МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Рубцовский индустриальный институт (филиал)

федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования

«Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова»

(РИИ АлтГТУ)

Е.В. Никитенко

ИНТЕГРАЛЫ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Методические указания по выполнению контрольной работы

для студентов всех форм обучения направления «Информатика и вычислительная техника»

Рубцовск 2021

УДК 517.3, 517.9

Никитенко Е.В. Интегралы и дифференциальные уравнения: методические указания по выполнению контрольной работы для студентов всех форм обучения направления «Информатика и вычислительная техника» / Е.В. Никитенко; Рубцовский индустриальный институт. – Рубцовск: РИИ, 2021. – 17 с.

Настоящие указания содержат необходимые теоретические сведения и подробное решение одного варианта заданий. Приведен список из 26 вариантов контрольных работ.

Рассмотрено и одобрено на
заседании кафедры ПМ
Протокол № 8 от 26.02.2021 г.

Рецензент: к.ф.-м.н., доцент В.В. Борисовский

СОДЕРЖАНИЕ

Введение

В соответствии с учебным планом при изучении дисциплины «Интегралы и дифференциальные уравнения» студенты должны выполнить контрольную работу. Выполнение контрольной работы необходимо для систематизации и закрепления ранее полученных теоретических знаний и практических умений, а также способствует формированию умения работать с дополнительной и справочной литературой.

Методические указания предназначены для студентов всех форм обучения по направлению подготовки бакалавров 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника», изучающих дисциплину «Интегралы и дифференциальные уравнения».

Настоящие указания содержат необходимые теоретические сведения и подробное решение одного варианта заданий.

1 Требования к оформлению контрольной работы

Контрольная работы выполняется в отдельной тетради или на листах формата А4, скрепленных в папке-скоросшивателе. На обложку тетради приклеивается или в качестве верхнего листа в папке-скоросшивателе прикладывается ***титульный лист,*** оформленный в соответствии с установленной формой (Приложение А). На титульном листе студентом указываются только свои ФИО, номер группы и номер варианта. Формулировка задания перед решением полностью переписывается.

Номер варианта контрольной работы соответствует порядковому номеру студента в списке журнала группы.

Работа должна быть аккуратно оформлена и представлена для проверки не менее чем за 2 недели до начала сессии. Контрольные работы, не соответствующие номеру варианта не проверяются.

2 Теоретические сведения

2.1 Линейные системы дифференциальных уравнений

Определение. Неоднородной системой линейных дифференциальных уравнений первого порядка с постоянными коэффициентами называют систему следующего вида:

$$\dot{y}_i(t) = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} y_j(t) + f_i(t), \;\; i = \overline{1,n} \;\; t \in (a,b). \tag{1}$$

Здесь: $y_1(t), \dots, y_n(t)$ – неизвестные функции; a_{ij} – заданные действительные числа, называемые коэффициентами системы; $f_i(t)$ – заданные непрерывные функции, называемые свободными членами системы; $\dot{y}_i(t) = \frac{dy_i}{dt}$ (точка над функцией обозначает дифференцирование); n – размерность системы.

Систему (1) удобно записывать в матричной форме записи:

$$\begin{pmatrix} \dot{y}_1(t) \\ \vdots \\ \dot{y}_n(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1(t) \\ \vdots \\ y_n(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} f_1(t) \\ \vdots \\ f_n(t) \end{pmatrix}$$

или

$$\frac{dy}{dt} = Ay + f(t), \qquad t \in (a,b), \tag{2}$$

где $y = (y_1(t), \dots, y_n(t))^T \in C^1(a,b)$ – искомая вектор-функция, $A = (a_{ij})_{n\times n}$ – заданная матрица коэффициентов, $f(t) = \left(f_1(t), \dots, f_n(t)\right)^T \in C(a,b)$ – заданная вектор-функция.

Определение. Вектор-функция $y(t) = (y_1(t), \dots, y_n(t))^T \in C^1(a,b)$ называется решением системы (2), если выполнено тождество

$$\frac{dy(t)}{dt} \equiv Ay(t) + f(t), \qquad t \in (a,b).$$

Замечание. Если размерность системы $n = 2$ или $n = 3$, то в качестве компонент искомой вектор-функции берут соответственно

$$\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} \text{ или } \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix}.$$

2.2 Фундаментальная система решений

При решении линейных систем размерности $n = 2$, как правило, удобным является метод исключения неизвестных. При решении линейных систем размерности $n = 3$ и выше применяют метод, использующий нахождение собственных значений и собственных векторов матрицы системы.

