничений $\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 - x_3 \leq 12, \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 \geq 3, \\ 2x_1 - 4x_2 + 7x_3 \leq 10, \\ x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0,\ x_3 \geq 0. \end{cases}$

Результат: ____.

4.16 Пусть (1;0;2;0;2) – найденный симплекс-методом оптимальный план для ЗЛП с целевой функцией $F = x_1 + 2x_2 + 3x_3 \to \max$. В данной ЗЛП наибольшее значение целевой функции равно ____.

4.17 Пусть (1;1;6;0;2) – найденный симплекс-методом оптимальный план для ЗЛП с целевой функцией $F = 2x_1 + 3x_2 + x_3 \to \min$. В данной ЗЛП наименьшее значение целевой функции равно ____.

4.18 В симплекс-таблице на max, в качестве разрешающего столбца, можно выбрать столбец, соответствующий переменной ____, а в качестве разрешающей, строку, соответствующую переменной ____. Новое значение целевой функции, после пересчёта этой таблицы, равно _____.

Б.п.	*B*	x_1	x_2	x_6
x_3	4	-1	2	1
x_4	3	6	-1	0
x_5	4	4	4	5
Δ_j	2	-4	-5	3

4.19 В симплекс-таблице на min, в качестве разрешающего столбца, можно выбрать столбец, соответствующий переменной ____, а в качестве разрешающей, строку, соответствующую переменной ____. Новое значение целевой функции, после пересчёта этой таблицы, равно _____.

Б.п.	*B*	x_1	x_2	x_6
x_3	2	-1	2	1
x_4	3	6	-1	0
x_5	8	4	4	5
Δ_j	10	4	5	3

4.20 Решите задачу линейного программирования симплекс-методом:
$F = x_1 + x_2 \to \max,$

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 \le 2, \\ x_1 - 2x_2 \le 2, \\ x_1 + x_2 \le 5, \end{cases}$$

$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0.$

Результат: $F_{\max} =$_______, $x_1 =$_______, $x_2 =$_______.

В – Верно, Н – Неверно

4.21 Симплексный метод решения задачи линейного программирования применим только к задачам в канонической форме.

4.22 При решении ЗЛП симплекс-методом критерием альтернативного оптимума является неравенство нулю хотя бы одной оценки свободной переменной $\Delta_j \ne 0$.

4.23 Базисное решение канонической задачи линейного программирования называется вырожденным, если значения всех базисных переменных отличны от нуля.

4.24 Оптимальное решение канонической задачи линейного программирования следует искать среди ее базисных решений, число которых конечно.

ТЕМА 5: ДВОЙСТВЕННЫЕ ЗАДАЧИ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Впишите пропущенное слово

5.1 Каждой ЗЛП можно поставить в соответствие другую ЗЛП, которая называется ________________________ по отношению к исходной или прямой задаче, сформулированную по стандартным правилам.

5.2 Если в прямой задаче целевая функция исследуется на максимум, то в двойственной задаче целевая функция исследуется на __________________________.

5.3 Если система ограничений одной из ЗЛП содержит как уравнения, так и неравенства, и некоторые переменные неотрицательны, то пара двойственных задач называется _____________________.

5.4 Двойственные задачи, ограничения которых задаются уравнениями, называются _____________________.

Выберите один или несколько ответов

5.5 Если оптимальный план имеет одна из пары двойственных задач, то…
а) другая не имеет допустимых решений;
б) и другая имеет оптимальный план;
в) другая не имеет оптимального план.

5.6 Условия исходной задачи линейного программирования содержат только нестрогие неравенства (уравнений нет), тогда переменные двойственной задачи должны быть
а) произвольными по знаку;
б) больше или равными нулю;
в) меньше или равными нулю.

5.7 Если некоторые переменные исходной задачи линейного программирования – произвольного знака, то соответствующая двойственная задача содержит условия, представленные
а) нестрогими неравенствами и уравнениями;
б) только нестрогими неравенствами;
в) строгими неравенствами.

5.8 В условия исходной задачи линейного программирования включены уравнения, а неравенства только для указания неотрицательного знака основных переменных, тогда переменные двойственной задачи должны
а) меньше или равными нулю;
б) больше или равными нулю;

в) произвольными по знаку.

5.9 Для построения задачи, двойственной к задаче линейного программирования на минимизацию исходной функции, неравенства исходной задачи линейного программирования приводятся к виду

а) меньше или равно;

б) больше или равно;

в) произвольному.

5.10 Коэффициентами целевой функции двойственной задачи являются

а) коэффициенты при неизвестных системы ограничений исходной задачи;

б) свободные члены системы ограничений исходной задачи;

в) коэффициенты при неизвестных целевой функции исходной задачи;

г) неизвестные исходной задачи.

5.11 Связь исходной и двойственной задач заключается в том, что

а)надо решать обе задачи;

б)из решения двойственной задачи нельзя получить решения исходной;

в)решение одной из них получается из решения другой;

г)обе имеют одинаковые решения.

5.12 Если исходная ЗЛП имеет вид

$$F = x_1 + x_2 \to \max,$$
$$\begin{cases} 4x_1 + x_2 \le 20, \\ 2x_1 + 3x_2 \le 30, \end{cases}$$
$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0,$$

тогда ограничения двойственной задачи имеют вид

а) $\begin{cases} 4y_1 + 2y_2 \ge 20, \\ y_1 + 3y_2 \ge 30, \end{cases}$
$y_1 \ge 0, y_2 \ge 0;$

б) $\begin{cases} 4y_1 + 2y_2 \le 20, \\ y_1 + 3y_2 \le 30, \end{cases}$
$y_1 \ge 0, y_2 \ge 0;$

в) $\begin{cases} 4y_1 + 2y_2 \le 1, \\ y_1 + 3y_2 \le 1, \end{cases}$
$y_1 \ge 0, y_2 \ge 0;$

г) $\begin{cases} 4y_1 + 2y_2 \ge 1, \\ y_1 + 3y_2 \ge 1, \end{cases}$
$y_1 \ge 0, y_2 \ge 0.$

5.13 Если исходная ЗЛП имеет вид

$$F = 2x_1 - 3x_2 \to \max,$$
$$\begin{cases} -4x_1 + 5x_2 \le 20, \\ 2x_1 + 3x_2 \le 30, \end{cases}$$
$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0,$$

тогда ограничения двойственной задачи имеют вид

а) $\begin{cases} -4y_1 + 2y_2 \ge 20, \\ 5y_1 + 3y_2 \ge 30, \end{cases}$
$y_1 \ge 0, y_2 \ge 0;$

