



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Рубцовский индустриальный институт (филиал)
федерального государственного бюджетного образовательного
учреждения высшего образования
«Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова»
(РИИ АлтГТУ)

И.И. Кулешова

МАТЕМАТИКА

**Варианты заданий
для студентов направлений КТМ, ЭТМ
и С заочной формы обучения**

Рубцовск 2017

УДК 517.5

Кулешова И.И. Математика. Варианты заданий для студентов направлений КТМ, ЭТМ и С заочной формы обучения/ Рубцовский индустриальный институт. – Рубцовск, 2017. - 25 с.

Методические указания содержат варианты контрольных работ, распределенных по семестрам. Могут быть рекомендованы студентам направлений: «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств», «Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов» и «Строительство» заочной формы обучения.

Рассмотрены и одобрены на заседании кафедры ВМФиХ Рубцовского индустриального института.
Протокол № 10 от 25.05.17г.

Рецензент: к.ф.-м.н.

В.Г. Дудник

© Рубцовский индустриальный институт, 2017

УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Правила оформления контрольной работы

При выполнении контрольной работы нужно придерживаться перечисленных ниже правил.

1. Каждую контрольную работу следует выполнять в отдельной тетради чернилами любого цвета, кроме красного, оставляя поля для замечаний рецензента. Распечатки на компьютере не принимаются.

2. На обложке тетради должны быть чётко написаны фамилия студента, его учебный шифр, название дисциплины и контрольной работы.

3. В работу должны быть включены все задачи, указанные в задании, строго по своему варианту. Контрольные работы, содержащие не все задачи или задачи не своего варианта, не рассматриваются.

4. Решения задач следует располагать в порядке, указанном в заданиях, сохраняя номера задач.

5. Перед решением каждой задачи надо выписать полностью ее условие. Если задача имеет общую формулировку для всех вариантов, то при переписывании её условия следует заменить общие данные конкретными данными из своего варианта.

6. Решения задач необходимо излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые чертежи.

7. В конце работы нужно указать использованную литературу, дату выполнения и расписаться.

8. После получения прорецензированной работы - как допущенной, так и не допущенной к собеседованию, студент должен исправить все отмеченные рецензентом ошибки и недочеты. Для этого рекомендуется оставлять в конце тетради несколько чистых листов. Если работа отправлена на доработку, то эту доработку нужно выполнить в той же тетради в короткий срок и сдать работу на повторную проверку.

Студент, правильно выполнивший все задания контрольной работы, допускается к устному собеседованию, по результатам которого выставляется зачет по контрольной работе. Собеседование проводится во время плановых консультаций в межсессионный период или во время сессии. Без зачтенной контрольной работы студент к экзамену не допускается.

Студенту, не выполнившему контрольную работу до начала экзаменационной сессии, может быть предложена аудиторная контрольная работа.

Правило выбора контрольной работы и варианта

Вариант контрольной работы определяется по таблице в зависимости от двух последних цифр номера зачетной книжки студента. В колонке таблицы по вертикали расположены цифры от 0 до 9, каждая из которых - предпоследняя цифра номера. В верхней строке по горизонтали размещены цифры от 0 до 9,

каждая из которых - последняя цифра номера. Пересечение вертикальной и горизонтальной линий определяет номера заданий контрольной работы. Например, по последним двум цифрам номера «18» находим вариант контрольной работы на пересечении строк с цифрой 1 и столбца с цифрой 8. Это номера соответствующих контрольных работ: 5, 39, 46, 65, 97, 119.

Будьте внимательны при выборе варианта. Работа, выполненная не по своему варианту, возвращается без проверки.

Таблица выбора варианта контрольных работ

		Последняя цифра шифра									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ПРЕДПОСЛЕДНЯЯ ЦИФРА	0	2	1	3	6	4	5	10	8	7	9
		25	27	28	30	29	21	22	23	24	26
		48	47	50	49	44	45	46	41	43	42
		67	69	61	63	66	62	64	70	68	65
		82	88	87	85	83	89	81	84	90	96
	1	4	3	2	1	8	9	10	6	5	7
		32	31	34	35	36	37	38	33	39	40
		47	48	49	50	42	43	44	45	46	41
		69	61	63	66	63	64	70	68	65	67
		93	100	99	92	98	96	95	94	97	91
	2	11	12	13	20	14	15	16	17	18	19
		30	21	28	29	27	26	24	25	23	22
		44	41	46	45	49	47	50	48	43	42
		62	63	65	69	68	66	67	61	64	70
		84	89	90	87	82	81	88	86	85	83
	3	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
		21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
		43	44	45	46	47	48	49	50	41	42
		65	69	68	66	67	61	64	70	62	63
		81	87	82	81	88	86	85	83	84	89

Последняя цифра шифра										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
4	2	1	6	7	3	8	4	5	10	9
	28	30	22	23	24	25	26	27	29	21
	45	46	42	41	43	44	50	47	48	49
	68	66	67	64	70	62	63	65	69	61
	91	94	98	93	95	99	92	97	96	100
5	19	18	20	17	16	15	14	12	13	11
	30	29	28	27	26	25	24	23	21	22
	42	41	43	44	45	46	47	48	49	50
	66	67	64	70	62	63	65	69	61	68
	84	86	85	89	88	87	90	82	81	83
6	3	2	1	4	5	7	9	10	6	8
	27	29	30	21	22	24	25	26	28	23
	46	45	47	48	50	49	41	42	43	44
	75	76	80	78	77	72	74	79	71	73
	91	96	97	94	95	93	100	92	98	99
7	18	19	17	20	12	14	13	15	11	16
	22	23	24	25	21	27	28	29	30	26
	42	46	45	49	48	47	50	41	43	44
	68	62	63	70	69	67	66	61	65	64
	88	81	82	83	84	85	86	87	89	90
8	7	6	9	10	3	2	1	8	5	4
	23	24	25	26	27	28	29	30	22	21
	49	50	48	47	41	42	43	44	45	46
	63	70	69	67	66	61	65	64	68	62
	94	95	98	96	100	92	99	93	91	97
9	16	15	14	13	12	20	18	19	17	11
	36	37	40	31	32	33	34	35	39	38
	54	60	57	55	53	58	52	59	56	51
	78	77	72	74	79	71	73	75	76	80
	89	90	81	82	83	84	85	86	87	88

П Р Е Д П О С Л Е Д Н Я Ц И Ф Р А

1. Контрольная работа №1

I. По координатам вершин пирамиды $A_1A_2A_3A_4$ найти: 1) длины рёбер A_1A_2 и A_1A_3 ; 2) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_3 ; 3) площадь грани $A_1A_2A_3$; 4) объём пирамиды; 5) уравнения прямых A_1A_2 и A_1A_3 ; 6) уравнения плоскостей $A_1A_2A_3$ и $A_1A_2A_4$; 7) угол между плоскостями $A_1A_2A_3$ и $A_1A_2A_4$.