Рассмотрим на интервале $t \in (a, b)$ однородную систему линейных дифференциальных уравнений

$$\dot{y}_i(t) = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} y_j(t)\,,\;\; i = \overline{1, n}. \tag{3}$$

Определение. Совокупность линейно-независимых на интервале (a, b) решений системы (3)

$$y^1(t), y^2(t), \dots, y^n(t)$$

называется *фундаментальной системой решений* для (3), а матрица

$$\mathrm{Y}(t) = (y^1(t)\;\; y^2(t) \dots y^n(t))$$

– фундаментальной матрицей решений для (3).

Таким образом, общее решение системы (3) можно записать в виде

$$y(t) = \mathrm{Y}(t)C,$$

где $\mathrm{C} = (C_1, \dots, C_n)^T$ – произвольный вектор.

2.3 Метод собственных значений и собственных векторов

Данный метод основан на поиске независимых решений в виде

$$y^i(t) = e^{\lambda_i t} v_i,$$

где λ_i – собственное значение матрицы А, а v_i – соответствующий собственный вектор. Удобен в случае когда все корни характеристического уравнения $\det(A - \lambda E) = 0$ действительны и различны, а также в случае, когда матрица А является симметричной. У симметричной матрицы все собственные значения действительны и для каждого собственного значения кратности более 1 можно найти соответствующее количество линейно независимых собственных векторов.

Общее решение системы (3) может быть записано в виде:

$$y(t) = \mathrm{C}_1 e^{\lambda_1 t} v_1 + \mathrm{C}_2 e^{\lambda_2 t} v_2 + \dots + \mathrm{C}_\mathrm{n} e^{\lambda_n t} v_n.$$

2. Образец выполнения контрольной работы

Задание 1. Используя соответствующий математический аппарат, найти решение линейной однородной системы методом исключения:

$$\begin{cases} \dot{x} = -5x - 6y, \\ \dot{y} = 8x + 9y. \end{cases}$$

Решение. Продифференцируем первое уравнение системы:

$$x'' = -5x' - 6y'.$$

В полученное уравнение подставим выражение для y' из второго уравнения системы. Получим

$$x'' = -5x' - 6y' = -5x' - 6(8x + 9y) = -5x' - 48x - 54y.$$

Выразим из первого уравнения системы $6y$ и подставим в полученное выше:

$$x'' = -5x' - 48x - 9(-x' - 5x) = -5x' - 48x + 9x' + 45x = 4x' - 3x$$

или

$$x'' - 4x' + 3x = 0.$$

Общим решением данного уравнения является

$$x(t) = C_1 e^t + C_2 e^{3t},$$

где C_1, C_2 – произвольные постоянные. Подставив найденное $x(t)$ в первое уравнение системы, получим:

$$(C_1 e^t + C_2 e^{3t})' = -5(C_1 e^t + C_2 e^{3t}) - 6y(t)$$

или

$$y(t) = \frac{1}{6}(-5C_1 e^t - 5C_2 e^{3t} - C_1 e^t - 3e^{3t}) = -C_1 e^t - \frac{4}{3} C_2 e^{3t}.$$

Таким образом, вектор-функцию с компонентами $x(t)$ и $y(t)$, являющуюся решением данной системы уравнений можно представить в виде:

$$\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = C_1 e^t \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} + C_2 e^{3t} \begin{pmatrix} 1 \\ -4/3 \end{pmatrix} = C_1 e^t \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} + \tilde{C}_2 e^{3t} \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}.$$

Задание 2. Используя соответствующий математический аппарат, найти решение линейной неоднородной системы методом исключения:

$$\begin{cases} \dot{x} = 3x - 5y - 2e^t, \\ \dot{y} = x - y - e^t. \end{cases}$$