б) $\begin{cases} -4y_1 + 2y_2 \le 20, \\ 5y_1 + 3y_2 \le 30, \end{cases}$
$y_1 \ge 0, y_2 \ge 0;$

в) $\begin{cases} -4y_1 + 2y_2 \le 2, \\ 5y_1 + 3y_2 \le -3, \end{cases}$
$y_1 \ge 0, y_2 \ge 0;$

г) $\begin{cases} -4y_1 + 2y_2 \ge 2, \\ 5y_1 + 3y_2 \ge -3, \end{cases}$
$y_1 \ge 0, y_2 \ge 0.$

5.14 Если исходная ЗЛП имеет вид

$$F = x_1 + x_2 \to \max,$$
$$\begin{cases} 4x_1 + x_2 \le 20, \\ 2x_1 + 3x_2 \le 30, \end{cases}$$
$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0,$$

тогда целевая функция двойственной задачи имеет вид

а) $Z = 20y_1 + 30y_2 \to \min;$

б) $Z = y_1 + y_2 \to \min;$

в) $Z = -20y_1 - 30y_2 \to \min;$

г) $Z = 20y_1 + 30y_2 \to \max;$

д) $Z = 4y_1 + 2y_2 \to \min;$

е) $Z = y_1 + 3y_2 \to \min.$

5.15 Если исходная ЗЛП имеет вид

$$F = x_1 + x_2 \to \max,$$
$$\begin{cases} 4x_1 + x_2 \le 10, \\ 2x_1 + 3x_2 \le 20, \\ -2x_1 + 6x_2 \le 30, \end{cases}$$
$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0,$$

тогда целевая функция двойственной задачи имеет вид

а) $Z = 10y_1 + 20y_2 + 30y_3 \to \min;$

б) $Z = 10y_1 + 20y_2 + 30y_3 \to \max;$

в) $Z = -10y_1 - 20y_2 - 30y_3 \to \min;$

г) $Z = y_1 + y_2 \to \min;$

д) $Z = 4y_1 + 2y_2 - 2y_3 \to \min;$

е) $Z = y_1 + 3y_2 + 6y_3 \to \min.$

5.16 Если исходная ЗЛП имеет вид

$$F = x_1 + 3x_2 \to \max,$$
$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 5, \\ 3x_1 + 4x_2 = 6, \\ x_1 - 7x_2 = 2, \end{cases}$$
$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0,$$

тогда двойственная к ней задача следующая

а) $$Z = 5y_1 + 6y_2 + 2y_3 \to \min,$$
$$\begin{cases} 2y_1 + 3y_2 + y_3 \ge 1, \\ 3y_1 + 4y_2 - 7y_3 \ge 3, \end{cases}$$
$$y_1 \ge 0, y_2 \ge 0, y_3 \ge 0;$$

б) $$Z = 5y_1 + 6y_2 + 2y_3 \to \min,$$
$$\begin{cases} 2y_1 + 3y_2 + y_3 \ge 1, \\ 3y_1 + 4y_2 - 7y_3 \ge 3, \end{cases}$$
$y_1 \ge 0, y_2 \ge 0, y_3$ – свободное по знаку;

в) $$Z = 5y_1 + 6y_2 + 2y_3 \to \min,$$
$$\begin{cases} 2y_1 + 3y_2 + y_3 = 1, \\ 3y_1 + 4y_2 - 7y_3 = 3, \end{cases}$$
$$y_1 \ge 0, y_2 \ge 0, y_3 \ge 0;$$

г) $$Z = 5y_1 + 6y_2 + 2y_3 \to \min,$$
$$\begin{cases} 2y_1 + 3y_2 + y_3 \ge 1, \\ 3y_1 + 4y_2 - 7y_3 \ge 3, \end{cases}$$
y_1, y_2, y_3 – свободные по знаку.

5.17 Если исходная ЗЛП имеет вид

$$F = x_1 + 3x_2 \to \max,$$
$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 5, \\ 3x_1 + 4x_2 \le 6, \\ x_1 - 7x_2 = 2, \end{cases}$$
$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0,$$

тогда двойственная к ней задача следующая

а) $$Z = 5y_1 + 6y_2 + 2y_3 \to \min,$$
$$\begin{cases} 2y_1 + 3y_2 + y_3 = 1, \\ 3y_1 + 4y_2 - 7y_3 = 3, \end{cases}$$
y_1, y_2, y_3 – свободные по знаку;

$$Z = 5y_1 + 6y_2 + 2y_3 \to \min,$$

б) $\begin{cases} 2y_1 + 3y_2 + y_3 \geq 1, \\ 3y_1 + 4y_2 - 7y_3 \geq 3, \end{cases}$

$y_2 \geq 0,\ y_1, y_3$ – свободные по знаку;

$$Z = 5y_1 + 6y_2 + 2y_3 \to \min,$$

в) $\begin{cases} 2y_1 + 3y_2 + y_3 \geq 1, \\ 3y_1 + 4y_2 - 7y_3 \geq 3, \end{cases}$

$y_1 \geq 0,\ y_2 \geq 0,\ y_3 \geq 0;$

$$Z = 5y_1 + 6y_2 + 2y_3 \to \min,$$

г) $\begin{cases} 2y_1 + 3y_2 + y_3 \geq 1, \\ 3y_1 + 4y_2 - 7y_3 \geq 3, \end{cases}$

y_1, y_2, y_3 – свободные по знаку.

5.18 Если исходная ЗЛП имеет вид

$$F = x_1 + 3x_2 \to \max,$$
$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 5, \\ 3x_1 + 4x_2 \leq 6, \\ x_1 - 7x_2 = 2, \end{cases}$$
$$x_1 \geq 0,$$

тогда двойственная к ней задача следующая

$$Z = 5y_1 + 6y_2 + 2y_3 \to \min,$$

а) $\begin{cases} 2y_1 + 3y_2 + y_3 = 1, \\ 3y_1 + 4y_2 - 7y_3 = 3, \end{cases}$

$y_1 \geq 0,\ y_2 \geq 0,\ y_3 \geq 0;$

$$Z = 5y_1 + 6y_2 + 2y_3 \to \min,$$

б) $\begin{cases} 2y_1 + 3y_2 + y_3 \geq 1, \\ 3y_1 + 4y_2 - 7y_3 = 3, \end{cases}$

$y_1 \geq 0,\ y_2 \geq 0,\ y_3 \geq 0;$

$$Z = 5y_1 + 6y_2 + 2y_3 \to \min,$$

в) $\begin{cases} 2y_1 + 3y_2 + y_3 \geq 1, \\ 3y_1 + 4y_2 - 7y_3 = 3, \end{cases}$

$y_2 \geq 0,\ y_1, y_3$ – свободные по знаку;

$$Z = 5y_1 + 6y_2 + 2y_3 \to \min,$$

г) $\begin{cases} 2y_1 + 3y_2 + y_3 = 1, \\ 3y_1 + 4y_2 - 7y_3 \geq 3, \end{cases}$

$y_2 \geq 0,\ y_1, y_3$ – свободные по знаку.

