МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Рубцовский индустриальный институт (филиал)
федерального государственного бюджетного образовательного
учреждения высшего образования
«Алтайский государственный технический университет
им. И.И. Ползунова»
(РИИ АлтГТУ)

В.В. Гриценко

ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ

Методические указания по организации, содержанию, оформлению и защите расчетного задания (контрольной работы) по дисциплине «Метрология, стандартизация и сертификация» для студентов направлений «Машиностроение», «Технологические машины и оборудование» и «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств» всех форм обучения

Рубцовск 2018

УДК 621-05

Гриценко В.В. Погрешности измерений: Методические указания по организации, содержанию, оформлению и защите расчетного задания (контрольной работы) по дисциплине «Метрология, стандартизация и сертификация» для студентов направлений «Машиностроение», «Технологические машины и оборудование» и «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств» всех форм обучения / Рубцовский индустриальный институт. – Рубцовск, 2018. – 35 с.

Предназначено в качестве руководства при выполнении расчетного задания (контрольных работ) по дисциплине «Метрология, стандартизация и сертификация» студентами направлений «Машиностроение», «Технологические машины и оборудование» и «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств» всех форм обучения. В пособии представлены теоретические сведения о погрешностях измерений и погрешностях оценок, методики расчета погрешностей прямых и косвенных измерений. Указаны цели и задачи работы, содержание и объем заданий; приведены варианты и примеры их решения, вопросы для устного опроса и требования к оформлению расчетных заданий. Представлен список литературы, необходимый для выполнения расчетного задания (контрольной работы).

Рассмотрено и одобрено на
заседании каф. ТиТМиПП РИИ.
Протокол № 5 от 01.06.2018 г.

Рецензент:
доцент каф. НТС Н.А. Чернецкая

Содержание

Стр.

1 ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ О ПОГРЕШНОСТЯХ ИЗМЕРЕНИЙ И ПОГРЕШНОСТЯХ ОЦЕНОК

Погрешность измерения (*погрешность результата измерения*) характеризует отклонение результата измерения y от истинного x (действительного $x_д$) значения измеряемой величины. Погрешность результата измерения Δy может представляться в виде разности [1]

$$\Delta_{y1} = y - x,\ \Delta_{y2} = y - x_д. \qquad (1)$$

Абсолютная погрешность измерения – это погрешность результата измерения Δ_y, выраженная в единицах измеряемой величины.

Относительная погрешность измерения определяется отношением абсолютной погрешности измерения к действительному или измеренному значению измеряемой величины. Относительную погрешность δ, определяемую в долях или процентах, находят по одному из соотношений [1]

$$\delta_1 = \frac{\Delta_y}{x_д},\ \ \delta_2 = \frac{\Delta_y}{x_д}\cdot 100\%,\ \ \delta_3 = \frac{\Delta_y}{y},\ \ \delta_4 = \frac{\Delta_y}{y}\cdot 100\%. \qquad (2)$$

Приведённая погрешность измерения выражается в виде отношения абсолютной погрешности измерения Δ_y к условно принятому значению величины X_N, постоянному во всём диапазоне измерений или части диапазона. Величина X_N называется нормирующим значением; нередко, за нормирующее значение принимают верхний предел измерений. Приведённую погрешность γ выражают в долях или процентах [1]:

$$\gamma_1 = \frac{\Delta_y}{X_N},\ \ \gamma_2 = \frac{\Delta_y}{X_N}\cdot 100\%. \qquad (3)$$

Погрешности измерений могут различаться по степени возможности их оценивания или предсказания и подразделяются на два класса: *систематические погрешности* Δ_{ys} и *случайные погрешности* Δ_{yr}. Соответственно, результаты измерений подразделяются на результаты измерений y_s с систематическими погрешностями и результаты измерений y_r со случайными погрешностями (индекс «*r*» от английского прилагательного «*random*» – случайный) [1].

В зависимости от характера изменения во времени погрешности измерений бывают *статическими* – когда величины x, y и значение Δ_y не изменяются во времени; в противоположном случае погрешности $\Delta_y(t)$ изменяются во времени и являются *динамическими* [1].

Погрешности возникают вследствие того, что процесс измерения всегда сопровождается действием различных *помеховых возмущений*: на результаты измерений влияют особенности конструкций средств измерения, методики измерений, множество действующих неконтролируемых внешних факторов и т.д. [1].

Оценка измеряемой физической величины $x°$ представляет собой численное приближение к истинному значению физической величины x. Результаты измерений в виде ряда y_i, i = 1, 2, ..., N, где N – число измерений, служат основой для получения оценки $x°$ с помощью алгоритма оценивания (алгоритма обработки);

оценка x° представляется некоторой функцией от результатов измерений. По величине оценки x° судят о значении измеряемой величины x [1].

Погрешность оценки определяет отклонение оценки x° измеряемой физической величины от её истинного значения x. Для погрешностей оценок вводятся различные количественные характеристики. В ряде случаев погрешность оценки может быть определена как разность $\Delta_{x^\circ} = x^\circ - x$ [1].

1.1 Систематические погрешности измерений [1]

Систематические погрешности измерений – это составляющие погрешности результатов измерений, которые остаются постоянными или закономерно изменяются при повторении измерений одной и той же физической величины [1].

Систематические погрешности измерений Δ_{ys} могут подразделяться на виды следующим образом.

Постоянные систематические погрешности – погрешности, которые продолжительное время сохраняют своё значение, например, в течение выполнения всего ряда измерений [1].

Прогрессивные систематические погрешности (трендовые погрешности) – погрешности, которые непрерывно возрастают или убывают [1].

Периодические систематические погрешности – погрешности, значения которых являются периодической функцией времени или перемещения указателя измерительного прибора [1].

Погрешности метода измерения (методические погрешности) Δ_{ysm} – это составляющие систематической погрешности измерения, вызванные несовершенством или особенностями принятого метода измерения [1].

Инструментальные погрешности измерения Δ_{ysi} – это составляющие систематической погрешности измерения, обусловленные погрешностями, которые вносятся применяемым средством измерений [1].

Субъективные погрешности измерений Δ_{yss} – это составляющие систематической погрешности измерений, обусловленные индивидуальными особенностями оператора – измерителя [1].

Перечислим основные возмущающие факторы, приводящие к возникновению систематических погрешностей в измерениях. Опишем особенности их действия, наиболее существенные для измерений в рассматриваемых предметных областях.

Фактор температурных полей. Температурные поля порождают изменения геометрических размеров частей конструкций и физических параметров составляющих элементов средств измерений и обусловливают возникновение неконтролируемых теплопритоков [1].

Фактор магнитных и электрических полей. Магнитные и электрические поля влияют на электронные и механические компоненты средств измерений, формируя помехи в различных частотных диапазонах и приводя к намагничиванию и электростатическому взаимовлиянию различных составляющих частей [1].