Решение. Продифференцируем первое уравнение системы:

$$x'' = 3x' - 5y' - 2e^t.$$

В полученное уравнение подставим выражение для y' из второго уравнения системы. Получим

$$x'' = 3x' - 5(x - y - e^t) - 2e^t = 3x' - 5x + 5y + 3e^t.$$

Выразим из первого уравнения системы $5y$ и подставим в полученное выше:

$$x'' = 3x' - 5x + 3x - x' - 2e^t + 3e^t = 2x' - 2x + e^t$$

или

$$x'' - 2x' + 2x = e^t.$$

Общим решением данного уравнения является

$$x(t) = e^t(C_1\cos(t) + C_2\sin(t) + 1),$$

где C_1, C_2 – произвольные постоянные. Подставив найденное $x(t)$ в первое уравнение системы, получим:

$$(e^t(C_1\cos(t) + C_2\sin(t) + 1))' = 3e^t(C_1\cos(t) + C_2\sin(t) + 1) - 5y(t) - 2e^t$$

или

$$y(t) = \frac{1}{5}(C_1e^t(2\cos(t) + \sin(t)) + C_2e^t(2\sin(t) - \cos(t))).$$

Таким образом, вектор-функцию с компонентами $x(t)$ и $y(t)$, являющуюся решением данной системы уравнений можно представить в виде:

$$\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \frac{C_1}{5}e^t\begin{pmatrix} 5\cos(t) \\ 2\cos(t) + \sin(t) \end{pmatrix} + \frac{C_2}{5}e^t\begin{pmatrix} 5\sin(t) \\ 2\sin(t) - \cos(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e^t \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Задание 3. Используя соответствующий математический аппарат, найти решение линейной однородной системы методом собственных значений:

$$\begin{cases} \dot{x} = x, \\ \dot{y} = 2y + 2z, \\ \dot{z} = 2y + 5z. \end{cases}$$

Решение. Запишем матрицу А и найдем ее характеристический многочлен $\det(A - \lambda E)$:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 5 \end{pmatrix},$$

$$\det(A - \lambda E) = \begin{vmatrix} 1-\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 2-\lambda & 2 \\ 0 & 2 & 5-\lambda \end{vmatrix} =$$

$$= -\lambda^3 + 8\lambda^2 - 13\lambda + 6 = -(\lambda - 1)^2(\lambda - 6).$$

Итак, собственные значения равны: $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = 1$, $\lambda_3 = 6$. Найдем соответствующие собственные векторы.

Так как собственное значение $\lambda = 1$ имеет алгебраическую кратность равную двум, то найдем пару взаимно ортогональных собственных векторов $v_1 = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}$ и $v_2 = \begin{pmatrix} \alpha' \\ \beta' \\ \gamma' \end{pmatrix}$, координаты которых удовлетворяют следующей системе уравнений:

$$\begin{cases} 0\alpha + 0\beta + 0\gamma = 0, \\ 0\alpha + 1\beta + 2\gamma = 0, \\ 0\alpha + 2\beta + 4\gamma = 0. \end{cases}$$

Решив систему, получим: $\beta = -2\gamma$ и $\alpha -$ произвольное. Выделим два каких-нибудь взаимно ортогональных вектора (т.е. $(v_1, v_2) = 0$), например:

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ и } v_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

При $\lambda_3 = 6$ координаты собственного вектора $v_3 = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}$ должны удовлетворять системе уравнений:

$$\begin{cases} -5\alpha + 0\beta + 0\gamma = 0, \\ 0\alpha - 4\beta + 2\gamma = 0, \\ 0\alpha + 2\beta - 1\gamma = 0. \end{cases}$$

Решив систему, получим: $\alpha = 0$ и $\gamma = 2\beta$. Полагая, например, $\beta = 1$, получим

$$v_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, общее решение можно записать в виде:

$$\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix} = C_1 e^t \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + C_2 e^t \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + C_3 e^{6t} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

4. Комплект заданий для выполнения контрольной работы

Задание 1. Используя соответствующий математический аппарат, найти решение линейной однородной системы методом исключения:

1.1 $\begin{cases} \dot{x} = x - y, \\ \dot{y} = -4x + y. \end{cases}$

1.2 $\begin{cases} \dot{x} = x - 2y, \\ \dot{y} = x - y. \end{cases}$

1.3 $\begin{cases} \dot{x} = 10x - 6y, \\ \dot{y} = 18x - 11y. \end{cases}$

1.4 $\begin{cases} \dot{x} = -5x - 4y, \\ \dot{y} = 10x + 7y. \end{cases}$

1.5 $\begin{cases} \dot{x} = -6x + 8y, \\ \dot{y} = -4x + 6y. \end{cases}$

1.6 $\begin{cases} \dot{x} = -2x - 3y, \\ \dot{y} = 6x + 7y. \end{cases}$

1.7 $\begin{cases} \dot{x} = 5x - 6y, \\ \dot{y} = 3x - y. \end{cases}$

1.8 $\begin{cases} \dot{x} = -12x - 8y, \\ \dot{y} = 20x + 12y. \end{cases}$

1.9 $\begin{cases} \dot{x} = -5x - 10y, \\ \dot{y} = 5x + 5y. \end{cases}$

1.10 $\begin{cases} \dot{x} = -2x - 4y, \\ \dot{y} = 2x + 2y. \end{cases}$

1.11 $\begin{cases} \dot{x} = -x + 8y, \\ \dot{y} = x + y. \end{cases}$

1.12 $\begin{cases} \dot{x} = x + y, \\ \dot{y} = -2x + 3y. \end{cases}$

1.13 $\begin{cases} \dot{x} = -x - 5y, \\ \dot{y} = x + y. \end{cases}$

1.14 $\begin{cases} \dot{x} = 2x + y, \\ \dot{y} = -x + 4y. \end{cases}$

1.15 $\begin{cases} \dot{x} = 3x - y, \\ \dot{y} = 4x - y. \end{cases}$

1.16 $\begin{cases} \dot{x} = -3x + 2y, \\ \dot{y} = -2x + y. \end{cases}$

1.17 $\begin{cases} \dot{x} = 2x + y, \\ \dot{y} = 3x + 4y. \end{cases}$

1.18 $\begin{cases} \dot{x} = x - y, \\ \dot{y} = -4x + y. \end{cases}$

1.19 $\begin{cases} \dot{x} = -x + 8y, \\ \dot{y} = x + y. \end{cases}$

1.20 $\begin{cases} \dot{x} = x + y, \\ \dot{y} = -2x + 3y. \end{cases}$

1.21 $\begin{cases} \dot{x} = x - 3y, \\ \dot{y} = 3x + y. \end{cases}$

1.22 $\begin{cases} \dot{x} = -x - 5y, \\ \dot{y} = x + y. \end{cases}$

1.23 $\begin{cases} \dot{x} = 2x + y, \\ \dot{y} = -x + 4y. \end{cases}$

1.24 $\begin{cases} \dot{x} = 3x - y, \\ \dot{y} = 4x - y. \end{cases}$

1.25 $\begin{cases} \dot{x} = -3x + 2y, \\ \dot{y} = -2x + y. \end{cases}$

1.26 $\begin{cases} \dot{x} = 5x + 3y, \\ \dot{y} = -3x - y. \end{cases}$

Задание 2. Используя соответствующий математический аппарат, найти решение линейной неоднородной системы методом исключения:

2.1 $\begin{cases} \dot{x} = -2x - y + 36t, \\ \dot{y} = -4x - 5y. \end{cases}$

2.2 $\begin{cases} \dot{x} = 11x - 8y + 4e^{7t}, \\ \dot{y} = 20x - 13y. \end{cases}$

2.3 $\begin{cases} \dot{x} = 6x - 3y + 30e^{t}, \\ \dot{y} = 15x - 6y + 45t. \end{cases}$

2.4 $\begin{cases} \dot{x} = -5x - y, \\ \dot{y} = x - 3y - 9e^{2t}. \end{cases}$

2.5 $\begin{cases}\dot{x} = 3x + 2y - e^{-t},\\ \dot{y} = -2x - 2y - e^{-t}.\end{cases}$

2.6 $\begin{cases}\dot{x} = -7x + 2y + e^{-t},\\ \dot{y} = -15x + 4y.\end{cases}$

2.7 $\begin{cases}\dot{x} = -3x - 3y + t + 1,\\ \dot{y} = 6x + 6y + 2t.\end{cases}$

2.8 $\begin{cases}\dot{x} = -3x + y - e^{-t},\\ \dot{y} = -4x + y.\end{cases}$

2.9 $\begin{cases}\dot{x} = 3x + 2y - 2e^{t},\\ \dot{y} = -3x - 2y - 2e^{t}.\end{cases}$

2.10 $\begin{cases}\dot{x} = -2x - y + t,\\ \dot{y} = -4x - 5y.\end{cases}$

2.11 $\begin{cases}\dot{x} = 11x - 8y + e^{7t},\\ \dot{y} = 20x - 13y.\end{cases}$