Впишите число

5.19 Если исходная ЗЛП имеет вид

$$F = 5x_1 + 7x_2 - 4x_3 \to \max,$$
$$\begin{cases} 4x_1 + 5x_2 - 8x_3 \le 30, \\ -2x_1 + 8x_2 + 3x_3 \le 29, \end{cases}$$
$$x_j \ge 0,\ j = \overline{1,3},$$

то количество переменных в двойственной задаче равно ____.

5.20 Если исходная ЗЛП имеет вид

$$F = 5x_1 + 7x_2 - 4x_3 \to \max,$$
$$\begin{cases} 4x_1 + 5x_2 - 8x_3 \le 30, \\ -2x_1 + 8x_2 + 3x_3 \le 29, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 5, \end{cases}$$
$$x_j \ge 0,\ j = \overline{1,3},$$

то в двойственной задаче количество переменных равно ____.

5.21 Если минимальное значение целевой функции в исходной задаче линейного программирования равно $\frac{221}{13}$, то целевая функция двойственной задачи достигает максимального значения, равного ____.

5.22 Если минимальное значение целевой функции в исходной задаче линейного программирования равно 5.8, то целевая функция двойственной задачи достигает максимального значения, равного ____.

5.23 Если исходная ЗЛП имеет вид

$$F = 5x_1 + 7x_2 - x_3 \to \max,$$
$$\begin{cases} 5x_1 + 6x_2 - x_3 \le 30, \\ -2x_1 + 3x_2 + x_3 \le 9, \\ 7x_1 - 3x_2 + x_3 \le 21, \\ x_1 + x_2 \le 0, \end{cases}$$
$$x_j \ge 0,\ j = \overline{1,3},$$

то количество переменных в двойственной задаче равно ____.

5.24
$$F = x_1 - x_2 \to \max,$$
$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 - 2x_2 + x_4 = 2, \\ x_1 + x_2 + x_5 = 5, \end{cases}$$
$$x_j \ge 0,\ j = \overline{1,5}.$$

Данная ЗЛП решена симплекс-методом:

Б.п.	*B*	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
x_3	9	0	0	1	1	1
x_1	4	1	0	1/3	2/3	2
x_2	1	0	1	-1/3	1/3	4
Δ_j	3	0	0	0	2/3	1/3

Найдите оптимальные решения прямой и двойственной задач из симплекс-таблицы.

Результаты:

$x_1 =$ ______, $x_2 =$ ______, $y_1 =$ ______, $y_2 =$ ______, $y_3 =$ ______, $F = Z =$ ______.

5.25 Дана ЗЛП
$$F = x_1 \to \max,$$
$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 \le 0, \\ -x_1 + x_2 \le 1, \\ x_1 + x_2 \le 1, \end{cases}$$
$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0.$$

Найдите оптимальные решения прямой и двойственной задач.

Результаты:

$3x_1 =$ ______, $3x_2 =$ ______, $3y_1 =$ ______, $3y_2 =$ ______, $3y_3 =$ ______, $3F = 3Z =$ ______.

5.26 Дана ЗЛП
$$F = 2x_1 + x_2 \to \max,$$
$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 \ge -6, \\ x_1 + x_2 \le 5, \end{cases}$$
$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0.$$

Найдите оптимальные решения прямой и двойственной задач.

Результаты:

$x_1 =$ ______, $x_2 =$ ______, $y_1 =$ ______, $y_2 =$ ______, $F = Z =$ ______.

В – Верно, Н – Неверно

5.27 Если целевая функция не ограничена одной из задач двойственной пары, то другая задача двойственной пары не имеет планов.

5.28 Если в прямой задаче имеются ограничения-равенства, то на соответствующие переменные двойственной задачи налагаются условия неотрицательности.

5.29 Если на переменные $y_i, i = \overline{1,m}$ двойственной задачи наложено условие неотрицательности, то в прямой задаче соответствующее ограничение двойственной задачи записывается в виде неравенства.

5.30 Если нарушается единственность оптимального решения в одной из двойственных задач, то оптимальное решение двойственной задачи невырожденное.

5.31 Для разрешимости одной из задач двойственной пары необходимо и достаточно, чтобы множество допустимых планов каждой из двойственных задач было не пусто.

5.32 Коэффициенты $C=(c_1,c_2,...,c_n)$ целевой функции прямой задачи являются свободными членами системы ограничений двойственной задачи.

5.33 Матрицы коэффициентов системы ограничений прямой и двойственной задач являются друг к другу транспонированными.

5.34 Если переменная $x_j,\ j=\overline{p+1,n}$ исходной задачи является произвольной по знаку, то *j*-е ограничение двойственной задачи будет иметь вид неравенства, и наоборот.

5.35 Если на переменную $x_j, j=\overline{1,p}$ прямой задачи накладывается ограничение на знак ($x_j \geq 0,\ j=\overline{1,p}$), то *j*-е ограничение двойственной задачи будет записано в виде неравенства, и наоборот.

На соответствие

5.36 Установите соответствие между терминами и их определениями, вписав соответствующий номер определения в ячейке напротив термина:

Описание	**Термин**	**№**
1.Двойственные задачи, ограничения которых задаются неравенствами, называются...	симметричными	
2.Двойственные задачи, ограничения которых задаются уравнениями, называются...	несимметричными	
3.Если система ограничений одной из задач содержит как уравнения, так и неравенства, и некоторые переменные неотрицательны, то пара двойственных задач называется...	смешанной	

ТЕМА 6: ЗАДАЧИ ЦЕЛОЧИСЛЕННОГО ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Выберите один или несколько ответов

6.1 Укажите методы решения задач целочисленного программирования:
а) комбинаторные методы;
б) аналитические методы;
в) методы отсечений;
г) численные методы.

6.2 Какие экономические задачи сводятся к задачам целочисленного программирования?
а) задача оптимального раскроя;
б) задача планирования производства;
в) задача о ранце;
г) задача о диете;
д) задача коммивояжера;
е) задача о назначениях.