1. $A_1(-1;2;1), A_2(-2;2;5), A_3(-3;3;1), A_4(-1;4;3)$.
2. $A_1(-2;1;-1), A_2(-3;1;3), A_3(-4;2;-1), A_4(-2;3;1)$.
3. $A_1(1;1;2), A_2(0;1;6), A_3(-1;2;2), A_4(1;3;4)$.
4. $A_1(-1;-2;1), A_2(-2;-2;5), A_3(-3;-1;1), A_4(-1;0;3)$.
5. $A_1(2;-1;1), A_2(1;-1;5), A_3(0;0;1), A_4(2;1;3)$.
6. $A_1(-1;1;-2), A_2(-2;1;+2), A_3(-3;2;-2), A_4(-1;3;0)$.
7. $A_1(1;2;1), A_2(0;2;5), A_3(-1;3;1), A_4(1;4;3)$.
8. $A_1(-2;-1;1), A_2(-3;-1;5), A_3(-4;0;1), A_4(-2;1;3)$.
9. $A_1(1;-1;2), A_2(0;-1;6), A_3(-1;0;2), A_4(1;1;4)$.
10. $A_1(1;-2;1), A_2(0;-2;5), A_3(-1;-1;1), A_4(1;0;3)$.
11. $A_1(0;3;2), A_2(-1;3;6), A_3(-2;4;2), A_4(0;5;4)$.
12. $A_1(-1;2;0), A_2(-2;2;4), A_3(-3;3;0), A_4(-1;4;2)$.
13. $A_1(2;2;3), A_2(1;2;7), A_3(0;3;3), A_4(2;4;5)$.
14. $A_1(0;-1;2), A_2(-1;-1;6), A_3(-2;0;2), A_4(0;1;4)$.
15. $A_1(3;0;2), A_2(2;0;6), A_3(1;1;2), A_4(3;2;4)$.
16. $A_1(0;2;-1), A_2(-1;2;3), A_3(-2;3;7), A_4(0;4;1)$.
17. $A_1(2;3;2), A_2(1;3;6), A_3(0;4;2), A_4(2;5;4)$.
18. $A_1(-1;0;2), A_2(-2;0;6), A_3(-3;1;2), A_4(-1;2;4)$.
19. $A_1(2;0;3), A_2(1;0;7), A_3(0;1;3), A_4(2;2;5)$.
20. $A_1(2;-1;2), A_2(1;-1;6), A_3(0;0;2), A_4(2;1;4)$.

II. Дана система трёх линейных уравнений с тремя неизвестными. Требуется: 1) найти её решение с помощью формул Крамера; 2) записать систему в матричной форме и решить её средствами матричного исчисления. Проверить правильность вычисления обратной матрицы, используя матричное умножение.

$$21. \begin{cases} -x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, \\ 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 1, \\ x_2 - 5x_3 = -9. \end{cases}$$

$$22. \begin{cases} -2x_2 - 5x_3 = -12, \\ -2x_1 - x_2 + 3x_3 = 7, \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 4. \end{cases}$$

$$23. \begin{cases} -3x_1 + x_2 + 3x_3 = 10, \\ -2x_2 - x_3 = -4, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 3. \end{cases}$$

$$24. \begin{cases} -x_1 + 2x_3 = 5, \\ 2x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 10, \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -1. \end{cases}$$

$$25. \begin{cases} 2x_1 - x_2 - 6x_3 = -15, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = -2, \\ -x_1 + 3x_3 = 7. \end{cases}$$

$$26. \begin{cases} -x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ 3x_1 - 4x_2 + 3x_3 = -1, \\ -2x_2 - 3x_3 = -8. \end{cases}$$

$$27. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = -1, \\ -x_1 + 3x_3 = 7, \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = 6. \end{cases}$$

$$28. \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 = -5, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = -1, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$$

$$29. \begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 = -2, \\ x_1 - 2x_2 - 4x_3 = -11, \\ -2x_1 - x_2 = 1. \end{cases}$$

$$30. \begin{cases} -x_1 + 3x_2 = 4, \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 = -3, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = -3. \end{cases}$$

$$31. \begin{cases} 4x_1 + 7x_2 - 3x_3 = -10, \\ 2x_1 + 9x_2 - x_3 = 8, \\ -x_1 + 6x_2 - 3x_3 = 3. \end{cases}$$

$$32. \begin{cases} x_1 - 5x_2 + 3x_3 = -1, \\ 2x_1 + 4x_2 + x_3 = 6, \\ -3x_1 + 3x_2 - 7x_3 = -13. \end{cases}$$

$$33. \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 = -10, \\ -x_1 + 5x_2 - 2x_3 = 5, \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 3. \end{cases}$$

$$34. \begin{cases} -2x_1 + 5x_2 - 6x_3 = -8, \\ x_1 + 7x_2 - 5x_3 = -9, \\ 4x_1 + 2x_2 - x_3 = -12. \end{cases}$$

$$35. \begin{cases} -3x_1 + 5x_2 - 6x_3 = -5, \\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 8, \\ x_1 + 4x_2 - x_3 = 1. \end{cases}$$

$$36. \begin{cases} 3x_1 - 9x_2 + 8x_3 = 5, \\ 2x_1 - 5x_2 + 5x_3 = 4, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = -4. \end{cases}$$

$$37. \begin{cases} x_1 + 3x_2 - 2x_3 = -5, \\ x_1 + 9x_2 - 4x_3 = -1, \\ -2x_1 + 6x_2 - 3x_3 = 6. \end{cases}$$

$$38. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 4, \\ 4x_1 - x_2 + 5x_3 = 6, \\ x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 9. \end{cases}$$

$$39. \begin{cases} -2x_1 + x_2 - 3x_3 = -4, \\ 4x_1 + 7x_2 - 2x_3 = -6, \\ x_1 - 8x_2 + 5x_3 = 1. \end{cases}$$

$$40. \begin{cases} x_1 + 7x_2 - 2x_3 = 3, \\ 3x_1 + 5x_2 + x_3 = 5, \\ -2x_1 + 5x_2 - 5x_3 = -4. \end{cases}$$

III. Найти значение матричного многочлена:

$$41. f(A), \text{ если } f(x) = 4x^3 + x + 2, \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$42. f(A), \text{ если } f(x) = x^2 + 2x + 3, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$43. f(A), \text{ если } f(x) = 4x^2 - 5x + 2, \quad A = \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$44. f(A), \text{ если } f(x) = x^3 + 2x^2 + 4, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$45. f(A), \text{ если } f(x) = x^3 + 2x + 3, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$46. f(A), \text{ если } f(x) = 7x^2 + x + 4, \quad A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$47. f(A), \text{ если } f(x) = x^2 + 4x + 4, \quad A = \begin{pmatrix} -8 & 4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$48. f(A), \text{ если } f(x) = 2x^3 + x + 2, \quad A = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$49. f(A), \text{ если } f(x) = 2x^2 + 2x + 3, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$50. f(A), \text{ если } f(x) = x^3 + 2x^2 + 4, \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$51. f(A), f(x) = x^2 + x + 3, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$52. f(A), f(x) = x^3 + 2x + 3, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$53. f(A), f(x) = x^2 + 2x + 4, \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$54. f(x) = 2x^2 + x + 1, \quad A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$55. f(A), f(x) = 4x^2 + x + 3, \quad A = \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$56. f(A), f(x) = 3x^3 + 2x + 4, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$57. f(A), f(x) = 3x^2 + x + 4, \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 4 & 0 & 1 \\ 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$58. f(x) = -x^3 - x + 3, \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$59. f(A), f(x) = 3x^2 - x + 5, \quad A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$60. f(x) = x^3 + 3x + 2, \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

IV. Привести уравнение кривой второго порядка $f(x, y) = 0$ к каноническому виду и найти точки пересечения ее с прямой $Ax + By + C = 0$. Построить графики кривой и прямой.