Фактор атмосферного давления и влажности воздуха. Атмосферное давление влияет на характер протекания различных теплотехнических процессов, изменяя, в частности, термодинамические характеристики составляющих компонентов средств измерений. Влажность воздуха в ряде случаев из-за гигроскопичности материалов элементов средств измерений приводит к изменению их физических параметров [1].

Фактор вибраций и акустических шумов. Повышенные уровни вибраций и акустических шумов приводят к изменениям параметров механических конструкций и электронных составляющих элементов средств измерений [1].

1.2 Методы уменьшения (устранения) систематических погрешностей в результатах измерений [1]

Уменьшение методических и инструментальных систематических погрешностей, возникающих из-за особенностей конструкций, методик измерения и вследствие влияния внешних факторов, в наиболее общем случае может быть произведено на основе использования детальной и точной математической модели средства измерений. С ее помощью проводится моделирование работы исследуемого средства измерений на ЭВМ. Результаты моделирования могут обеспечить получение необходимой численной оценки систематической погрешности [1].

Уменьшение инструментальных систематических погрешностей измерений из-за внешних факторов, как правило, реализуется на основе проведения специальных технических мероприятий [1].

Уменьшение температурных систематических погрешностей из-за возмущающих факторов температурных полей осуществляется, в основном, на основе термостатирования. Естественное термостатирование сводится к применению различных вариантов теплоизоляции. Искусственное термостатирование реализуется путём использования систем поддержания температуры, включающих автоматизированные устройства подогрева или охлаждения [1].

Наиболее распространённый способ снижения систематических погрешностей от помех магнитных и электрических полей состоит в экранировании средств измерений или их частей [1].

Снижение влияния фактора давления и влажности на систематические погрешности измерений обеспечивается с помощью герметизации помещения, герметизации кожухов средств измерений и применения систем технологического кондиционирования воздуха. В ряде случаев действие рассматриваемых факторов может быть уменьшено путём помещения объекта измерения и средства измерения в специальные барокамеры с регулируемым давлением, влажностью и температурой [1].

Влияние факторов вибраций и шума на точность измерений устраняется с помощью уменьшения уровней вибраций и шумов от технических объектов, воздействующих на измерительные средства, а также применением звуко- и виброзащитных экранов и виброизоляции, амортизации средств измерений на основе различных поглотителей колебаний и демпфирующих подвесок [1].

Субъективные систематические погрешности уменьшаются или устраняются на основе точного соблюдения инструкций и методических указаний при проведении измерений. Некоторые погрешности субъективного характера исключаются в процессе проведения независимых повторных измерений несколькими лицами [1].

Уменьшение (устранение) систематических погрешностей достигается с помощью совершенствования или модификации метрологических методов (технологий). Приведём описания наиболее распространённых методов [1].

Метод замещения заключается в том, что измеряемый объект после проведения первого измерения с некоторой систематической погрешностью заменяется известной эталонной мерой, находящейся в тех же условиях, что и измеряемый объект. Затем проводится второе измерение, подбором регулируется такое значение меры, которое обеспечивает совпадение результата второго измерения с первым. Подобранное значение эталонной меры, вполне очевидно, может служить результатом измерения без систематической погрешности [1].

Метод компенсации погрешности по знаку состоит в исключении систематической погрешности на основе проведения дополнительного компенсационного измерения. Метод компенсации реализуется, когда имеется техническая возможность модификации метрологической процедуры измерения таким образом, чтобы неизвестная систематическая погрешность вошла в результат измерения с противоположным знаком по отношению к компенсационному измерению. Систематическая погрешность устраняется усреднением результатов основного и компенсационного измерения [1].

Метод математической обработки результатов измерений в ряде случаев обеспечивает уменьшение систематических погрешностей в измерениях, если имеется достаточно точная информация о характере систематической погрешности и когда измеряемая величина в последовательности измерений функционально существенно отличается от систематической погрешности [1].

Метод нескольких независимых средств измерений, отличающихся принципом действия, конструкцией или используемым метрологическим методом, состоит в том, что в наборе произведённых измерений одной и той же физической величины разными средствами отбрасываются измерения с заметными грубыми погрешностями. Оставшиеся измерения усредняются [1].

1.3 Случайные погрешности измерений

Случайные погрешности измерений – это составляющие погрешности результатов измерений, изменяющиеся случайным образом по знаку и значению при повторных измерениях одной и той же физической величины [1].

Эти погрешности возникают при воздействии на конструкцию средства измерений множества случайных составляющих помеховых возмущений, каждое из которых является малым. Случайные составляющие помеховые возмущения приводят к появлению результирующего случайного помехового возмущения.

Рассмотрим математическую модель формирования результатов с погрешностями, которые обусловлены действием помеховых возмущений. Очевидно, связь результатов измерений y, истинного значения измеряемой величины x и помеховых возмущений $w_1, w_2, ..., w_L$, где L – число действующих помеховых возмущений (иногда бывает достаточно большим), может описываться с помощью нелинейной модельной функции, зависящей от конструкции средства измерений [1]

$$y = h_0(x, w_1, w_2, ..., w_L).$$

Предложенная модель может быть применена для модельной функции формирования результатов измерений со случайными погрешностями. Вполне справедлива запись

$$y_r = h_{0r}(x, w_{r1}, w_{r2}, ..., w_{rL}),$$

где y_r – результат измерения со случайной погрешностью, $w_{r1}, w_{r2}, ..., w_{rL}$ – случайные помеховые возмущения. Очевидно, что $x = h_{0r}(x, 0, 0, ..., 0)$. Для малых $w_{r1}, w_{r2}, ..., w_{rL}$ предлагаемая модель может быть линеаризована в точке $w_{r1} = w_{r2} = ... = w_{rL} = 0$ на основе разложения в ряд Тейлора при условии дифференцируемости функции $y_r = h_{0r}(x, w_{r1}, w_{r2}, ..., w_{rL})$ [1]

$$y_r = h_{0r}(x,0,0,...,0) + \sum_{l=1}^{L} \frac{\partial h_{0r}(x,0,...,0)}{\partial w_{rl}} w_{rl}.$$

В простейшем случае математическая модель формирования результата измерения со случайной погрешностью может быть представлена в виде линейной аддитивной функции [1]

$$y_r = x + w_r,$$

где w_r – реализованное значение результирующего случайного помехового возмущения, являющегося взвешенной суммой помеховых возмущений $w_{r1}, w_{r2}, ..., w_{rL}$.

В соответствии с последним выражением, случайная погрешность измерения равняется величине помехового возмущения $\Delta_{yr} = y_r - x = w_r$ [1].

В дальнейшем для удобств сокращения записи будем считать тождественными формулировки «случайные измерения» и «измерения со случайными погрешностями».