6.3 Оптимальной точкой при решении задачи целочисленного программирования

$$F = 4x_1 + 5x_2 + 4 \to \max,$$
$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 \le 5, \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, \\ x_1, x_2 - \text{целые числа}, \end{cases}$$

является точка
а) (0;2);
б) (1;1);
в) (2;0);
г) (-1;1);
д) (2;-1).

6.4 Оптимальной точкой при решении задачи целочисленного программирования

$$F = 5x_1 + 4x_2 + 4 \to \max,$$
$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 \le 5, \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, \\ x_1, x_2 - \text{целые числа}, \end{cases}$$

является точка
а) (0;2);
б) (1;1);
в) (2;0);
г) (-1;1);
д) (2,-1).

6.5 При решении геометрическим методом задач целочисленного линейного программирования от двух переменных, областью допустимых решений является

а) прямая линия;

б) произвольный многоугольник;

в) многоугольник, с целочисленными координатами вершин.

6.6 Известно $x_1 + \frac{2}{3}x_3 + \frac{1}{3}x_4 = \frac{17}{3}$. Составте неравенство Гомори.

а) $5 - \frac{2}{3}x_3 - \frac{1}{3}x_4 \le 0$;

б) $\frac{2}{3} - \frac{2}{3}x_3 - \frac{1}{3}x_4 \le 0$;

в) $\frac{2}{3} + \frac{2}{3}x_3 - \frac{1}{3}x_4 \le 0$;

г) $\frac{2}{3} + \frac{2}{3}x_3 + \frac{1}{3}x_4 \le 0$.

6.7 Известно $x_2 + \frac{5}{3}x_3 + \frac{1}{3}x_4 = \frac{17}{3}$. Составте неравенство Гомори.

а) $\frac{2}{3} - x_3 - \frac{1}{3}x_4 \le 0$;

б) $\frac{2}{3} + \frac{2}{3}x_3 + \frac{1}{3}x_4 \le 0$;

в) $5 - \frac{2}{3}x_3 - \frac{1}{3}x_4 \le 0$;

г) $\frac{2}{3} - \frac{2}{3}x_3 - \frac{1}{3}x_4 \le 0$.

6.8 Известно $x_2 + \frac{2}{3}x_3 + \frac{1}{3}x_4 = \frac{17}{5}$. Составьте неравенство Гомори.

а) $3 - \frac{2}{3}x_3 - \frac{1}{3}x_4 \le 0$;

б) $\frac{2}{5} - \frac{2}{3}x_3 - \frac{1}{3}x_4 \le 0$;

в) $\frac{2}{5} - \frac{2}{3}x_3 + \frac{1}{3}x_4 \le 0$;

г) $\frac{2}{5} + \frac{2}{3}x_3 + \frac{1}{3}x_4 \le 0$.

Впишите число

6.9
$$F = 2x_1 + 2x_2 \to \max,$$
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 \le 7, \\ -x_1 + 2x_2 \le 3, \end{cases}$$
$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0,$$
$$x_1, x_2 - \text{целые числа.}$$

Графическое решение задачи представлено на рис. 6.1.

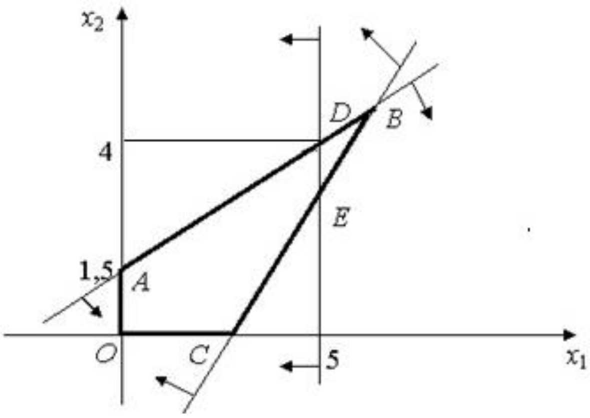

Рисунок – 6.1

Тогда $F_{\max} =$_____.

6.10 Вычислите $\left[\frac{17}{3}\right] =$_____, $\left\{\frac{17}{3}\right\} =$_____.

6.11 Вычислите $\left[-\frac{7}{3}\right] =$_____, $\left\{-\frac{7}{3}\right\} =$_____.

6.12 Вычислите $\left[\frac{15}{4}\right] =$_____, $\left\{\frac{15}{4}\right\} =$_____.

6.13 Вычислите $[5] =$_____, $\{5\} =$_____.

6.14 Вычислите $\left[\frac{1}{3}\right] =$_____, $\left\{\frac{1}{3}\right\} =$_____.

6.15 Вычислите $\left[-\frac{15}{2}\right] =$_____, $\left\{-\frac{15}{2}\right\} =$_____.

6.16 Вычислите $\left[-\frac{1}{2}\right] =$_____, $\left\{-\frac{1}{2}\right\} =$_____.

6.17 Решите задачу целочисленного линейного программирования

$$F = 2x_1 + x_2 \to \max,$$
$$\begin{cases} x_1 + x_2 \le 5, \\ x_1 - x_2 \le 2, \end{cases}$$
$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0,$$
$$x_1, x_2 - \text{целые числа}.$$

Результаты:

$x_1 =$______, $x_2 =$______, $F =$______.

6.18 Решите задачу целочисленного линейного программирования

$$F = x_1 - x_2 - 3x_3 \to \min,$$
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 \le 1, \\ -4x_1 + 2x_2 - x_3 \le 2, \\ 3x_1 + x_3 \le 5, \end{cases}$$
$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, x_3 \ge 0,$$
$$x_1, x_2, x_3 - \text{целые числа}.$$

Результаты:

$x_1 =$______, $x_2 =$______, $x_2 =$______, $F =$______.

В – Верно, Н – Неверно

6.19 Метод Гомори решения задач целочисленного программирования является методом ветвей и границ.

6.20 В методе Гомори сечение строится по базисной переменной, которая имеет наибольшую дробную часть.

6.21 Основная идея решения целочисленных задач заключается в том, что сначала задача решается без ограничения целочисленности (ослабленная задача).

6.22 Под целой частью некоторого числа a понимается минимальное целое число $[a]$, не превосходящее данного.

6.23 Под дробной частью некоторого числа a понимается наименьшее неотрицательное число $\{a\}$ такое, что разность между ним и a есть $[a]$ – целая часть числа.