61. $2x^2 - 4x - y + 3 = 0, 2x - y - 1 = 0.$

62. $x - 2y^2 + 4y - 3 = 0, 2 - 2y + 1 = 0.$

63. $x^2 - 2x - y + 2 = 0, x - y = 0.$

64. $x - y^2 + 2y - 2 = 0, x + y - 2 = 0.$

65. $x^2 - 2x + y + 2 = 0, x - y - 2 = 0.$

66. $x + y^2 - 2y + 3 = 0, x + y + 1 = 0.$

67. $2x^2 + 8x + y + 7 = 0, 2x + y + 3 = 0.$

68. $x + 2y^2 - 4y + 4 = 0, x - 2y + 4 = 0.$

69. $x^2 + 4x + y + 3 = 0, x - y + 3 = 0.$

70. $x + 2y^2 + 4y + 1 = 0, x + 2y + 1 = 0.$

71. $x^2 - 2x + y - 3 = 0, 3x - y - 2 = 0.$

72. $y^2 + x - 4y + 6 = 0, 3x + 10 = 0.$

73. $2x^2 + y^2 - 12x + 10 = 0, x + y - 2 = 0.$

74. $x^2 + 2x + y - 2 = 0, 2x - y + 4 = 0.$

75. $2x^2 + 4x + y^2 - 2 = 0, 2x + y + 2 = 0.$

76. $x^2 + 2y^2 - 12y + 10 = 0, x + y - 3 = 0.$

77. $x^2 + y^2 - 6x + 5 = 0, 2x + y - 6 = 0.$

78. $y^2 + x + 4y + 3 = 0, x + 2y + 2 = 0.$

79. $x^2 + 2y^2 + 8y + 4 = 0, 5y + 4 = 0.$

80. $x^2 + y^2 - 4y + 3 = 0, 3x + y - 3 = 0.$

V. Вычислить пределы функций, не пользуясь средствами дифференциального исчисления.

81. 1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 5x}{-5x^2 + x - 1};$

2) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\ln(x+4)}{\operatorname{ctg}(x+2)};$

3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin^2 x)}{e^{x^2} - 1};$

4) $\lim_{x \rightarrow -1} (3 + 2x)^{\frac{5}{x+1}}.$

82. 1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x^2 + 7x + 2}{x^2 - 5x};$

2) $\lim_{x \rightarrow 0,5-0} \frac{2x-1}{\ln(0,5-x)};$

3) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\arcsin(4-x)}{\ln(x-3)};$

4) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3x^2)^{\frac{1}{2x^2}}.$

$$83. 1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-4x^2 - x}{3x^2 + 7x - 1};$$

$$2) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3^x}{1 - \cos \frac{2}{x}};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi x}{4}\right)}{e^{x+1} - 1};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 4} (5 - x)^{\frac{2}{x-4}}.$$

$$84. 1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 2x + 5}{-5x^2 + 3x};$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 1-0} \frac{\ln(1 - x^2)}{\sin(3x - 1)};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 - \sin^2 3x)}{x^2};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow -3} (7 + 2x)^{\frac{4}{x+3}}.$$

$$85. 1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^2 - x}{2x^2 + 3x + 2};$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{e^{x-3}}{x^2 - 5x + 6};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow \pi/3} \frac{\operatorname{tg}^2(\pi - 3x)}{(3x - \pi)^2};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 2} (2x - 3)^{\frac{3}{4-2x}}.$$

$$86. 1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x^2 + 5x + 2}{x^2 + 4x};$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{x+1}}{\ln\left(1 + \frac{1}{x^2}\right)};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\operatorname{ctg} \frac{\pi x}{2}}{x - 1};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 0} (1 - 5x^2)^{\frac{3}{x^2}}.$$

$$87. 1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x^2 + 5x}{x^2 + 4x + 3};$$

$$2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin \frac{1}{x}}{3x^2 + 4};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x} - 1}{\ln(1 - 3x)};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow -4} (9 + 2x)^{\frac{6}{x+4}}.$$

$$88. 1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 + 6x - 1}{-2x^2 + 3x};$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)}{\sin 5x};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{1 - \operatorname{tg} x}{\sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right)};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow -2} (-3 - 2x)^{\frac{2}{x+2}}.$$

$$89. 1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-7x^2 + 4x}{3x^2 - x + 2};$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\operatorname{ctg}(x - 3)}{2^x};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x + 4}{\arcsin(x + 2)};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 1} (2 - x)^{\frac{3}{x-1}}.$$

$$90. 1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^2 - 3x - 1}{-4x^2 + 2x};$$

$$2) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 4x + 3}{\operatorname{tg}(x + 1)};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{e^{-x^2} - 1};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 3} (4 - x)^{\frac{1}{6-2x}}.$$

$$91. 1) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{\cos(x - 3) + 2x}{x + 3};$$

$$2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 4}{3x^2 - 3x + 2};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0.5} \frac{6x^2 + 5x + 1}{2x^2 - x - 1};$$

- 4) $\lim_{x \rightarrow 4} (5-x)^{\frac{2}{x-4}}$.
92. 1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-2}{\operatorname{tg} \pi x}$;
- 2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 3x + 1}{2x^2 - 2x + 7}$;
- 3) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{2x^2 - x - 6}$;
- 4) $\lim_{x \rightarrow -3} (7+2x)^{\frac{-4}{x+3}}$.
93. 1) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{x+1}$;
- 2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - x - 4}{4x^2 + 3x + 2}$;
- 3) $\lim_{x \rightarrow -0,5} \frac{2x^2 + 3x + 1}{6x^2 + x - 1}$;
- 4) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \sin^2 2x)^{\frac{1}{1 - \cos 4x}}$.
94. 1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 5}{\ln \left(1 + \frac{1}{x}\right)}$;
- 2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 + 3x^2 - 2}{x^3 - x - 6}$;
- 3) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 5x + 2}{x^2 - x - 2}$;
- 4) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \sin 3x)^{\frac{1}{1 - \cos 2x}}$.
95. 1) $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \sin x \cdot (\operatorname{tg} x + x)$;
- 2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^3 + 11}{7x^3 - 5x^2 + x}$;
- 3) $\lim_{x \rightarrow -1/3} \frac{3x^2 + 4x + 1}{3x^2 - 5x - 2}$;
- 4) $\lim_{x \rightarrow 3} (10 - 3x)^{\frac{1}{3(3-x)}}$.
96. 1) $\lim_{x \rightarrow 0} (2+x)^{\frac{1}{x^2}}$;
- 2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 - 2x^2 + x}{3x^3 + 5x - 10}$;
- 3) $\lim_{x \rightarrow -1/3} \frac{3x^2 + 7x + 2}{3x^2 - 2x - 1}$;
- 4) $\lim_{x \rightarrow -2} (5+2x)^{\frac{1}{x+2}}$.
97. 1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-e^{-x^2} - 1}{\operatorname{arctg} x}$;
- 2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 3x - 8}{3x^2 - 5x - 2}$;
- 3) $\lim_{x \rightarrow 0,5} \frac{2x^2 + x - 1}{6x^2 - x - 1}$;
- 4) $\lim_{x \rightarrow 2} (9 - x^3)^{\frac{4}{x-2}}$.
98. 1) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 - \cos 3x}{\operatorname{ctg} x}$;
- 2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 5x + 8}{3x^2 + 6x - 15}$;
- 3) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 + 7x + 6}{x^2 + x - 2}$;
- 4) $\lim_{x \rightarrow 1} (3 - 2x^2)^{\frac{1}{2(1-x)}}$.
99. 1) $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{e^{x+2} - 1}{\ln(x+2)}$;
- 2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{14x^3 + 9x + 17}{21x^3 + 10x - 2}$;
- 3) $\lim_{x \rightarrow 1/3} \frac{3x^2 - 7x + 2}{3x^2 + 11x - 4}$;
- 4) $\lim_{x \rightarrow -4} (9 + 2x)^{\frac{-1}{2(x+4)}}$.
100. 1) $\lim_{x \rightarrow -1} (4-x)^{\frac{1}{(1+x)^2}}$;
- 2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 + 9x^2 + 2x}{3x^3 - 8x + 4}$;
- 3) $\lim_{x \rightarrow 0,5} \frac{6x^2 - 5x + 1}{2x^2 - 3x + 1}$;
- 4) $\lim_{x \rightarrow -1} (4 + 3x)^{\frac{3}{x+1}}$.