Случайные измерения, случайные помеховые возмущения и случайные погрешности являются случайными величинами; примем для них обозначения Y, W и Δ_Y, опустив индекс «r». Благодаря частному виду $y_r = x + w_r$, случайные погрешности измерений Δ_Y и случайные помеховые возмущения W тождественны.

Закономерности для случайных измерений и случайных погрешностей измерений описываются на основе теории вероятностей и математической статистики, и они проявляются при рассмотрении большого количества результатов измерений. Действие случайных погрешностей может быть уменьшено с помощью математической обработки результатов случайных измерений [1].

Рассмотрим характеристики случайных измерений [1], связанные с рассеянием результатов случайных измерений.

Рассеяние результатов измерений по определению представляет собой несовпадение результатов измерений одной и той же величины в ряду равноточных измерений, как правило, обусловленное действием случайных погрешностей. Количественную оценку рассеяния результатов измерений в ряду измерений вследствие действия случайных погрешностей обычно получают после введения поправки на действие систематических погрешностей.

Размах результатов измерений. Оценка размаха R_N рассеяния результатов измерений физической величины, образующих ряд (или выборку из N измерений), вычисляется по формуле

$$R_N = y_{\max} - y_{\min}, \tag{4}$$

где y_{max}, y_{min} – наибольшее и наименьшее значение физической величины в ряду из N измерений [1].

Средняя квадратичная погрешность измерений. Оценка S средней квадратичной погрешности измерений при рассеянии результатов измерений в ряду равноточных измерений одной и той же физической величины около среднего значения $\bar{y}$ определяется по формуле [1]

$$S = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(y_i - \bar{y})^2}\,, \tag{5}$$

где y_i – результат i – го единичного измерения, $\bar{y}$ – среднеарифметическое значение измеренных величин для N измерений

$$\bar{y} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} y_i\,. \tag{6}$$

Среднеквадратичная погрешность среднего арифметического. Оценка $S_{\bar{y}}$ среднеквадратичной погрешности среднеарифметического значения результатов измерения одной и той же величины вычисляется по формуле [1]

$$S_{\bar{y}} = \frac{S}{\sqrt{N}} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)}\sum_{i=1}^{N}(y_i - \bar{y})^2}\,. \tag{7}$$

2 РАСЧЕТ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗМЕРЕНИЙ

По способу получения результата измерения бывают прямые (непосредственные) и косвенные [2].

Прямые измерения дают непосредственные значения исследуемой величины, которые могут быть отсчитаны прямо по прибору [2].

При *косвенных измерениях* исследуемая величина не может быть получена непосредственно, а вычисляется как функция по результатам измерения других физических величин [2].

Рассмотрим примеры расчета погрешностей таких измерений.

2.1 Расчет погрешностей прямых измерений

Измерения бывают однократные и многократные. Однократные измерения проводить проще и дешевле. Но многократные дают более точный результат, так как они уменьшают влияние случайных погрешностей.

При изложении материала в данном разделе приняты следующие обозначения:

x – символ измеряемой величины, например, время τ, давление p, масса m и т. п.;

x_i – значение, полученное при однократном измерении величины x, например: τ_1 = 5,3 с; τ_2 = 5,8 с и т. д.;

$\bar{x}$ – измеренное значение величины x, в качестве которого могут быть приняты: результат одного измерения при однократных измерениях; среднее арифметическое из всех измерений при многократных измерениях.

Рассмотрим вначале порядок расчета погрешностей для однократных измерений.

2.1.1 Прямые однократные измерения

Прямые однократные измерения являются основным видом технических измерений и проводятся в том случае, когда ожидается пренебрежимо малая (по сравнению с инструментальной) случайная погрешность.

При однократных измерениях за измеренное значение величины следует принять результат одного измерения

$$\bar{x} = x_1.$$

По инструментальной погрешности Δ_{ux} средства измерения следует определить абсолютную погрешность измерения

$$\Delta_x = \Delta_{ux}.$$

Относительную погрешность вычислить по формуле (8)

$$\delta_x = \frac{\Delta_x}{\bar{x}} 100\% . \tag{8}$$

Результат измерений для доверительной вероятности α = 1 (при однократных измерениях) представить в виде

$$\boxed{x = (\ldots \pm \ldots)\ldots; \qquad \delta_x = \ldots\%; \qquad \alpha = 1} \tag{9}$$

измеренное значение | абсолютная погрешность | единица измерения | относительная погрешность | доверительная вероятность

2.1.1.1 Типовое индивидуальное расчетное задание №1. «Расчет погрешностей прямых однократных измерений»

При измерении размеров шеек многоступенчатого вала прямыми однократными измерениями были получены следующие результаты: диаметр шейки 1 – D_1;

диаметр шейки 2 – D_2; диаметр шейки 3 – D_3; диаметр шейки 4 – D_4. Измерение шейки 1 производилось штангенциркулем с инструментальной погрешностью $\Delta_{и1}$, шейки 2 – штангенциркулем с инструментальной погрешностью $\Delta_{и2}$, шеек 3 и 4 микрометрами с инструментальными погрешностями $\Delta_{и3}$ и $\Delta_{и4}$ соответственно.

Определить абсолютные и относительные погрешности измерений для доверительной вероятности $\alpha = 1$, результаты представить в виде (9).

2.1.1.2 Пример выполнения расчетного задания №1

Дано

Для условия п. 2.1.1.1 имеем: $D_1 = 50$ мм; $D_2 = 60$ мм; $D_3 = 30$ мм; $D_4 = 30$ мм; $\Delta_{и1} = 0{,}1$ мм; $\Delta_{и2} = 0{,}05$ мм; $\Delta_{и3} = 0{,}01$ мм и $\Delta_{и4} = 0{,}001$ мм.

Решение

По инструментальным погрешностям средств измерения определяем абсолютные погрешности измерений: $\Delta_1 = \Delta_{и1} = 0{,}1$ мм; $\Delta_2 = \Delta_{и2} = 0{,}05$ мм; $\Delta_3 = \Delta_{и3} = 0{,}01$мм и $\Delta_4 = \Delta_{и4} = 0{,}001$ мм.

Относительные погрешности измерений вычисляем по формуле (8)

$$\delta_1 = \frac{\Delta_1}{D_1}100\% = \frac{0{,}1}{50}100\% = 0{,}2\%\,,$$

$$\delta_2 = \frac{\Delta_2}{D_2}100\% = \frac{0{,}05}{60}100\% = 0{,}08\%\,,$$

$$\delta_3 = \frac{\Delta_3}{D_3}100\% = \frac{0{,}01}{30}100\% = 0{,}03\%\,,$$

$$\delta_4 = \frac{\Delta_4}{D_4}100\% = \frac{0{,}001}{30}100\% = 0{,}003\%\,.$$

Ответ представлен в таблице 1.