На соответствие

6.24 Установите соответствие между уравнением и неравенством Гомори, вписав соответствующий номер уравнения в ячейке напротив неравенства Гомори:

Уравнение	Неравенство Гомори	№
1. $2x_1+\frac{1}{2}x_2+\frac{3}{2}x_3+x_4=\frac{7}{3}$	$\frac{2}{3}-\frac{1}{2}x_2-\frac{1}{3}x_3\le 0$	
2. $2x_1+\frac{5}{2}x_2-\frac{3}{2}x_3+x_4=-\frac{7}{3}$	$\frac{1}{3}-\frac{1}{2}x_2-\frac{2}{3}x_3\le 0$	
3. $2x_1+\frac{1}{2}x_2+\frac{1}{3}x_3+x_4=\frac{8}{3}$	$\frac{2}{3}-\frac{1}{2}x_2-\frac{1}{2}x_3\le 0$	
4. $2x_1+\frac{1}{2}x_2-\frac{1}{3}x_3+x_4=-\frac{8}{3}$	$\frac{1}{3}-\frac{1}{2}x_2-\frac{1}{2}x_3\le 0$	

ТЕМА 7: ТРАНСПОРТНАЯ ЗАДАЧА ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Впишите пропущенное слово

7.1 Клетки матрицы перевозок в транспортной задаче, где $x_{ij} > 0$, называются ___________________, а остальные, где $x_{ij} = 0$ – свободными.

7.2 Если $\sum_{i=1}^{m} a_i \neq \sum_{j=1}^{n} b_j$, то транспортная задача линейного программирования называется ___________________.

7.3 План $X^* = \left(x_{ij}^*\right)_{m \times n}$, при котором целевая функция $Z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \to \min$ принимает наименьшее значение, называется ___________________ планом транспортной задачи.

7.4 В транспортной таблице несколько клеток, соединенных замкнутой ломаной линией, которая в каждой клетке совершает поворот на 90° называют ___________________.

Выберите один или несколько ответов

7.5 Транспортная задача

Мощности поставщиков	**Мощности потребителей**	
	30	**110**
20	3	9
30	4	1
100	6	8

является

а) открытой;

б) закрытой;

в) неразрешимой.

7.6 Транспортная задача

Мощности поставщиков	**Мощности потребителей**		
	50	**60+a**	**200**
100+b	3	9	5
200	4	1	7

является закрытой, если

а) $b = 40,\ a = 40$;

б) $b = 40,\ a = 30$;

в) $b = 40,\ a = 20$;

г) $b = 40,\ a = 10$.

7.7 Закрытыми транспортными задачами являются

а)

Мощности поставщиков	Мощности потребителей			
	35	**25**	**15**	**10**
20	3	9	4	5
30	4	1	7	6
40	6	8	2	9

б)

Мощности поставщиков	Мощности потребителей			
	35	**25**	**15**	**10**
25	3	9	4	5
30	4	1	7	6
40	6	8	2	9

в)

Мощности поставщиков	Мощности потребителей			
	35	**25**	**15**	**25**
22	3	9	4	5
33	4	1	7	6
45	6	8	2	9

г)

Мощности поставщиков	Мощности потребителей			
	35	**26**	**14**	**24**
22	3	9	4	5
33	4	1	7	6
45	6	8	2	9

Для решения транспортной задачи

Мощности поставщиков	Мощности потребителей	
	30	**90**
20	3	9
30	4	1
100	6	8

необходимо ввести

а) эффективную процентную ставку;

б) фиктивного потребителя;

в) фиктивного поставщика.

7.8 Для решения транспортной задачи

Мощности поставщиков	**Мощности потребителей**	
	50	**130**
20	3	9
20	4	1
100	6	8

необходимо ввести

а) эффективную процентную ставку;

б) фиктивного потребителя;

в) фиктивного поставщика.

7.9 Два пункта A_1 и A_2 имеют соответственно 60 и 160 единиц товара. Данный товар необходимо перевезти в пункты B_1, B_2, B_3 в количестве 80, 70 и 70 единиц соответственно. Матрица тарифов следующая: $\begin{pmatrix} 4 & 6 & 8 \\ 5 & 8 & 7 \end{pmatrix}$. Необходимо спланировать перевозки таким образом, чтобы стоимость их была минимальной. Укажите опорный план данной транспортной задачи:

а) $\begin{pmatrix} 60 & 0 & 0 \\ 50 & 60 & 50 \end{pmatrix}$;

б) $\begin{pmatrix} 40 & 20 & 0 \\ 20 & 70 & 70 \end{pmatrix}$;

в) $\begin{pmatrix} 60 & 0 & 0 \\ 20 & 70 & 70 \end{pmatrix}$;

г) $\begin{pmatrix} 20 & 20 & 20 \\ 60 & 50 & 50 \end{pmatrix}$.

7.10 С помощью какого метода можно составить исходный опорный план в транспортной задаче?

а) методом северо-западного угла;

б) методом минимальной стоимости;

в) методом Фогеля;

г) методом наибольшего предпочтения;

д) всеми перечисленными методами.

7.11 Укажите свойства цикла пересчета

а) каждый цикл имеет четное число вершин;

б) каждый цикл имеет нечетное число вершин;

в) для каждой свободной клетки можно построить цикл пересчета и притом единственный;

г) одна вершина цикла находится в свободной (пустой) клетке (для которой образуется цикл), остальные клетки базисные (заполненные);

д) если ломанная линия, образующая цикл, пересекается, то точка самопересечения является вершиной цикла;

7.12 Три поставщика имеют груз в количествах 30, 50 и 60 единиц. Груз необходимо доставить четырем потребителям в количествах 20, 30, 40 и 50 единиц соответственно. Причём известна стоимость перевозки товара от каждого поставщика к каждому потребителю $\begin{pmatrix} 1 & 7 & 4 & 8 \\ 9 & 5 & 6 & 8 \\ 7 & 3 & 6 & 2 \end{pmatrix}$. Используя метод северо-западного угла, найдите первоначальный план перевозок.

а) $\begin{pmatrix} 20 & 0 & 0 & 10 \\ 0 & 20 & 30 & 0 \\ 0 & 10 & 10 & 40 \end{pmatrix}$;

б) $\begin{pmatrix} 20 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 20 & 30 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 5 0 \end{pmatrix}$;

в) $\begin{pmatrix} 20 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & 30 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 50 \end{pmatrix}$;

г) $\begin{pmatrix} 0 & 30 & 0 & 0 \\ 20 & 0 & 30 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 50 \end{pmatrix}$.

7.13 Три поставщика имеют груз в количествах 30, 50 и 60 единиц. Груз необходимо доставить четырем потребителям в количествах 20, 30, 40 и 50 единиц соответственно. Причём известна стоимость перевозки товара от каждого поставщика к каждому потребителю $\begin{pmatrix} 1 & 7 & 4 & 8 \\ 9 & 5 & 6 & 8 \\ 7 & 3 & 6 & 2 \end{pmatrix}$. Используя метод наименьшей стоимости, найдите первоначальный план перевозок.