Контрольная работа №2

I. Найти производные первого порядка данных функций, используя правила вычисления производных.

1. 1) $y = 3x^5 - \sin x$,
2) $y = \sqrt{xtgx}$,
3) $y = \frac{\ln x}{4 - 3\cos x}$,
4) $\begin{cases} x = \arcsin 2t, \\ y = \frac{1}{1 - 4t^2}. \end{cases}$
2. 1) $y = 4x^4 + e^x$,
2) $y = \sin x \ln x$,
3) $y = \frac{\sqrt[3]{x}}{\operatorname{ctgx}}$,
4) $\begin{cases} x = (1 - t)^2, \\ y = \cos(t - 1)^2. \end{cases}$
3. 1) $y = 3\sqrt[3]{x} - \ln x$,
2) $y = e^x \arcsin x$,
3) $y = \frac{\operatorname{ctgx}}{x^4}$,
4) $\begin{cases} x = (t - 1)^2, \\ y = \sin(t - 1)^2. \end{cases}$
4. 1) $y = 5x^2 - \arcsin x$,
2) $y = \sqrt[3]{x^2} \ln x$,
3) $y = \frac{\sqrt[3]{x^4}}{e^x}$,
4) $\begin{cases} x = \operatorname{tgt}^2, \\ y = t^2 - 5. \end{cases}$
5. 1) $y = 4\sqrt[4]{x} + \operatorname{arctgx}$,
2) $y = x^5 e^x$,
3) $y = \frac{\operatorname{tg}x}{\ln x}$,
4) $\begin{cases} x = 7 + t^2, \\ y = \operatorname{ctg} 3t^2. \end{cases}$
6. 1) $y = 5\sqrt[5]{x} - 7\operatorname{arcctgx}$,
2) $y = \cos x \cdot (3x - 1)$,
3) $y = \frac{3x^5}{e^x}$,
4) $\begin{cases} x = \ln(1 - t^4), \\ y = \arccos t^2. \end{cases}$
7. 1) $y = 10x^3 + 2\cos x$,
2) $y = \sin x \cdot \sqrt[4]{x}$,
3) $y = \frac{\ln x}{\arcsin x}$,
4) $\begin{cases} x = \frac{3}{1 + t^2}, \\ y = \operatorname{arcctgt}. \end{cases}$
8. 1) $y = 6\sqrt[3]{x^2} - 7\operatorname{tg}x$,
2) $y = e^x \cdot \arccos x$,
3) $y = \frac{\operatorname{ctgx}}{2x^4}$,
4) $\begin{cases} x = \operatorname{arctg}(1 + t), \\ y = \sqrt{t^2 + 2t + 2}. \end{cases}$
9. 1) $y = \frac{2}{\sqrt{x}} + 3\operatorname{ctgx}$,
2) $y = \ln x \cdot \operatorname{arctgx}$,
3) $y = \frac{e^x}{\arcsin x}$,
4) $\begin{cases} x = \sin^2(1 - 4t), \\ y = \cos^2(1 - 4t). \end{cases}$

10. 1) $y = 7x^6 + 2\arccos x$,
 2) $y = e^x \cdot \operatorname{ctg} x$,
 3) $y = \frac{5 \ln x}{\sqrt[3]{x^2}}$,
 4) $\begin{cases} x = 3e^{-t}, \\ y = (2 + e^{-t})^3. \end{cases}$
11. 1) $y = \frac{7}{5\sqrt[7]{x^5}}$,
 2) $y = \sin^4 \frac{x}{4}$,
 3) $y = e^{\operatorname{arctg} \frac{x}{3}}$,
 4) $\begin{cases} x = \operatorname{arctg} t^2, \\ y = \ln(1 + t^4). \end{cases}$
12. 1) $y = \frac{4}{3\sqrt[4]{x^3}}$,
 2) $y = \operatorname{tg}^5 \frac{2x}{5}$,
 3) $u = \cos \ln(1 - x^2)$,
 4) $\begin{cases} x = \arccos t, \\ y = \sqrt{(1 - t^2)^3}. \end{cases}$
13. 1) $y = \frac{5}{6\sqrt[5]{x^6}}$,
 2) $y = \cos^3 \frac{4x}{3}$,
 3) $y = \operatorname{ctg} e^{7x}$,
 4) $\begin{cases} x = \ln(5 - 2t), \\ y = \operatorname{arctg}(5 - 2t). \end{cases}$
14. 1) $y = \frac{3}{7\sqrt[3]{x^7}}$,
 2) $y = \operatorname{ctg}^4 \frac{x}{4}$,
 3) $y = \arcsin \sqrt[3]{4 - 5x}$,

- 4) $\begin{cases} x = te^{-4t}, \\ y = (1 - 4t)^2. \end{cases}$
15. 1) $y = \frac{3}{3\sqrt[3]{x^4}}$,
 2) $y = \ln^5 \frac{x}{5}$,
 3) $y = e^{\arcsin(2x-4)}$,
 4) $\begin{cases} x = \operatorname{ctg}(1 - 2t), \\ y = \frac{1}{\cos^2(1 - 2t)}. \end{cases}$
16. 1) $y = \frac{5}{7\sqrt[5]{x^7}}$,
 2) $y = \arcsin^4 \frac{5x}{3}$,
 3) $y = \ln(x - \cos 3x)$,
 4) $\begin{cases} x = \sin^3(t - 4), \\ y = \cos^3(t - 4). \end{cases}$
17. 1) $y = \frac{4}{5\sqrt[4]{x^5}}$,
 2) $y = \arccos^4 \frac{5x}{3}$,
 3) $y = \sin \ln(x^3 + 1)$,
 4) $\begin{cases} x = te^{-5t}, \\ y = (5t - 1)^2. \end{cases}$
18. 1) $y = \frac{6}{5\sqrt[6]{x^5}}$,
 2) $y = \operatorname{arcctg}^5 \frac{2x}{5}$,
 3) $y = \operatorname{tge}^{5-2x}$,
 4) $\begin{cases} x = \cos^3(2t + 6), \\ y = \sin^3(2t + 6). \end{cases}$
19. 1) $y = \frac{7}{6\sqrt[7]{x^6}}$,

$$2) y = \operatorname{arctg}^3 \frac{4x}{3},$$

$$3) y = \ln(2 - \cos^2 x),$$

$$4) \begin{cases} x = \frac{1}{\sin^2(2-t)}, \\ y = \operatorname{tg}(2-t). \end{cases}$$