Таблица 1 - Результаты измерений

$D_1 = (50 \pm 0{,}1)$ мм;	$\delta_1 = 0{,}2$ %;	$\alpha = 1$;
$D_2 = (60 \pm 0{,}05)$ мм;	$\delta_2 = 0{,}08$ %;	$\alpha = 1$;
$D_3 = (30 \pm 0{,}01)$ мм;	$\delta_3 = 0{,}03$ %;	$\alpha = 1$;
$D_4 = (30 \pm 0{,}001)$ мм;	$\delta_4 = 0{,}003$ %;	$\alpha = 1$;

2.1.1.3 Варианты расчетного задания №1

Данные для вариантов индивидуальных расчетных заданий представлены в таблице 2.

Таблица 2 - Исходные данные для вариантов индивидуальных расчетных заданий

Вариант заданий	Данные							
	D_1, мм	D_2, мм	D_3, мм	D_4, мм	$\Delta_{и1}$, мм	$\Delta_{и2}$, мм	$\Delta_{и3}$, мм	$\Delta_{и4}$, мм
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	40	40	50	60	0,1	0,02	0,01	0,001
2	30	40	50	60	0,2	0,1	0,01	0,001
3	20	20	30	40	0,1	0,1	0,01	0,01
4	10	15	20	30	0,1	0,1	0,01	0,001
5	40	20	30	15	0,2	0,02	0,001	0,01
6	50	30	40	40	0,1	0,05	0,01	0,01
7	60	50	40	30	0,05	0,05	0,001	0,001
8	70	60	50	40	0,1	0,1	0,01	0,01
9	80	90	80	70	0,1	0,1	0,01	0,01
10	80	70	60	50	0,2	0,02	0,001	0,01
11	90	80	70	60	0,05	0,05	0,001	0,001
12	100	90	80	70	0,05	0,05	0,001	0,001
13	70	80	90	100	0,05	0,05	0,001	0,001
14	110	100	90	80	0,1	0,1	0,01	0,01
15	120	110	100	90	0,2	0,02	0,001	0,01
16	130	120	110	100	0,1	0,02	0,01	0,001
17	140	130	120	110	0,05	0,1	0,01	0,01
18	150	140	130	120	0,05	0,1	0,01	0,01
19	160	150	140	130	0,2	0,02	0,001	0,01
20	170	160	150	140	0,1	0,02	0,01	0,001
21	180	170	160	150	0,2	0,02	0,001	0,01
22	190	180	155	145	0,1	0,1	0,01	0,01
23	190	180	170	160	0,1	0,02	0,01	0,001
24	195	185	175	165	0,1	0,1	0,001	0,001
25	200	190	180	170	0,05	0,05	0,01	0,01

2.1.2 Прямые многократные измерения

Многократные измерения проводятся с целью уменьшения влияния случайных погрешностей на результат измерения. При многократных измерениях за измеренное значение величины принимается среднее арифметическое из всех полученных отдельных измерений.

Теория метода обработки прямых многократных измерений базируется на теории вероятности. Ниже представлен порядок обработки прямых многократных измерений.

1. Провести n измерений x_i измеряемой величины x

$$x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n .$$

2. Вычислить среднее арифметическое значение измеряемой величины

$$\bar{x} = \frac{x_1 + \ldots + x_i + \ldots + x_n}{n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \quad . \tag{10}$$

3. Вычислить оценку среднего квадратического отклонения (СКО) результата измерения

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \quad . \tag{11}$$

4. Рассчитать доверительный интервал случайной погрешности (случайную погрешность)

$$\Delta_{\bar{x}} = t_{\alpha,n} S_{\bar{x}} \ , \tag{12}$$

где $t_{\alpha,n}$ – коэффициент Стьюдента, который учитывает требуемую доверительную вероятность α и количество проведенных измерений n, на основании которых вычислена величина $S_{\bar{x}}$.

Для технических измерений принята доверительная вероятность α = 0,95. С такой же доверительной вероятностью проводятся расчеты погрешностей многократных измерений в расчетных заданиях. Коэффициент Стьюдента выбирается из табл. 3 для заданного числа измерений n.

Таблица 3 - Значения коэффициента Стьюдента для α=0,95

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	30
$t_{\alpha,n}$	12,7	4,30	3,18	2,78	2,57	2,45	2,36	2,31	2,26	2,09	2,04

5. Определить абсолютную погрешность измерения с учетом случайной погрешности $\Delta_{\bar{x}}$ и инструментальной погрешности Δ_{ux}

$$\Delta_x = \sqrt{\Delta_{\bar{x}}^2 + \left(\frac{2}{3}\Delta_{ux}\right)^2} \quad . \tag{13}$$

Множитель “2/3” в выражении (13) учитывает разные доверительные вероятности определения случайной $\Delta_{\bar{x}}$ и инструментальной Δ_{ux} погрешностей. Случайная погрешность рассчитывается для доверительной вероятности α = 0,95, а величина инструментальной погрешности Δ_{ux} прибора нормируется для доверительной вероятности α =1.

6. Относительная погрешность измерения вычисляется по формуле (8)

$$\delta_x = \frac{\Delta_x}{\bar{x}} 100\% \ .$$

7. Коне

$x = (\ldots \pm \ldots)\ldots;$ $\delta_x = \ldots\%;$ $\alpha = 1$

измеренное значение | абсолютная погрешность | единица измерения | относительная погрешность | доверительная вероятность

2.1.2.1 Типовое индивидуальное расчетное задание №2. «Расчет погрешностей прямых многократных измерений»

При исследовании эффективности работы водонагревателя были произведены прямые многократные измерения следующих величин: времени τ (мин), за которое вода нагревается от 20 до 30 °С; и повышения температуры t (°С) за время $\tau = 1$ мин. Проведено n_τ измерений времени и n_t измерений температуры.

В результате проведенных измерений получены следующие результаты: $\tau = \tau_1, \ldots \tau_i, \ldots \tau_n$ и $t = t_1, \ldots t_i, \ldots t_n$ (данные для вариантов заданий представлены в табл. 5).

Определить абсолютные и относительные погрешности измерений, результаты представить в виде (9).

2.1.2.2 Пример выполнения расчетного задания №2

Дано

Для условия п. 2.1.2.1 имеем: $n_\tau = 3$ шт.; $n_t = 3$ шт.; $\tau = (1; 1{,}1; 0{,}9)$ мин; $t = (10; 11; 9)$ °С; $\Delta_{u\tau} = 0{,}01$ мин; $\Delta_{ut} = 1$ °С.

Решение

1) Исходные данные для решения заданий выбираются из таб. 1.5 в соответствии с номером варианта.