а) $\begin{pmatrix} 20 & 0 & 0 & 10 \\ 0 & 20 & 30 & 0 \\ 0 & 10 & 10 & 40 \end{pmatrix}$;

б) $\begin{pmatrix} 20 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 20 & 30 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 5 0 \end{pmatrix}$;

в) $\begin{pmatrix} 20 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & 30 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 50 \end{pmatrix}$;

г) $\begin{pmatrix} 0 & 30 & 0 & 0 \\ 20 & 0 & 30 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 50 \end{pmatrix}$.

Впишите число

7.14 Транспортная таблица содержит 5 строк и 7 столбцов. Суммарные объёмы груза по отправлению и получению равны. Тогда число базисных клеток в таблице равно ____.

7.15 Транспортная таблица содержит 6 строк и 5 столбцов. Суммарные объёмы груза по отправлению и получению равны. Тогда число базисных клеток в таблице равно ____.

7.16 Для решения транспортной задачи

Мощности поставщиков	**Мощности потребителей**	
	50	**130**
20	3	9
20	4	1
100	6	8

необходимо ввести фиктивного поставщика с объемом равным ____.

7.17 Три поставщика имеют груз в количествах 30, 50 и 60 единиц. Груз необходимо доставить четырем потребителям в количествах 20, 30, 40 и 50 единиц соответственно. Причём известна стоимость перевозки товара от каждого поставщика к каждому потребителю $\begin{pmatrix} 1 & 7 & 4 & 8 \\ 9 & 5 & 6 & 8 \\ 7 & 3 & 6 & 2 \end{pmatrix}$. Используя метод северо-западного угла, вычислите стоимость первоначального плана перевозок. Ваш ответ ________.

7.18 Три поставщика имеют груз в количествах 30, 50 и 60 единиц. Груз необходимо доставить четырем потребителям в количествах 20, 30, 40 и 50 единиц соответственно. Причём известна стоимость перевозки товара от каждого поставщика к каждому потребителю $\begin{pmatrix} 1 & 7 & 4 & 8 \\ 9 & 5 & 6 & 8 \\ 7 & 3 & 6 & 2 \end{pmatrix}$. Используя метод наименьшей стоимости, вычислите стоимость первоначального плана перевозок. Ваш ответ ________.

7.19 Перевозка однородного груза реализуется по плану, заданному транспортной таблицей.

9 **3**	3 **5**
4	8 **2**

В клетках таблицы: сверху – затраты на перевозку единицы груза, снизу - размер грузопотока. При подсчёте потенциалов, потенциал первой строки был задан равным нулю.

Тогда потенциалы $u_2 =$_____, $\upsilon_1 =$_____, $\upsilon_2 =$_____.

7.20 Перевозка однородного груза реализуется по плану, заданному транспортной таблицей.

8 **3**	3 **5**
4	8 **3**

В клетках таблицы: сверху – затраты на перевозку единицы груза, снизу - размер грузопотока. При подсчёте потенциалов, потенциал первой строки был задан равным нулю.

Тогда потенциалы $u_2 =$_____, $\upsilon_1 =$_____, $\upsilon_2 =$_____.

7.21 Перевозка однородного груза реализуется по плану, заданному транспортной таблицей.

4 **20**	2 **30**	5 **40**
1 **100**	9	6
3	5 **50**	7

В клетках таблицы: сверху – затраты на перевозку единицы груза, снизу – размер грузопотока. При подсчёте потенциалов, потенциал первой строки был задан равным нулю. Тогда потенциалы $u_2 =$_____, $u_3 =$_____, $\upsilon_1 =$_____, $\upsilon_2 =$_____, $\upsilon_3 =$_____.

7.22 Перевозка однородного груза реализуется по плану, заданному транспортной таблицей.

9 **3**	3 **6**
4	8 **2**

В клетках таблицы: сверху – затраты на перевозку единицы груза, снизу – размер грузопотока. При переходе к новому варианту плана перевозки, в котором клетка (2,1) будет базисной, грузопоток $X(2,1)$ равен ____.

7.23 Перевозка однородного груза реализуется по плану, заданному транспортной таблицей.

9 **3**	3 **6**
4	8 **4**

В клетках таблицы: сверху – затраты на перевозку единицы груза, снизу – размер грузопотока. При переходе к новому варианту плана перевозки, в котором клетка (2,1) будет базисной, грузопоток $X(2,1)$ равен ____.

7.24 Перевозка однородного груза реализуется по плану, заданному транспортной таблицей.

4 **20**	2 **30**	4 **10**
1 **10**	9	6
3	1 **50**	7

В клетках таблицы: сверху – затраты на перевозку единицы груза, снизу – размер грузопотока. При переходе к новому варианту плана перевозки, в котором клетка (3,1) будет базисной, изменение значения перевозочных затрат равно ____.

7.25 Перевозка однородного груза реализуется по плану, заданному транспортной таблицей.

4 **20**	2 **30**	4 **40**
1 **100**	9	6
3	5 **50**	7

В клетках таблицы: сверху – затраты на перевозку единицы груза, снизу – размер грузопотока. При переходе к новому варианту плана перевозки, в котором клетка (3,1) будет базисной,

грузопоток $X(1,2)$ равен ____,

грузопоток $X(3,1)$ равен ____,

грузопоток $X(3,2)$ равен ____,

7.26 Перевозка однородного груза реализуется по плану, заданному транспортной таблицей.

9 **3**	3 **6**
4	8 **2**

В клетках таблицы: сверху – затраты на перевозку единицы груза, снизу – размер грузопотока. При переходе к новому варианту плана перевозки, в котором клетка (2,1) будет базисной, изменение значения перевозочных затрат равно ____.

7.27 Перевозка однородного груза реализуется по плану, заданному транспортной таблицей.

8 **3**	3 **6**
4	8 **2**

В клетках таблицы: сверху – затраты на перевозку единицы груза, снизу – размер грузопотока. При переходе к новому варианту плана перевозки, в котором клетка (2,1) будет базисной, изменение значения перевозочных затрат равно

7.28 Перевозка однородного груза реализуется по плану, заданному транспортной таблицей.

4 **20**	2 **30**	4 **40**	8
1 **100**	9	6	3 **100**
3	5	7	2 **100**

В клетках таблицы: сверху – затраты на перевозку единицы груза, снизу в скобках – размер грузопотока. Суммарные перевозочные затраты по заданному плану равны ____.

7.29 Исходные данные транспортной задачи приведены в таблице.