$$20. 1) y = \frac{5}{4\sqrt[5]{x^4}},$$

$$2) y = \sin^4 \frac{e^x}{4},$$

$$3) y = \ln(3x^2 - \operatorname{tg} 2x),$$

$$4) \begin{cases} x = \sqrt{(1-t^2)^3}, \\ y = \arcsin t. \end{cases}$$

II. Построить график функции $y = f(x)$, используя общую схему исследования функции.

$$21. y = x^3 + 6x^2 + 9x + 4.$$

$$22. y = x^3 + 3x^2 - 9x + 5.$$

$$23. y = x^3 + 6x^2 - 15x + 8.$$

$$24. y = x^3 - 3x^2 - 24x - 28.$$

$$25. y = x^3 + 12x^2 + 45x + 50.$$

$$26. y = x^3 - 6x^2 + 9x - 4.$$

$$27. y = x^3 - 3x^2 - 9x - 5.$$

$$28. y = x^3 - 6x^2 - 15x - 8.$$

$$29. y = x^3 + 3x^2 - 24x + 28.$$

$$30. y = x^3 - 12x^2 + 45x - 50.$$

$$31. y = \frac{2x^2 + 4x + 3}{x^2 + x + 1}.$$

$$32. y = \frac{-x^2 + 5x - 6}{x^2 - 3x + 3}.$$

$$33. y = \frac{3x^2 + x + 2}{x^2 + x + 1}.$$

$$34. y = \frac{2x^2 - 4x + 3}{x^3 - 3x + 3}.$$

$$35. y = \frac{x^2 + 5x + 3}{x^2 + x + 1}.$$

$$36. y = \frac{-x^2 + 7x + 9}{x^2 - 3x + 3}.$$

$$37. y = \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + x + 1}.$$

$$38. y = \frac{-x^2 - x + 3}{x^2 - 3x + 3}.$$

$$39. y = \frac{-x^2 + 3x + 1}{x^2 + x + 1}.$$

$$40. y = \frac{2x^2 - 8x + 9}{x^2 - 3x + 3}.$$

III. Найти:

$$41. \frac{\partial z}{\partial x} \text{ и } \frac{\partial z}{\partial y}, \text{ если } z = \ln(x + \ln y).$$

$$42. dz, \text{ если } z = \sqrt{x^2 y + 3xy + 5x}.$$

$$43. \frac{\partial z}{\partial x}, \text{ если } z^3 + 3xyz + 4x^2 y = a^3.$$

$$44. \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}, \text{ если } u = \frac{1}{3} \sqrt{(x^2 + y^2)^3}.$$

$$45. \frac{\partial z}{\partial x} \text{ и } \frac{\partial z}{\partial y}, \text{ если } z = \ln \operatorname{tg} \frac{x}{y}.$$

$$46. dz, \text{ если } z = \frac{x + y}{x - y}.$$

47. $\frac{\partial z}{\partial x}$, если $x^3 y - e^y + \ln x = 4$.
48. $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ и $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$, если $u = \ln \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$.
49. $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$ функции $z = \operatorname{arctg} \sqrt{x^y}$.
50. dz , если $z = \ln(xy^2)$.
51. $\frac{\partial z}{\partial x}$, если $\sin(xy) - e^{xy} - x^2 y = 0$.
52. $\frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y^2}$, если $u = x \sin^2 y$.
53. $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$, если $z = x^{y^2}$.
54. dz , если $z = \frac{x + 3y}{y - 3x}$.
55. $\frac{\partial z}{\partial y}$, если $\operatorname{arctg} z + \frac{1}{xy} = 2$.
56. $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ и $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$, если $z = (\ln y)^3 - x^2 \sqrt{y}$.
57. $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$, если $z = \arcsin(x^3 + \sqrt{y})$.
58. dz , если $z = \sqrt{3x^2 - 4y^3}$.
59. $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$, если $x^2 \ln z - y^2 \ln x = 3$.
60. $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ и $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$, если $u = y \sqrt{\frac{y}{x}}$.

IV. Найти неопределенные интегралы. Правильность полученных результатов проверить дифференцированием.

61.1) $\int \frac{x dx}{7 + x^2}$; 2) $\int \frac{(x + 18) dx}{x^2 - 4x - 12}$; 3) $\int (3 - x) \cos x dx$.

62.1) $\int \frac{dx}{\sin^2 \frac{x}{5}}$; 2) $\int \frac{(x + 4) dx}{x^2 - 2x - 8}$; 3) $\int x \ln(1 - 3x) dx$.

63.1) $\int \frac{dx}{\sqrt{5 - x^2}}$; 2) $\int \frac{(x + 23) dx}{x^2 + x - 20}$; 3) $\int x e^{-7x} dx$.

64.1) $\int \frac{dx}{5x + 3}$; 2) $\int \frac{(x + 12) dx}{x^2 - x - 6}$; 3) $\int \operatorname{arctg} 4x dx$.

65.1) $\int \sin(2 - 3x) dx$; 2) $\int \frac{(x + 19) dx}{x^2 - 2x - 15}$; 3) $\int \sqrt{x^3} \ln x dx$.

66.1) $\int e^{\frac{x}{4} - 2} dx$; 2) $\int \frac{(5x + 6) dx}{x^2 + 4x - 12}$; 3) $\int x \sin 5x dx$.

67.1) $\int \frac{dx}{7 + 4x^2}$; 2) $\int \frac{(5x - 7) dx}{x^2 - x - 20}$; 3) $\int (2x + 5) \sin x dx$.

68.1) $\int \frac{dx}{\cos^2 2x}$; 2) $\int \frac{5x dx}{x^2 + x - 6}$; 3) $\int \frac{\ln x dx}{\sqrt{x}}$.

$$\begin{array}{lll}
69.1) \int \cos\left(\frac{x}{3} - 4\right) dx; & 2) \int \frac{(5x+2)dx}{x^2+2x-8}; & 3) \int \arcsin \frac{x}{3} dx. \\
70.1) \int \frac{dx}{\sqrt[3]{(2x+1)^2}}; & 2) \int \frac{(5x+1)dx}{x^2+2x-15}; & 3) \int xe^{3x} dx. \\
71.1) \int \frac{e^x dx}{\sqrt[3]{1-e^x}}; & 2) \int \frac{19-4x}{2x^2+x-3} dx; & 3) \int (5x-2) \ln x dx. \\
72.1) \int x\sqrt{3-x^2} dx; & 2) \int \frac{2x+9}{x^2+5x+6} dx; & 3) \int x \cdot \cos^2 2x dx. \\
73.1) \int \frac{\operatorname{arctg} x dx}{1+x^2}; & 2) \int \frac{x+9}{x^2+2x-3} dx; & 3) \int \ln(3+x^2) dx. \\
74.1) \int \sin 2x\sqrt{2-\cos^2 x} dx; & 2) \int \frac{2x+27}{x^2-x-12} dx; & 3) \int x \cdot \arcsin x dx. \\
75.1) \int \frac{\sin x dx}{1-\cos x}; & 2) \int \frac{4x+31}{2x^2+11x+12} dx; & 3) \int (2-x) \sin x dx. \\
76.1) \int \frac{\sqrt[3]{\ln x} dx}{x}; & 2) \int \frac{11x-2}{x^2+x-2} dx; & 3) \int (1-\ln x) dx. \\
77.1) \int \frac{1-\operatorname{tg} x}{\cos^2 x} dx; & 2) \int \frac{17-2x}{x^2-5x+4} dx; & 3) \int (3x+4) \cos x dx. \\
78.1) \int \frac{x^2 dx}{8+x^3}; & 2) \int \frac{9-2x}{x^2-5x+6} dx; & 3) \int \operatorname{arctg}(4x) dx. \\
79.1) \int \frac{\sin 2x dx}{\cos^2 x+3}; & 2) \int \frac{4x+27}{2x^2-x-6} dx; & 3) \int x \ln^2 x dx. \\
80.1) \int \frac{x^2 dx}{\cos^2 x^3}; & 2) \int \frac{x-13}{x^2-2x-8} dx; & 3) \int x^2 \sin 3x dx.
\end{array}$$

V. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной заданными кривыми. Сделать чертеж области.