2) Определяем среднее арифметическое значение измеряемой величины по формуле (10)

$$\bar{\tau} = \frac{\tau_1 + \tau_2 + \tau_3}{n_\tau} = \frac{1 + 1{,}1 + 0{,}9}{3} = 1 \text{ мин},$$

$$\bar{t} = \frac{t_1 + t_2 + t_3}{n_t} = \frac{10 + 11 + 9}{3} = 10 \text{ °С}.$$

3) По формуле (11) оценку среднего квадратического отклонения (СКО) результата измерения

$$S_{\bar{\tau}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (\tau_i - \bar{\tau})^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{(1-1)^2 + (1{,}1-1)^2 + (0{,}9-1)^2}{3(3-1)}} = \sqrt{0{,}0033} = 0{,}058 \text{ мин},$$

$$S_{\bar{t}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (t_i - \bar{t})^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{(10-10)^2 + (11-10)^2 + (9-10)^2}{3(3-1)}} = \sqrt{\frac{2}{3(3-1)}} = 0{,}577 \text{ °С}.$$

4) Рассчитываем доверительный интервал случайной погрешности (случайную погрешность) по формуле (12).

Для технических измерений принята доверительная вероятность α = 0,95. С такой же доверительной вероятностью проводятся расчеты погрешностей многократных измерений в расчетных заданиях. Коэффициент Стьюдента выбирается из табл. 3 для заданного числа измерений *n* ($t_{\alpha,n,\tau}$ = 4,3; $t_{\alpha,n,t}$ = 4,3).

$$\Delta_{\bar{\tau}} = t_{\alpha,n,\tau} S_{\bar{\tau}} = 4{,}3 \cdot 0{,}058 = 0{,}2494 \text{ мин},$$

$$\Delta_{\bar{t}} = t_{\alpha,n,t} S_{\bar{t}} = 4{,}3 \cdot 0{,}577 = 2{,}48 \ {}^{\circ}\text{C}.$$

5) По формуле (13) определяем абсолютную погрешность измерения с учетом случайной погрешности $\Delta_{\bar{x}}$ и инструментальной погрешности $\Delta_{их}$

$$\Delta_{\tau} = \sqrt{\Delta^2_{\bar{\tau}} + \left(\frac{2}{3}\Delta_{u\tau}\right)^2} = \sqrt{0{,}2494^2 + \left(\frac{2}{3}0{,}01\right)^2} = 0{,}2495 \text{ мин},$$

$$\Delta_{t} = \sqrt{\Delta^2_{\bar{t}} + \left(\frac{2}{3}\Delta_{ut}\right)^2} = \sqrt{2{,}4811^2 + \left(\frac{2}{3}1\right)^2} = 2{,}569 \ {}^{\circ}\text{C}.$$

6) Относительная погрешность измерения вычисляется по формуле (8)

$$\delta_{\tau} = \frac{\Delta_{\tau}}{\bar{\tau}}100\% = \frac{0{,}2495}{1}100\% = 24{,}95\%,$$

$$\delta_{t} = \frac{\Delta_{t}}{\bar{t}}100\% = \frac{2{,}569}{10}100\% = 25{,}69\%$$

7) Конечный результат измерений представлен в таблице 4.

Таблица 4 - Результаты измерений

τ = (1±0,1034) мин;	δ_τ = 10,34 %;	α_τ = 0,95;
t = (10±2,569) мм;	δ_t = 25,69 %;	α_t = 0,95.

2.1.2.3 Варианты расчетного задания №2

Данные для вариантов индивидуальных расчетных заданий представлены в таблице 5.

Таблица 5 - Исходные данные для вариантов индивидуальных расчетных заданий

Вариант	$\Delta_{u\tau}$, мин	n_τ, шт.	τ, мин												
	Δ_{ut}, °C	n_t, шт.	*t*, °C												
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	0,1	3	1	1,1	1,2										
	1	3				13	14	15							
2	0,1	4										0,6	0,5	1	1,5
	1	4	10	11	12	13									
3	0,1	5			1,2	1,3	1,4							1	1,5

	1	5	10	11				15	9	13					
4	0,1	6								0,8	0,7	0,6	0,5	1	1,5
	1	6								8	7	6	5	10	15

Продолжение таблицы 5

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
5	0,1	7	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	0,9						
	1	7	10	11	12	13	14	15	9						
6	0,1	8	1	1,1				1,5	0,9			0,6	0,5	1	1,5
	1	8			12	13	14			8		6	5	10	15
7	0,1	9					1,4	1,5	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	1	1,5
	1	9	10	11	12	13	14	15	9	8	7				
8	0,1	10	1	1,1	1,2	1,3	1,4		0,9	0,8	0,7	0,6		1	
	1	10	10		12	13	14		9	8	7	6	5		15
9	0,1	3				1,3	1,4	1,5							
	1	4	10										5	10	15
10	0,1	4	1	1,1										1	1,5
	1	3							9		7	6			
11	0,1	4			1,2		1,4		0,9		0,7				
	1	5	10	11	12				9	8					
12	0,1	5	1	1,1	1,2				0,9	0,8					
	1	4			12		14		9		7				
13	0,1	6				1,3	1,4	1,5					0,5	1	1,5
	1	5	10	11	12				9	8					
14	0,1	5	1	1,1	1,2				0,9	0,8					
	1	6				13	14	15					5	10	15
15	0,1	7	1		1,2		1,4		0,9		0,7			1	1,5
	1	6		11		13		15		8		6		10	
16	0,1	6		1,1		1,3		1,5		0,8		0,6		1	
	1	7	10		12		14		9		7			10	15
17	0,1	8	1			1,3		1,5		0,8		0,6	0,5	1	1,5
	1	9			12	13	14	15	9	8	7	6		10	
18	0,1	9			1,2	1,3	1,4	1,5	0,9	0,8	0,7	0,6		1	
	1	8	10			13		15		8		6	5	10	15
19	0,1	10	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	0,9	0,8	0,7	0,6			
	1	9	10	11	12	13	14	15	9	8	7				
20	0,1	9	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	0,9	0,8	0,7				
	1	10	10	11	12	13	14	15	9	8	7	6			
21	0,1	3	1					1,5						1	
	1	5	10	11						8	7	6			
22	0,1	7	1	1,1						0,8	0,7	0,6	0,5	1	
	1	4					14	15	9	8					
23	0,1	8			1,2	1,3	1,4	1,5	0,9	0,8	0,7	1			
	1	6	10	11	12	13	14	15							
24	0,1	9					1,4	1,5	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	1	1,5
	1	5	10	11	12	13	14								
25	0,1	10				1,3	1,4	1,5	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	1	1,5
	1	7							9	8	7	6	5	10	15

2.2 Погрешности косвенных измерений

Как уже отмечалось, ***косвенным*** называется измерение, при котором значение физической величины находят на основании известной зависимости между этой величиной и величинами, найденными в результате прямых измерений. Причем часть величин может определяться путем многократных измерений, а часть – однократными измерениями [3].