	10	**11**
12	10	3
5	5	7
18	1	4

Составьте такой план перевозок однородного груза от пунктов производства к пунктам потребления, чтобы суммарные транспортные расходы были минимальными.

Результаты:

$x_{11}=$______, $x_{12}=$______,

$x_{21}=$______, $x_{22}=$______,

$x_{31}=$______, $x_{32}=$______, $L_{\min}$ ______.

7.30 Исходные данные транспортной задачи приведены в таблице.

	8	**14**	**11**
10	4	3	5
15	10	1	2
8	3	8	6

Составьте такой план перевозок однородного груза от пунктов производства к пунктам потребления, чтобы суммарные транспортные расходы были минимальными.

Результаты:

$x_{11}=$______, $x_{12}=$______, $x_{13}=$______,

$x_{21}=$______, $x_{22}=$______, $x_{23}=$______,

$x_{31}=$______, $x_{32}=$______, $x_{33}=$______, $L_{\min}$ ______.

В – Верно, Н – Неверно

7.31 Ранг матрицы из коэффициентов при неизвестных системы ограничений ТЗ равен $m+n$, где m и n является соответственно количеством поставщиков и потребителей.

7.32 Существенным недостатком метода северо-западного угла является то, что при загрузке клеток не учитываются тарифы c_{ij}, поэтому построенный опорный план оказывается далеким от оптимального.

7.33 Сбалансированная транспортная задача не всегда имеет решение.

7.34 Если в транспортной задаче все числа a_i, b_j являются целыми или кратными k, то все опорные планы транспортной задачи, в том числе и оптимальный план, также является целочисленным или кратным k.

7.35 Каждый цикл пересчета имеет четное число вершин.

ТЕМА 8: ЗАДАЧА О НАЗНАЧЕНИЯХ

Впишите пропущенное слово

8.1 ____________________ это вид задачи линейного программирования, с помощью которой решаются следующие вопросы: как распределить по станкам рабочих, чтобы общая выработка была наибольшей или чтобы затраты на заработную плату были наименьшими, как наилучшим образом распределить экипажи самолетов, как назначить людей на различные должности и т.д.

Выберите один или несколько ответов

8.2 В каком году Гарольд Кун разработал и опубликовал венгерский алгоритм?

а) 1955;

б) 1956;

в) 1957;

г) 1958;

д) 1960.

8.3 Задача о назначениях является частным случаем транспортной задачи. Выберите из приведенных ниже правильную характеристику транспортной таблицы, построенной для задачи о назначениях:

а) объемы поставок являются равными единице, а объемы потребления – отличными от единицы;

б) матрица транспортных затрат является прямоугольной, а объемы потребления и поставок являются равными единице;

в) объемы потребления являются равными единице, а объемы поставок – отличными от единицы;

г) матрица транспортных затрат является квадратной, а объемы поставок являются отличными от единицы;

д) матрица транспортных затрат является квадратной, а объемы потребления являются отличными от единицы.

8.4 В задаче о назначениях оптимальный план представляется в виде:

а) квадратной матрицы, в которой каждая строка содержит одну единицу;

б) квадратной матрицы, в которой каждая строка содержит хотя бы одну единицу;

в) квадратной матрицы, в которой каждый столбец содержит хотя бы одну единицу;

г) квадратной матрицы, в которой каждый столбец содержит одну единицу;

д) квадратной матрицы, в которой каждая строка и каждый столбец содержит одну единицу.

8.5Венгерский метод состоит из

а) пяти этапов;

б) четырех этапов;

в) трех этапов;

г) двух этапов,

Впишите число

8.6 Даны две работы и два рабочих, каждый из которых может выполнить любую работу.

Работа / Рабочий	1	2
	Время необходимое i рабочему для выполнения j работы	
1	4	7
2	6	8

Определите минимальное время выполнения двух работ. Ваш ответ ______.

8.7 Даны две работы и два рабочих, каждый из которых может выполнить любую работу.

Работа	1	2
	Время необходимое i рабочему	

Рабочий	для выполнения j работы	
1	10	12
2	13	16

Определите минимальное время выполнения двух работ. Ваш ответ ______.

8.8 Даны две работы и три рабочих, каждый из которых может выполнить любую работу.

Работа / Рабочий	1	2
	Время необходимое i рабочему для выполнения j работы	
1	6	7
2	3	4
3	5	8

Определите минимальное время выполнения двух работ. Ваш ответ ______.

8.9 Рассмотрим задачу о назначениях с 4 работами и 4 станками. Стоимость работы i на станке j представлена в таблице:

2	10	9	7
15	4	14	8
13	14	16	11
4	15	13	19

Чему равна минимальная суммарная стоимость производства? Ваш ответ ______.

8.10 Рассмотрим задачу о назначениях с тремя работами и тремя станками. Стоимость работы i на станке j представлена в таблице:

5	7	9
14	10	12
15	13	16

Необходимо решить данную задачу, чтобы суммарная стоимость производства была минимальной.

Результаты решения:

$x_{11} =$ ______, $x_{12} =$ ______, $x_{13} =$ ______,

$x_{21} =$ ______, $x_{22} =$ ______, $x_{23} =$ ______,

$x_{31} =$ ______, $x_{32} =$ ______, $x_{33} =$ ______, $L_{\min}$ ______.

В – Верно, Н – Неверно

8.11 Если исходная матрица не является квадратной, то венгерский алгоритм не применим.

8.12 В венгерском алгоритме Этап 2 это перераспределение нулей.

8.13 Если сходная матрица в венгерском алгоритме не является квадратной, то необходимо ввести фиктивные ресурсы или фиктивные объекты, чтобы исходная матрица стала квадратной.

На соответствие

8.14 Установите соответствие между этапами и их действиями, вписав соответствующий номер этапа в ячейке напротив действия этапа:

Этап	**Действие этапа**	**№**
1	Получение оптимального решения.	
2	Приведение по строкам и столбцам.	
3	Перераспределение нулей.	