2.12 $\begin{cases}\dot{x} = 6x - 3y + 2e^{t},\\ \dot{y} = 15x - 6y + 3t.\end{cases}$

2.13 $\begin{cases}\dot{x} = -5x - y,\\ \dot{y} = x - 3y - e^{2t}.\end{cases}$

2.14 $\begin{cases}\dot{x} = 3x + 2y + e^{-t},\\ \dot{y} = -2x - 2y + e^{-t}.\end{cases}$

2.15 $\begin{cases}\dot{x} = -7x + 2y + 2e^{-t},\\ \dot{y} = -15x + 4y.\end{cases}$

2.16 $\begin{cases}\dot{x} = -3x - 3y + t,\\ \dot{y} = 6x + 6y + 2t.\end{cases}$

2.17 $\begin{cases}\dot{x} = -3x + y + e^{-t},\\ \dot{y} = -4x + y.\end{cases}$

2.18 $\begin{cases}\dot{x} = 3x + 2y + e^{t},\\ \dot{y} = -3x - 2y + e^{t}.\end{cases}$

2.19 $\begin{cases}\dot{x} = 6x - 3y - 2e^{t},\\ \dot{y} = 15x - 6y - 3t.\end{cases}$

2.20 $\begin{cases}\dot{x} = -5x - y,\\ \dot{y} = x - 3y + e^{2t}.\end{cases}$

2.21 $\begin{cases}\dot{x} = 3x + 2y - 2e^{-t},\\ \dot{y} = -2x - 2y - 2e^{-t}.\end{cases}$

2.22 $\begin{cases}\dot{x} = -7x + 2y + e^{-t},\\ \dot{y} = -15x + 4y.\end{cases}$

2.23 $\begin{cases}\dot{x} = -3x - 3y + 2t,\\ \dot{y} = 6x + 6y + t + 1.\end{cases}$

2.24 $\begin{cases}\dot{x} = -3x + y + e^{-t},\\ \dot{y} = -4x + y.\end{cases}$

2.25 $\begin{cases}\dot{x} = 3x + 2y - e^{t},\\ \dot{y} = -3x - 2y - e^{t}.\end{cases}$

2.26 $\begin{cases}\dot{x} = 2x + y + e^{-t},\\ \dot{y} = 3x + 4y.\end{cases}$

Задание 3. Используя соответствующий математический аппарат, найти решение линейной однородной системы методом собственных значений:

3.1 $\begin{cases}\dot{x} = -5x - 2y - 2z,\\ \dot{y} = 10x + 4y + 2z,\\ \dot{z} = 2x + y + 3z.\end{cases}$

3.2 $\begin{cases}\dot{x} = -x + 2y - 4z,\\ \dot{y} = -8x - 3y + 2z,\\ \dot{z} = -2x - 4y + 6z.\end{cases}$

3.3 $\begin{cases}\dot{x} = 4x + y - 2z,\\ \dot{y} = x + 4y + 2z,\\ \dot{z} = -2x + 2y + z.\end{cases}$

3.4 $\begin{cases}\dot{x} = 3x - y + z,\\ \dot{y} = -x + 5y - z,\\ \dot{z} = x - y + 3z.\end{cases}$

3.5 $\begin{cases}\dot{x} = 2x + y + 2z,\\ \dot{y} = 4y - z,\\ \dot{z} = -y + 4z.\end{cases}$

3.6 $\begin{cases}\dot{x} = 2x - z,\\ \dot{y} = 3x + 5y - z,\\ \dot{z} = -x + 2z.\end{cases}$

3.7 $\begin{cases}\dot{x} = 4x - z,\\ \dot{y} = 2x + 2y - z,\\ \dot{z} = -x + 4z.\end{cases}$

3.8 $\begin{cases}\dot{x} = 2x + y,\\ \dot{y} = x + 2y,\\ \dot{z} = 3x + 2y + 4z.\end{cases}$

3.9 $\begin{cases} \dot{x} = 3x + y, \\ \dot{y} = x + 3y, \\ \dot{z} = 2x + y + 5z. \end{cases}$

3.10 $\begin{cases} \dot{x} = 4x + 2y + z, \\ \dot{y} = 2y - z, \\ \dot{z} = -y + 2z. \end{cases}$

3.11 $\begin{cases} \dot{x} = -2x + 2y - z, \\ \dot{y} = -6x + 2y - 2z \\ \dot{z} = -6x - 2y - z. \end{cases}$