В этом разделе используются следующие обозначения:

a, b, c,… – символы прямо измеряемых величин, например, время *t*, масса *m* и т. п.;

z – символ косвенно измеряемой величины;

$\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}, \ldots$ – средние значения прямо измеряемых величин;

$\Delta_a, \Delta_b, \Delta_c, \ldots, \delta_a, \delta_b, \delta_c, \ldots$ – абсолютные и относительные погрешности прямо измеряемых величин *a, b, c,…*;

$\bar{z}$ – значение величины *z*, вычисленное по прямо измеренным значениям аргументов $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}, \ldots$, т.е. косвенно измеренное.

При косвенных измерениях искомая величина *z* определяется зависимостью [3]

$$z = f(a, b, c, \ldots), \tag{14}$$

где $a, b, c, \ldots$ – прямо измеряемые величины, являющиеся аргументами функции *z*.

При косвенных измерениях за измеренное значение принимается значение функции (2.1), вычисленное по измеренным значениям аргументов

$$\bar{z} = f(\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}, \ldots). \tag{15}$$

Обращаем внимание на то, что методы строгого анализа погрешности косвенных измерений отличаются значительной сложностью, поэтому мы используем упрощенный порядок расчета погрешностей.

Обработку результатов косвенных измерений следует выполнять в следующей последовательности:

1 Найти значения входящих в расчетную формулу величин, а также их абсолютную и относительную погрешности (см. раздел 2.1):

$$a = \bar{a} \pm \Delta_a,\ \delta_a;\ b = \bar{b} \pm \Delta_b,\ \delta_b;\ c = \bar{c} \pm \Delta_c,\ \delta_c;\ \ldots$$

2 По уравнению (2.2) вычислить значение $\bar{z}$ измеряемой величины при измеренных значениях аргументов $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}, \ldots$.

3 Вывести формулу для расчета погрешности искомой величины *z* как функции погрешностей прямо измеренных величин. Нахождение этой функции и расчет погрешностей величины *z* можно выполнить одним из двух способов.

Способ 1. Вначале определить абсолютную погрешность по формуле

$$\Delta_Z = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial a}\Delta_a\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial b}\Delta_b\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial c}\Delta_c\right)^2 + \cdots}, \tag{16}$$

где $\frac{\partial f}{\partial a}, \frac{\partial f}{\partial b}, \frac{\partial f}{\partial c}, ...$ – частные производные искомой функции z. Для расчета частных производных необходимо использовать измеренные значения величин $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}, ...$

Абсолютные погрешности Δ_a, Δ_b, Δ_c,… должны быть определены для доверительной вероятности $\alpha = 0{,}95$. Поэтому погрешности, полученные при однократных прямых измерениях и имеющие доверительную вероятность $\alpha = 1$, необходимо пересчитать по следующим формулам:

$$\Delta_a = \frac{2}{3}\Delta_{Иa}; \ \Delta_b = \frac{2}{3}\Delta_{Иb}; \ \Delta_c = \frac{2}{3}\Delta_{Иc}; \ \dots \tag{17}$$

Затем определить относительную погрешность по формуле (8)

$$\delta_Z = \frac{\Delta_Z}{\bar{z}} 100\% .$$

Способ 2. Вначале определить относительную погрешность

$$\delta_Z = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln z}{\partial a}\Delta_a\right)^2 + \left(\frac{\partial \ln z}{\partial b}\Delta_b\right)^2 + \left(\frac{\partial \ln z}{\partial c}\Delta_c\right)^2 + \dots} \cdot 100\%. \tag{18}$$

Абсолютную погрешность вычислить по формуле

$$\Delta_Z = \frac{\bar{z}\delta_Z}{100}. \tag{19}$$

4 Используя правила представления результатов измерений, определить количество значащих цифр в абсолютной и относительной погрешностях и в значении измеряемой величины.

Конечный результат измерений представить в виде (9).

Выбор первого или второго способа определяется только одним критерием: *простотой математических расчетов*. Поэтому используем следующие рекомендации.

Способом 1 следует всегда пользоваться при вычислении абсолютной погрешности суммы и разности.

Способ 2 значительно упрощает получение относительной погрешности произведения или частного от деления нескольких прямо измеряемых величин. В общем случае такая функция представляет собой одночлен вида

$$z = Ka^{\alpha}b^{\beta}c^{\gamma} ..., \tag{20}$$

где K – постоянная величина; $a, b, c, ...$ – символы прямо измеренных величин; $\alpha, \beta, \gamma, ...$ – показатели степени, выраженные целыми, дробными, отрицательными или положительными числами.

Воспользуемся способом 2 и прологарифмируем выражение (20)

$$\ln z = \ln K + \alpha \ln a + \beta \ln b + \gamma \ln c + ...$$

Учитывая, что производная от постоянной величины равна нулю, а производная от натурального логарифма $\frac{\partial \ln z}{\partial x_i} = \frac{1}{x_i}$, по формуле (18) получаем выражение для относительной погрешности

$$\delta_Z = \sqrt{\left(\alpha\frac{1}{a}\Delta_a\right)^2 + \left(\beta\frac{1}{b}\Delta_b\right)^2 + \left(\gamma\frac{1}{c}\Delta_c\right)^2 + \ldots} \cdot 100\% = \\ = \sqrt{(\alpha\delta_a)^2 + (\beta\delta_b)^2 + (\gamma\delta_c)^2 + \ldots} \qquad (21)$$

Затем по формуле (2.6) вычисляем абсолютную погрешность.

При расчетах погрешностей косвенных измерений формулу (21) для относительной погрешности одночлена вида (20) можно записывать без промежуточных выкладок. Поэтому рекомендуется расчетные формулы привести к виду (20) и сразу записать общую формулу для относительной погрешности по подобию выражения (21). Для некоторых функций одного переменного погрешности представлены в приложении.

Погрешности констант (таких как: число π, число е, масса электрона, заряд электрона, скорость света в вакууме и т. п.), как правило, много меньше погрешностей измеряемых нами величин, поэтому погрешностями констант пренебрегают и их не учитывают.

2.2.1 Пример обработки косвенных измерений при воспроизводимых условиях [3]

Погрешность функции одной переменной. Рассмотрим случай, когда измеряемая величина является функцией одной переменной

$$z = 10Cos\varphi,$$

где φ – величина, полученная в результате прямых измерений

φ =(11,0±0,5)°; δ_φ = 5 %. α = 0,95.

При расчете погрешностей тригонометрических функций необходимо абсолютную погрешность угловых величин выражать в радианах

1° = 0,0175 рад.