$$\begin{array}{ll}
81. \begin{cases} 3x^2 - 4y = 0, \\ 2x - 4y + 1 = 0. \end{cases} & 86. \begin{cases} 2x - 3y^2 = 0, \\ 2x + 2y - 1 = 0. \end{cases} \\
82. \begin{cases} 3x^2 + 4y = 0, \\ 2x - 4y - 1 = 0. \end{cases} & 87. \begin{cases} 3x^2 - 2y = 0, \\ 2x - 2y + 1 = 0. \end{cases} \\
83. \begin{cases} 2x + 3y^2 = 0, \\ 2x + 2y + 1 = 0. \end{cases} & 88. \begin{cases} 4x + 3y^2 = 0, \\ 4x + 2y + 1 = 0. \end{cases} \\
84. \begin{cases} 3x^2 - 4y = 0, \\ 2x + 4y - 1 = 0. \end{cases} & 89. \begin{cases} 3x^2 - 2y = 0, \\ 2x + 2y - 1 = 0. \end{cases} \\
85. \begin{cases} 3x^2 + 4y = 0, \\ 2x + 4y + 1 = 0. \end{cases} & 90. \begin{cases} 4x - 3y^2 = 0, \\ 4x + 2y - 1 = 0. \end{cases}
\end{array}$$

$$91. \begin{cases} y = x^3 + 3, \\ x = 0, \\ y = x - 1, \\ x = 2. \end{cases}$$

$$92. \begin{cases} y = x^3 + 2, \\ x = 0, \\ y = x - 2, \\ x = 2. \end{cases}$$

$$93. \begin{cases} y = x^3 + 1, \\ x = 0, \\ y = x - 3, \\ x = 2. \end{cases}$$

$$94. \begin{cases} y = x^3 - 1, \\ x = 0, \\ y = x - 5, \\ x = 2. \end{cases}$$

$$95. \begin{cases} y = x^3 - 2, \\ x = 0, \\ y = x - 6, \\ x = 2. \end{cases}$$

$$96. \begin{cases} y = x^3 + 3, \\ x = 0, \\ y = x + 7, \\ x = -2. \end{cases}$$

$$97. \begin{cases} y = x^3 + 2, \\ x = 0, \\ y = x + 6, \\ x = -2. \end{cases}$$

$$98. \begin{cases} y = x^3 + 1, \\ x = 0, \\ y = x + 5, \\ x = -2. \end{cases}$$

$$99. \begin{cases} y = x^3 - 1, \\ x = 0, \\ y = x + 3, \\ x = -2. \end{cases}$$

$$100. \begin{cases} y = x^3 - 2, \\ x = 0, \\ y = x + 2, \\ x = -3. \end{cases}$$

Контрольная работа №3

I. Найти общее решение дифференциального уравнения и частное решение, удовлетворяющее начальному условию $y = y_0$ при $x = x_0$.

$$1. y' \sin x - y \cos x = 1; y_0 = 0; x_0 = \frac{\pi}{2}.$$

$$2. y' - y \sin x = e^{-\cos x} \sin 2x; y_0 = 3; x_0 = \frac{\pi}{2}.$$

$$3. y' + \frac{2y}{x} = -x^2; y_0 = 1; x_0 = 3.$$

$$4. y' + y = \frac{e^{-x}}{1+x^2}; y_0 = 2; x_0 = 0.$$

$$5. (1+x^2)y' - 2xy = (1+x^2)^2; y_0 = 5; x_0 = -2.$$

$$6. xy' - 2y = x^3 \cos x; y_0 = 1; x_0 = \pi.$$

$$7. y'x \ln x - y = 3x^3 \ln^2 x; y_0 = 0; x_0 = e.$$

$$8. y' + 2xy = xe^{-x^2}; y_0 = 4; x_0 = 0.$$

$$9. y' \cos x - 2y \sin x = 2; y_0 = 3; x_0 = 0.$$

$$10. y' - \frac{3y}{x} = x^3 e^x; y_0 = e; x_0 = 1.$$

$$11. xy' - 3y = x^4 e^x; y_0 = e; x_0 = 1.$$

$$12. y' \cos x + y \sin x = 1; y_0 = 2; x_0 = 0.$$

$$13. y' + \frac{y}{x} = \frac{\sin x}{x}; y_0 = 1; x_0 = \frac{\pi}{2}.$$

$$14. y' - \frac{y}{x} = -2 \ln x; y_0 = 1; x_0 = 1.$$

$$15. xy' + 2y = \frac{1}{x}; y_0 = 1; x_0 = 3.$$

$$16. y' - y \cos x = -\cos x; y_0 = 3; x_0 = 0.$$

$$17. y' + 2xy = e^{-x^3} \sin x; y_0 = 1; x_0 = 0.$$

$$18. x^2 y' + xy + 1 = 0; y_0 = 2; x_0 = 1.$$

$$19. y' - y \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos x}; y_0 = 5; x_0 = 0.$$

$$20. y' - \frac{2y}{x+1} = (x+1)^3; y_0 = \frac{1}{2}; x_0 = 0.$$

II Найти общее решение дифференциального уравнения и частное решение, удовлетворяющее начальным условиям.

$$21. y'' - 5y' + 6y = 2 \cos x; y(0) = 3; y'(0) = \frac{1}{2}.$$

$$22. y'' - 2y' + 5y = x^2 + 1; y(0) = -3; y'(0) = -\frac{1}{5}.$$

$$23. y'' - 4y' + 4y = -x^2 + 3x; y(0) = 3; y'(0) = \frac{4}{3}.$$

$$24. y'' + 2y' + 10y = -\sin 2x; y(0) = 0; y'(0) = \frac{3}{4}.$$

$$25. y'' - 4y' + 3y = e^{5x}; y(0) = 3; y'(0) = 9.$$

$$26. y'' + 4y = \sin 2x + 1; y(0) = \frac{1}{4}; y'(0) = 0.$$

$$27. y'' + y' = e^{-x}; y(0) = 1; y'(0) = 1.$$

$$28. y'' - 6y' + 9y = 9x^2 - 12x + 2; y(0) = 1; y'(0) = 3.$$

$$29. y'' + 9y = 36e^{3x}; y(0) = 0; y'(0) = 0.$$

$$30. y'' + 2y' - 8y = 3\sin x; \quad y(0) = -1; \quad y'(0) = -\frac{3}{2}.$$

$$31. y'' + 6y' + 13y = 8e^{-x}; \quad y(0) = \frac{2}{3}; \quad y'(0) = 2.$$

$$32. y'' - 4y + 8y = 8x^2 + 4; \quad y(0) = 2; \quad y'(0) = 3.$$

$$33. y'' + y' - 5y = 50\cos x; \quad y(0) = 3; \quad y'(0) = 5.$$

$$34. y'' + 2y' + 5y = 13e^{2x}; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = 4.$$

$$35. y'' - 4y' + 5y = 10x; \quad y(0) = 10; \quad y'(0) = 6.$$

$$36. y'' - 4y' + 4y = 3x - x^2; \quad y(0) = 3; \quad y'(0) = \frac{4}{3}.$$

$$37. y'' - 6y' + 9y = 4e^x; \quad y(0) = 3; \quad y'(0) = 8.$$

$$38. y'' - 4y' + 4y = -169\sin 3x; \quad y(0) = -12; \quad y'(0) = 16.$$

$$39. y'' + 2y' - 8y = 16x + 4; \quad y(0) = 2; \quad y'(0) = 6.$$

$$40. y'' - 4y' + 5y = 5x^2 - 4; \quad y(0) = \frac{2}{25}; \quad y'(0) = \frac{3}{5}.$$