3.12 $\begin{cases} \dot{x} = 5x + y - z, \\ \dot{y} = x + 3y + z, \\ \dot{z} = 7x + 3y + z. \end{cases}$

3.13 $\begin{cases} \dot{x} = x - y - z, \\ \dot{y} = -2x + 2y + z, \\ \dot{z} = 4x + 2y + 3z. \end{cases}$

3.14 $\begin{cases} \dot{x} = 5x + 2y + 2z, \\ \dot{y} = x + 6y + 2z, \\ \dot{z} = -5x - 7y - 3z. \end{cases}$

3.15 $\begin{cases} \dot{x} = -x + 2y - 3z, \\ \dot{y} = -x + 4y - z, \\ \dot{z} = 4x - 2y + 6z. \end{cases}$

3.16 $\begin{cases} \dot{x} = x + 2y - z, \\ \dot{y} = 9x - 6y + 3z, \\ \dot{z} = 20x - 20y + 10z. \end{cases}$

3.17 $\begin{cases} \dot{x} = x + 4y + 4z, \\ \dot{y} = x + 3y - z, \\ \dot{z} = -3x + 4y + 8z. \end{cases}$

3.18 $\begin{cases} \dot{x} = 8x - 2y + 2z, \\ \dot{y} = 8x - 3y + 4z, \\ \dot{z} = -2x - 2y + 3z. \end{cases}$

3.19 $\begin{cases} \dot{x} = x + y - z, \\ \dot{y} = x - y + z, \\ \dot{z} = x - 3y + 3z. \end{cases}$

3.20 $\begin{cases} \dot{x} = x + 2y + 3z, \\ \dot{y} = 2x + 4y + 6z, \\ \dot{z} = 3x + 6y + 9z. \end{cases}$

3.21 $\begin{cases} \dot{x} = 2x - y + 3z, \\ \dot{y} = -2x + y + 5z, \\ \dot{z} = -x - y + 6z. \end{cases}$

3.22 $\begin{cases} \dot{x} = 2x + 2y - 2z, \\ \dot{y} = 2x + 5y - 4z, \\ \dot{z} = -2x - 4y + 5z. \end{cases}$

3.23 $\begin{cases} \dot{x} = x + 2y + 2z, \\ \dot{y} = 2x + y + 2z, \\ \dot{z} = 2x + 2y + z. \end{cases}$

3.24 $\begin{cases} \dot{x} = 5x - 3y + 2z, \\ \dot{y} = 6x - 4y + 4z, \\ \dot{z} = 4x - 4y + 5z. \end{cases}$

3.25 $\begin{cases} \dot{x} = x + y - z, \\ \dot{y} = x + y - z, \\ \dot{z} = 2x - y. \end{cases}$

3.26 $\begin{cases} \dot{x} = -2x + 6y - 4z, \\ \dot{y} = 9x - 5y + 6z, \\ \dot{z} = 15x - 18y + 15z. \end{cases}$

Список литературы

1. Васильева, А.Б. Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах / А. Б. Васильева, Г. Н. Медведев, Н. А. Тихонов, Т. А. Уразгильдина. – 2-е изд., испр. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 432 с.

2. Романко, В. К. Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению / В. К. Романко, Н. Х. Агаханов, В. В. Власов, Л. И. Коваленко. – 3-е изд., испр. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2017. – 219 с.

3. Филиппов, А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям: учебное пособие / А. Ф. Филиппов. – 7-е изд., стереотип. – М.: ЛЕНАНД. 2015. – 240 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Рубцовский индустриальный институт (филиал)

федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования

«Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова»

(РИИ АлтГТУ)

Кафедра Прикладная математика

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

по дисциплине: «Интегралы и дифференциальные уравнения»

Вариант № __

Выполнил:

студент группы ИВТ-__

____

Проверил:

доцент кафедры

Никитенко Е.В.

Рубцовск 2021

Евгений Витальевич Никитенко

ИНТЕГРАЛЫ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Методические указания по выполнению контрольной работы для студентов всех форм обучения направления «Информатика и вычислительная техника»

Подписано к печати 30.04.21. Формат 60x84 /16.

Усл. печ. л. 1. Тираж 15 экз. Заказ 161610. Рег. № 63.

Отпечатано в ИТО Рубцовского индустриального института

658207, Рубцовск, ул. Тракторная, 2/6.