ОТВЕТЫ

ТЕМА 1: ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Задание	Ответ	Задание	Ответ
1	модель	**9**	а
2	моделирование	**10**	а
3	математическая модель	**11**	а
4	экономико-математическая модель	**12**	в
5	линейное программирование	**13**	б
6	б	**14**	В
7	г	**15**	В
8	в	**16**	Н

ТЕМА 2: ОБЩАЯ ЗАДАЧА ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Задание	Ответ	Задание	Ответ
1	канонической (основной)	**18**	а
2	симметричной (стандартной)	**19**	б
3	целевой	**20**	б
4	допустимым решением (планом)	**21**	а
5	вырожденным	**22**	а,б
6	невырожденным	**23**	д
7	областью (множеством) допустимых решений	**24**	а
8	выпуклым	**25**	а, б, в
9	угловыми	**26**	г
10	выпуклый многоугольник, вершинами	**27**	г,д
11	выпуклый многогранник, вершинами	**28**	2
12	выпуклым	**29**	3
13	в	**30**	3
14	а	**31**	В
15	а	**32**	В

16	б, д	**33**	Н
17	в, г	**34**	В

ТЕМА 3: ГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Задание	Ответ	Задание	Ответ	Задание	Ответ
1	а	**11**	г	**21**	-6, *C*
2	г	**12**	24	**22**	18, 4, 3
3	а	**13**	48	**23**	18
4	а	**14**	12	**24**	86
5	г	**15**	3	**25**	Н
6	б	**16**	-8	**26**	В
7	б	**17**	6	**27**	Н
8	д	**18**	-12	**28**	В
9	а	**19**	1	**29**	1-г, 2-б, 3-а, 4-в
10	а	**20**	22	**30**	

ТЕМА 4: СИМПЛЕКСНЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Задание	Ответ	Задание	Ответ
1	Симплекс–метод	**13**	1947
2	Невырожденным	**14**	2
3	Базисом	**15**	3
4	а	**16**	7
5	а	**17**	11
6	г	**18**	x_2, x_5, 7
7	а	**19**	x_2, x_3, 5
8	г	**20**	5, 4, 1
9	б	**21**	В
10	в	**22**	Н
11	б	**23**	Н
12	а	**24**	В

ТЕМА 5: ДВОЙСТВЕННЫЕ ЗАДАЧИ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Задание	Ответ	Задание	Ответ
1	сопряженной или двойственной	**19**	2
2	минимум	**20**	3
3	смешанной	**21**	17
4	несимметричными	**22**	5.8
5	б	**23**	4
6	б	**24**	4, 1, 0, 2/3, 1/3, 3
7	а	**25**	2, 1, 1, 0, 2, 2
8	в	**26**	5, 0, 0, 2, 10
9	б	**27**	В
10	б	**28**	Н
11	в	**29**	В
12	г	**30**	Н
13	г	**31**	В
14	а	**32**	В
15	а	**33**	В
16	г	**34**	Н
17	б	**35**	В
18	в	**36**	1,2,3

ТЕМА 6: ЗАДАЧИ ЦЕЛОЧИСЛЕННОГО ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Задание	Ответ	Задание	Ответ	Задание	Ответ
1	а,в	**9**	18	**17**	3,2,8
2	а, в, д, е	**10**	5, $\frac{2}{3}$	**18**	0,3,4,-15
3	а	**11**	-3, $\frac{2}{3}$	**19**	Н
4	в	**12**	3, $\frac{3}{4}$	**20**	В
5	в	**13**	5, 0	**21**	В
6	б	**14**	0, $\frac{1}{3}$	**22**	Н
7	г	**15**	-8, 0.5	**23**	В
8	б	**16**	-1, 0.5	24	3,4,2,1

ТЕМА 7: ТРАНСПОРТНАЯ ЗАДАЧА ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Задание	Ответ	Задание	Ответ	Задание	Ответ
1	базисными	**13**	в	**25**	0
2	открытой	**14**	б	**26**	50, 20, 30
3	оптимальным	**15**	11	**27**	-20
4	циклом пересчета	**16**	10	**28**	-18
5	а	**17**	40	**29**	900
6	б	**18**	530	**30**	0, 11, 0, 0, 10, 0, 43
7	в	**19**	470	**31**	0, 10, 0, 0, 4, 11, 8, 0, 0,80
8	б	**20**	5, 9, 3	**32**	Н
9	в	**21**	5, 8, 3	**33**	В
10	в	**22**	-3, 3, 4, 2, 5	**34**	Н
11	д	**23**	2	**35**	В
12	а, в, г	**24**	3	**36**	В

ТЕМА 8: ЗАДАЧА О НАЗНАЧЕНИЯХ

Задание	Ответ	Задание	Ответ
1	Задача о назначениях	**8**	9
2	а	**9**	28
3	б	**10**	1,0,0, 0,0,1, 0,1,0, 30
4	д	**11**	Н
5	в	**12**	Н
6	12	**13**	В
7	25	**14**	2,1,3

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Балдин, К.В. Математическое программирование: учебник / К.В. Балдин, Н.А. Брызгалов, А.В. Рукосуев ; под общ. ред. К.В. Балдина. – 2-е изд. – Москва : Дашков и К°, 2018. – 218 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=112201.

2. Грешилов, А.А. Прикладные задачи математического программирования : учебное пособие / А.А. Грешилов. – 2-е изд., доп. – Москва : Логос, 2006. – 288 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=89784.

3. Кириллов, Ю.В. Прикладные методы оптимизации: учебное пособие: [16+] / Ю.В. Кириллов, С.О. Веселовская. – Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2012. – Ч. 1. Методы решения задач линейного программирования. – 235 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=228968.

4. Пантелеев, А. В. Методы оптимизации : учебное пособие / А. В. Пантелеев, Т. А. Летова. – Москва: Логос, 2011. – 424 с. – ISBN 978-5-98704-540-4. – Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. – URL: http://www.iprbookshop.ru/9093.html.

5. Шапкин, А.С. Математические методы и модели исследования операций : учебник / А.С. Шапкин, В.А. Шапкин. – 7-е изд. – Москва : Дашков и К, 2019. – 398 с.: ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=573373.

6. Шевченко, А.С. Линейное программирование: учебное пособие для студентов, обучающихся по направлению 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника» / А.С. Шевченко; Рубцовский индустриальный институт. – Рубцовск: РИИ, 2021. – 150 с. URL: https://edu.rubinst.ru/resources/books/Shevchenko_A.S._Lineynoe_programmirovanie_UP_2021.pdf (дата обращения 01.10.2021)

7. Шелехова, Л. В. Методы оптимальных решений: учебное пособие / Л. В. Шелехова. – 2-е изд., стер. – Санкт-Петербург: Лань, 2017. – 304 с. – ISBN 978-5-8114-2165-7. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: https://e.lanbook.com/book/91895

Шевченко Алеся Сергеевна

ЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ. ТЕСТЫ

Учебное пособие для студентов направления 09.03.01«Информатика и вычислительная техника»

Подписано к печати 09.03.22. Формат 60x84/16.
Усл. печ. л. 3,44. Тираж 25 экз. Зак. 221805. Рег. № 6.

Отпечатано в ИТО Рубцовского индустриального института
658207, Рубцовск, ул. Тракторная, 2/6.