III. Найти радиус и интервал сходимости степенного ряда. Исследовать сходимость ряда на концах интервала сходимости.

$$41. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2 + 3}{3^n} (x + 3)^n.$$

$$50. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n^2 - 3}{3^n} (x - 3)^n.$$

$$42. \sum_{n=3}^{\infty} \frac{n^2 - 6}{6^n} (x - 6)^n.$$

$$51. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x - 4)^n}{\sqrt{n(n+1)}}.$$

$$43. \sum_{n=3}^{\infty} \frac{n^2 - 4}{4^n} (x - 4)^n.$$

$$52. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x + 3)^n}{3^n}.$$

$$44. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2 + 2}{2^n} (x + 2)^n.$$

$$53. \sum_{n=1}^{\infty} (2n^2 - 1)(x - 2)^n.$$

$$45. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2 + 6}{6^n} (x + 6)^n.$$

$$54. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x + 1)^n}{5^n}.$$

$$46. \sum_{n=3}^{\infty} \frac{n^2 - 5}{5^n} (x - 5)^n.$$

$$55. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(2x)^{2n}}{\ln(4n + 2)}.$$

$$47. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n^2 - 2}{2^n} (x - 2)^n.$$

$$56. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(x + 4)^n}{\sqrt[3]{n^4 - 2}}.$$

$$48. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2 + 4}{4^n} (x + 4)^n.$$

$$57. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x - 3)^n}{2^n}.$$

$$49. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2 + 5}{5^n} (x + 5)^n.$$

$$58. \sum_{n=2}^{\infty} (3n - 1)(x + 2)^n.$$

$$59. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{4^n}.$$

$$60. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(3x)^{2n}}{\ln(2n-1)}.$$

IV. Вычислить приближенно определенный интеграл, используя разложение подынтегральной функции в степенной ряд и почленное интегрирование полученного ряда. Результат должен быть получен с точностью до 0,001.

$$61. \int_{-0,4}^0 \sin \frac{5x^2}{2} dx.$$

$$62. \int_{-0,25}^0 \frac{\sin 2x}{x} dx.$$

$$63. \int_{-1/3}^0 \frac{1 - \cos 3x}{x^2} dx.$$

$$64. \int_{-0,75}^0 \cos \frac{4x^2}{3} dx.$$

$$65. \int_{-0,3}^0 \cos \frac{10x^2}{3} dx.$$

$$66. \int_{-0,2}^0 \frac{\ln(1-2x^3)}{x} dx.$$

$$67. \int_{-0,2}^0 e^{-5x^2} dx.$$

$$68. \int_0^{0,16} e^{-\sqrt{x}} dx.$$

$$69. \int_{-1}^0 \sin \frac{x^2}{5} dx.$$

$$70. \int_{-0,5}^0 \arctg x^2 dx.$$

$$71. \int_{-0,5}^0 \frac{\ln(1-x^2)}{x} dx.$$

$$72. \int_0^{0,6} \frac{\sin 0,6x dx}{x}.$$

$$73. \int_0^{0,1} \frac{dx}{\sqrt[3]{8+x^3}}.$$

$$74. \int_{-1}^1 \sin x^2 dx.$$

$$75. \int_0^{0,5} e^{-x^3} dx.$$

$$76. \int_0^{3/4} \arctg x^2 dx.$$

$$77. \int_{-0,2}^0 \frac{dx}{\sqrt{1+x^3}}.$$

$$78. \int_0^{0,1} \frac{e^{-2x} - 1}{x} dx.$$

$$79. \int_{-0,5}^0 x e^{-2x^3} dx.$$

$$80. \int_0^1 \cos \sqrt{2x} dx.$$

V. Найти вероятность случайных событий.

81.а) Набирая номер телефона, абонент забыл последние три цифры и, помня лишь, что эти цифры различны, набрал их наудачу. Найти вероятность того, что набраны нужные цифры.

б) Монету бросают 5 раз. Найти вероятность того, что «герб» выпадет: а) менее 2 раз; б) не менее 2 раз.

в) Вероятность наступления события в каждом из независимых испытаний равна 0,8. Найти вероятность того, что событие наступит 60 раз в 100 испытаниях.

82.а) В цехе работают 6 мужчин и 4 женщины. По табельным номерам отобраны 7 человек. Найти вероятность того, что среди отобранных лиц окажутся три женщины.

б) Найти вероятность того, что событие A произойдет не менее 2 раз в 4 независимых испытаниях, если вероятность наступления события A в одном испытании равна 0,6.

в) Вероятность наступления события в каждом из независимых испытаний равна 0,2. Найти вероятность того, что в 100 испытаниях событие произойдет не менее 20 и не более 30 раз.

83.а) В группе 12 студентов, среди которых 8 отличников, по списку наудачу отобраны 9 студентов. Найти вероятность того, что среди отобранных студентов 5 отличников.

б) Событие B произойдет в случае, если событие A наступит не менее 4 раз. Найти вероятность наступления события B , если будет произведено 5 независимых испытаний, в каждом из которых вероятность наступления события A равна 0,8.

в) Вероятность наступления события в каждом из независимых испытаний равна 0,2. Найти вероятность того, что событие произойдет 12 раз в 100 испытаниях.

84.а) Собрание, на котором присутствует 25 человек, в том числе 5 женщин, выбирает делегацию из 3 человек. Считая, что каждый из присутствующих с одинаковой вероятностью может быть избран, найти вероятность того, что в делегацию войдут 2 женщины и 1 мужчина.

б) Вероятность наступления события A хотя бы один раз при трех испытаниях равна 0,936. Найти вероятность наступления события A при одном испытании.

в) Вероятность рождения мальчика равна 0,51. Найти вероятность того, что среди 100 новорожденных окажется 50 мальчиков.

85.а) На полке расставляют наудачу 10 книг. Найти вероятность того, что 3 определенные книги окажутся рядом.

б) Вероятность поражения цели хотя бы одной пулей при 4 независимых выстрелах равна 0,59. Какова вероятность поражения цели при одном выстреле?

в) Вероятность поражения мишени при одном выстреле равна 0,8. Найти вероятность того, что при 100 выстрелах мишень будет поражена ровно 75 раз.

86.а) Бросаются 4 игральные кости. Найти вероятность того, что на всех выпадает одинаковое число очков.

б) Пусть вероятность того, что наудачу взятая деталь нестандартная, равна 0,1. Найти вероятность того, что среди взятых наудачу 5 деталей не более 2 нестандартных.

в) В опыте Бюффона монета подбрасывалась 4040 раз. При этом «герб» выпал 2048 раз. С какой вероятностью можно было ожидать этот результат?

87.а) Группа из 10 мужчин и 10 женщин делится случайным образом на две равные части. Найти вероятность того, что в каждой части мужчин и женщин одинаково.

б) Пусть вероятность того, что телевизор потребует ремонта в течение гарантийного срока, равна 0,2. Найти вероятность того, что в течение гарантийного срока из 6 телевизоров: а) не более одного потребует ремонта; б) хотя бы один не потребует ремонта.

в) Найти вероятность того, что в партии из 800 изделий число изделий высшего сорта заключено между 600 и 700, если вероятность того, что отдельное изделие окажется высшего сорта, равна 0,62.

88.а) В зале 50 мест. Найти вероятность того, что из 10 человек 5 займут определенные места, если места занимаются ими случайным образом.

б) Вероятность выиграть по лотерейному билету равна $1/7$. Найти вероятность выиграть не менее чем по двум билетам из шести.

в) Вероятность неточной сборки прибора равна 0,2. Найти вероятность того, что среди 500 приборов окажется от 410 до 430 (включительно) годных.