Тогда

$$\Delta_\varphi = 0{,}5° = 0{,}5 \cdot 0{,}0175 = 8{,}75 \cdot 10^{-3}.$$

Косвенно измеряемая величина z согласно выражению (15) равна

$$\bar{z} = 10Cos\bar{\varphi} = 10Cos(11{,}0^\circ) = 9{,}816.$$

Расчет погрешности будем проводить по способу 1. По формуле (16) рассчитаем абсолютную погрешность функции z

$$\Delta_Z = \sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial\varphi}\Delta_\varphi\right)^2} = \left|\frac{\partial(10Cos\varphi)}{\partial\varphi}\Delta_\varphi\right| = 10Sin\varphi \cdot \Delta_\varphi = 10Sin(11{,}0^\circ) \cdot 8{,}75 \cdot 10^{-3} = 0{,}0167.$$

Относительную погрешность δ_Z определяем по формуле (8)

$$\delta_Z = \frac{\Delta_Z}{\bar{z}}100\% = \frac{0{,}0167}{9{,}816}100\% = 0{,}170\%.$$

Результат измерения с учетом правил представления результатов измерений записываем в виде

z =(9,816±0,017); δ_Z = 0,17 %; α = 0,95.

Погрешность суммы двух величин. Допустим, что некоторая функция l является результатом суммирования двух величин

$$l = a + b.$$

где a, b – прямо измеренные величины

a = (35,0±0,1) мм; δ_a = 0,29 %; α = 1;
b = (15,0±0,1) мм; δ_b = 0,7 %; α = 1.

Значение измеряемой величины согласно выражению (15)

$$\bar{l} = \bar{a} + \bar{b} = 35{,}0 + 15{,}0 = 50 \text{ мм.}$$

Для расчета погрешностей функции l воспользуемся способом 1. По формуле (16) получаем выражение для абсолютной погрешности

$$\Delta_l = \sqrt{\left(\frac{\partial l}{\partial a}\Delta_a\right)^2 + \left(\frac{\partial l}{\partial b}\Delta_b\right)^2} = \sqrt{\Delta_a^2 + \Delta_b^2}.$$

Пересчитаем абсолютные погрешности величин a, b к доверительной вероятности α = 0,95:

$$\Delta_a = \frac{2}{3}\Delta_{Иa} = \frac{2}{3}\cdot 0{,}1 = 0{,}067 \text{ мм; } \Delta_b = \frac{2}{3}\Delta_{Иb} = \frac{2}{3}\cdot 0{,}1 = 0{,}067 \text{ мм.}$$

Таким образом, абсолютная погрешность будет равна

$$\Delta_l = \sqrt{\Delta_a^2 + \Delta_b^2} = \sqrt{0{,}067^2 + 0{,}067^2} = 0{,}095 \text{ мм.}$$

Относительную погрешность δ_l определяем по формуле (8)

$$\delta_l = \frac{\Delta_l}{\bar{l}}100\% = \frac{0{,}095}{50{,}0}100\% = 0{,}19\%.$$

Результат измерения с учетом правил представления результатов измерений записываем в виде:

l =(50,00±0,10) мм; δ_l = 0,19 %; α = 0,95.

Погрешность разности двух величин. Функция l имеет вид

$$l = a - b.$$

Используем для расчета погрешности результаты прямых измерений величин a, b из предыдущего примера

a = (35,0±0,1) мм; δ_a = 0,29 %; α = 1;
b = (15,0±0,1) мм; δ_b = 0,7 %; α = 1.

Значение измеряемой величины согласно выражению (15)

$$\bar{l} = \bar{a} - \bar{b} = 35{,}0 - 15{,}0 = 20{,}0 \text{ мм.}$$

Для расчета погрешностей функции l воспользуемся способом 1. По формуле (16) получаем выражение для абсолютной погрешности

$$\Delta_l = \sqrt{\left(\frac{\partial l}{\partial a}\Delta_a\right)^2 + \left(\frac{\partial l}{\partial b}\Delta_b\right)^2} = \sqrt{\Delta_a^2 + \Delta_b^2}.$$

Пересчитаем абсолютные погрешности величин a, b к доверительной вероятности $\alpha = 0,95$:

$$\Delta_a = \frac{2}{3}\Delta_{Иa} = \frac{2}{3}\cdot 0,1 = 0,067 \text{ мм}; \ \Delta_b = \frac{2}{3}\Delta_{Иb} = \frac{2}{3}\cdot 0,1 = 0,067 \text{ мм}.$$

Таким образом, абсолютная погрешность будет равна

$$\Delta_l = \sqrt{\Delta_a^2 + \Delta_b^2} = \sqrt{0,067^2 + 0,067^2} = 0,095 \text{ мм}.$$

Относительную погрешность δ_l определяем по формуле (8)

$$\delta_l = \frac{\Delta_l}{\bar{l}}100\% = \frac{0,095}{20,0}100\% = 0,475\%.$$

Результат измерения с учетом правил представления результатов измерений записываем в виде:

l =(20,00±0,10) мм; δ_l = 0,5 %; α = 0,95.

Следует обратить внимание, что при одних и тех же значениях абсолютных погрешностей Δ_a и Δ_b (при близких значениях a и b) относительная погрешность разности значительно больше относительной погрешности суммы, полученной в предыдущем примере.

Погрешность произведения двух величин. Рассчитаем погрешность измерения площади

$$F = ab, \tag{22}$$

где a и b – прямо измеренные величины:

a = (35,0±0,1) мм; δ_a = 0,29 %; α = 1;
b = (15,0±0,1) мм; δ_b = 0,7 %; α = 1.

Согласно выражению (22) определим площадь

$$\bar{F} = \bar{a}\bar{b} = 35,0\cdot 15,0 = 525,0 \text{ мм}^2.$$

В соответствии с рекомендациями для функции – произведения величин, расчет погрешности косвенных измерений будем проводить по способу 2.

Предварительно прологарифмируем выражение (22)

$$\ln F = \ln a + \ln b.$$

Затем по формуле (18) получаем расчетное соотношение для относительной погрешности

$$\delta_F = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln F}{\partial a}\Delta_a\right)^2 + \left(\frac{\partial \ln F}{\partial b}\Delta_b\right)^2}\cdot 100\% = \sqrt{\left(\frac{1}{a}\Delta_a\right)^2 + \left(\frac{1}{b}\Delta_b\right)^2}\cdot 100\% = \sqrt{\delta_a^2 + \delta_b^2}.$$

Пересчитаем относительные погрешности величин a, b к доверительной вероятности $\alpha = 0,95$:

$$\delta_a = \frac{2}{3}\delta_{Иa} = \frac{2}{3}\cdot 0,29 = 0,193\%; \qquad \delta_b = \frac{2}{3}\delta_{Иb} = \frac{2}{3}\cdot 0,7 = 0,467\%.$$

Таким образом, относительная погрешность площади будет равна

$$\delta_F = \sqrt{\delta_a^2 + \delta_b^2} = \sqrt{0{,}193^2 + 0{,}467^2} = 0{,}505\%.$$

Абсолютную погрешность площади определяем по формуле (19)

$$\Delta_F = \frac{\overline{S}\delta_F}{100} = \frac{525{,}0 \cdot 0{,}505}{100} = 2{,}65 \text{ мм}^2.$$

Результат измерения с учетом правил представления результатов измерений записываем в виде:

F =(525,0±2,7) мм^2; δ_F = 0,5 %; α = 0,95.