89.а) Для производственной практики на 30 студентов предоставлено 15 мест в Рязани, 8 – в Тамбове и 7 – в Воронеже. Какова вероятность того, что два определенных студента попадут на практику в один город?

б) Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0,4. Найти вероятность разрушения объекта, если для этого необходимо не менее трех попаданий, а сделано 15 выстрелов.

в) Пусть вероятность того, что покупателю необходима обувь 41-го размера, равна 0,2. Найти вероятность того, что из 750 покупателей не более 120 потребуют обувь этого размера.

90.а) В партии из 10 изделий имеется 4 бракованных. Наугад выбирают 5 изделий. Определить вероятность того, что среди этих 5 изделий окажется 3 бракованных.

б) Найти вероятность того, что в семье, имеющей 6 детей, не менее двух девочек. Предполагается, что вероятности рождения мальчика и девочки одинаковые.

в) Всхожесть семян данного растения составляет 90%. Найти вероятность того, что из 800 посеянных семян взойдет не менее 700.

91.а) Три стрелка стреляют по цели. Вероятность попадания в цель для первого стрелка равна 0,75; для второго – 0,8; для третьего – 0,9. Найти вероятность того, что: 1) все три стрелка попадут в цель; 2) все трое промахнутся; 3) только один стрелок попадет в цель; 4) хотя бы один стрелок попадет в цель.

б) Вероятность появления события A при одном испытании равна $0,1$. Найти вероятность того, что при трех независимых испытаниях оно появится: 1) не менее двух раз; 2) хотя бы один раз.

в) Игральную кость подбрасывают 500 раз. Какова вероятность того, что цифра 1 при этом выпадет 50 раз?

92.а) В первом ящике 6 белых и 4 черных шара, во втором — 7 белых и 3 черных. Из каждого ящика наугад вынимают по одному шару. Чему равна вероятность того, что вынутые шары разного цвета?

б) Игральную кость подбрасывают 3 раза. Найти вероятность того, что дважды появится число очков, кратное трем.

в) Вероятность получения по лотерее безвыигрышного билета равна $0,1$. Какова вероятность того, что среди 400 наугад купленных билетов не менее 50 и не более 60 безвыигрышных?

93.а) На двух станках производятся одинаковые детали. Вероятность того, что деталь стандартная, для первого станка равна $0,8$, для второго — $0,9$. Производительность второго станка втрое больше, чем первого. Найти вероятность того, что взятая наудачу деталь окажется стандартной.

б) Событие B появится в случае, если событие A появится не менее четырех раз. Найти вероятность того, что наступит событие B , если будет произведено пять независимых испытаний, в каждом из которых вероятность появления события A равна $0,5$.

в) Чему равна вероятность того, что среди 100 случайных прохожих окажутся 32 женщины (предполагается, что число мужчин и женщин в городе одинаково)?

94.а) На пяти карточках написано по одной цифре из набора $1,2,3,4,5$. Наугад выбирают одну за другой две карточки. Какова вероятность того, что число на второй карточке будет больше, чем на первой?

б) Случайно встреченное лицо может оказаться, с вероятностью $p=0,2$, брюнетом, с $p=0,3$ — блондином, $p=0,4$ — шатеном и с $p=0,1$ — рыжим. Какова вероятность того, что среди трех случайно встреченных лиц: 1) не менее двух брюнетов; 2) один блондин и два шатена; 3) хотя бы один рыжий?

в) Вероятность наступления события A в каждом из 100 независимых испытаний равна $0,8$. Найти вероятность того, что событие A появится в этих испытаниях: 1) ровно 90 раз; 2) не менее 80 и не более 90 раз.

95.а) Из партии, в которой 20 деталей без дефектов и 5 с дефектами, берут наудачу 3 детали. Чему равна вероятность того, что: 1) все три детали без дефектов; 2) по крайней мере одна деталь без дефектов?

б) Вероятность хотя бы одного попадания при двух выстрелах равна $0,99$. Найти вероятность трех попаданий при четырех выстрелах.

в) Вероятность выздоровления больного в результате применения нового способа лечения равна $0,8$. Сколько вылечившихся из 100 больных можно ожидать с вероятностью $0,75$?

96.а) Слово «карета», составленное из букв-кубиков, рассыпано на отдельные буквы, которые затем сложены в коробке. Из коробки наугад

извлекают буквы одну за другой. Какова вероятность получить при таком извлечении слом «ракета»?

б) В квартире четыре электролампочки. Для каждой лампочки вероятность того, что она останется неисправной в течение года, равна $5/6$. Какова вероятность того, что в течение года придется заменить не менее половины лампочек?

в) Игральную кость подбрасывают 320 раз. Какова вероятность того, что цифра 5 при этом выпадет не менее 70 и не более 83 раз?

97.а) Ящик содержит 10 деталей, среди которых 3 стандартные. Найти вероятность того, что из наудачу отобранных 5 деталей окажется не более одной стандартной.

б) В ящике имеется по одинаковому числу деталей, изготовленных заводами № 1 и № 2. Найти вероятность того, что среди пяти наудачу отобранных деталей изготовлены заводом № 1: 1) две детали; 2) менее двух деталей; 3) более двух деталей.

в) Вероятность того, что пассажир опоздает к отправлению поезда, равна 0,02. Найти наиболее вероятное число опоздавших из 625 пассажиров и вероятность этого события.

98.а) Брошены два одинаковых игральных кубика. Найти вероятность того, что цифра 6 появится хотя бы на одной грани.

б) Пусть вероятность того, что телевизор потребует ремонта в течение гарантийного срока, равна 0,2. Найти вероятность того, что в течение гарантийного срока из трех телевизоров: 1) не более одного потребует ремонта; 2) хотя бы один не потребует ремонта.

в) При проведении эксперимента монету подбрасывали 4096 раз, причем герб выпал 2068 раз. С какой вероятностью можно было ожидать этот результат?

99.а) Для поражения цели достаточно попадания хотя бы одного снаряда. Произведено два залпа из двух орудий. Найти вероятность поражения цели, если вероятность попадания в цель при одном выстреле из первого орудия равна 0,3, а из второго — 0,4.

б) В ящике лежат несколько тысяч одинаковых предохранителей. Половина из них изготовлена I заводом, остальные — II заводом. Наудачу вынули пять предохранителей. Чему равна вероятность того, что I заводом из них изготовлены: 1) два предохранителя; 2) менее двух предохранителей; 3) более двух предохранителей?

в) Найти вероятность того, что в партии из 900 изделий число изделий высшего сорта заключено между 600 и 700. Вероятность появления изделия высшего сорта в партии равна 0,8.

100. а) В урне лежит 12 белых и 8 красных шаров. Вынули 8 шаров. Какова вероятность того, что: 1) три из них красные; 2) красных шаров вынута не более трех?

б) Отдел технического контроля проверяет изделия на стандартность. Вероятность того, что изделие нестандартно, равна 0,1. Найти вероятность того,

что: 1) из трех проверенных изделий только одно нестандартное; 2) нестандартным будет только третье по порядку проверенное изделие.

в) Игральный кубик подбросили 125 раз. Какова вероятность того, что цифра 6 появилась не более 60 раз?

Кулешова Ирина Ивановна

МАТЕМАТИКА

Варианты заданий для студентов направлений КТМ, ЭТМ
и С заочной формы обучения

Редактор Е.Ф. Изотова

Подписано к печати 27.09.2017. Формат 60x84/16.
Усл. печ. л. 1,56. Тираж 50 экз. Зак. 171632. Рег. № 15.

Отпечатано в ИТО Рубцовского индустриального института
658207, Рубцовск, ул. Тракторная, 2/б.