Погрешность отношения двух величин. Требуется определить плотность материала по прямо измеренным значениям массы m и объема V образца

$$\rho = \frac{m}{V}. \tag{23}$$

Масса образца получена взвешиванием на весах с инструментальной погрешностью $\Delta_m = \Delta_{Иm} = 0{,}1$ г

m = (81,9±0,1) г; δ_m = 0,12 %; α = 1.

Объем образца получен прямым измерением с помощью пикнометра с инструментальной погрешностью $\Delta_V = \Delta_{ИV} = 0{,}2$ см^3

V = (10,5±0,2) см^3; δ_V = 1,9 %; α = 1.

По формуле (23) определяем плотность материала

$$\overline{\rho} = \frac{\overline{m}}{\overline{V}} = \frac{81{,}9 \cdot 10^{-3}}{10{,}5 \cdot 10^{-6}} = 7800 \text{ кг/м}^3.$$

Для определения погрешностей измерения объема воспользуемся способом 2. Предварительно прологарифмируем выражение (23)

$$\ln \rho = \ln m - \ln V.$$

По формуле (18) получаем расчетное соотношение для относительной погрешности измерения плотности

$$\delta_\rho = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln \rho}{\partial m}\Delta_m\right)^2 + \left(\frac{\partial \ln \rho}{\partial V}\Delta_V\right)^2} \cdot 100\% = \sqrt{\left(\frac{1}{m}\Delta_m\right)^2 + \left(\frac{1}{V}\Delta_V\right)^2} \cdot 100\% = \sqrt{\delta_m^2 + \delta_V^2}.$$

Пересчитаем относительные погрешности величин m, V к доверительной вероятности α = 0,95:

$$\delta_m = \frac{2}{3}\delta_{Иm} = \frac{2}{3} \cdot 0{,}12 = 0{,}08\%; \qquad \delta_V = \frac{2}{3}\delta_{ИV} = \frac{2}{3} \cdot 1{,}9 = 1{,}27\%.$$

Таким образом, относительная погрешность измерения плотности будет равна

$$\delta_\rho = \sqrt{\delta_m^2 + \delta_V^2} = \sqrt{0{,}08^2 + 1{,}27^2} = 1{,}27\%.$$

Абсолютную погрешность площади определяем по формуле (19)

$$\Delta_\rho = \frac{\bar{\rho}\delta_\rho}{100} = \frac{7800 \cdot 1{,}27}{100} = 101{,}4 \text{ кг/м}^3.$$

Результат измерения с учетом правил представления результатов измерений записываем в виде:

ρ = (7,80±0,10)·10^3 кг/м^3; δ_ρ = 1,3 %; α = 0,95.

В заключение рассмотрим пример косвенного измерения плотности материала детали, изображенной на рисунке 2.1. Длинная сторона детали имеет неровные края.

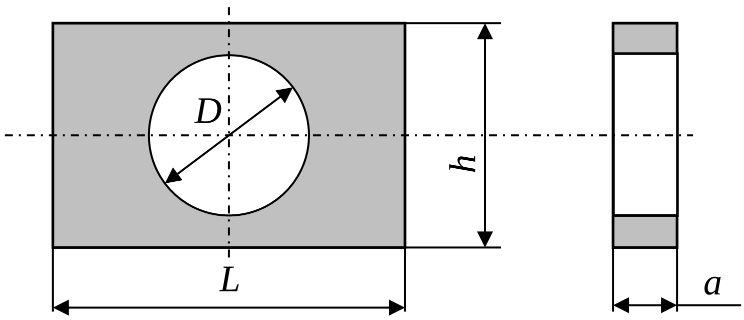

Рисунок 2.1 – Эскиз детали

Расчет плотности материала проводим по формуле

$$\rho = \frac{m}{a\left(Lh - \dfrac{\pi D^2}{4}\right)}, \tag{24}$$

где m – масса, a – толщина, L – длина, h – ширина, D – диаметр отверстия.

Проведем измерения всех величин D, h, L, a, m, входящих в расчетную формулу (24), и определим их абсолютные и относительные погрешности.

Линейные размеры L, h детали и диаметр отверстия D измеряем с помощью штангенциркуля с инструментальной погрешностью $\Delta_И$ = 0,1 мм; толщину a детали – микрометром с инструментальной погрешностью $\Delta_И$ = 0,01 мм; массу m детали определяем взвешиванием на технических весах с инструментальной погрешностью $\Delta_И$ = 50 мг.

Ввиду того, что длинная сторона детали имеет неровные края, ширину h с целью уменьшения случайной погрешности измеряем пять раз. В результате получаем экспериментальные данные:

h_1 = 59,5 мм; h_2 = 60,1 мм; h_3 = 58,9 мм; h_4 = 60,5 мм; h_5 = 60,0 мм;

Расчет погрешностей измерения величины h следует проводить по методике, описанной в разделе 2.1.

По формуле (10) рассчитаем среднее арифметическое значение

$$\bar{h} = \frac{1}{5}\sum_{i=1}^{n=5} h_i = \frac{1}{5}(59{,}5 + 60{,}1 + 58{,}9 + 60{,}5 + 60{,}0) = 59{,}80 \text{ мм}.$$

В среднем арифметическом значении оставляем младший разряд – сотые.

С помощью формулы (11) найдем оценку СКО результата измерения

$$S_{\bar h} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n=5}(h_i - \bar h)^2}{n(n-1)}} =$$

$$= \sqrt{\frac{(59{,}5-59{,}76)^2 + (60{,}1-59{,}76)^2 + (58{,}9-59{,}76)^2 + (60{,}5-59{,}76)^2 (60{,}0-59{,}76)^2}{5(5-1)}} = 0{,}276$$

мм.

В оценке СКО результата измерения оставляем три значащие цифры, т. е. на одну больше, чем может содержать абсолютная погрешность.

Из таблицы 3 для $n = 5$ выбираем значение коэффициента Стьюдента $t_{\alpha,n}$ = 2,78 и рассчитаем по формуле (12) доверительный интервал случайной погрешности (случайную погрешность)

$$\Delta_{\bar h} = t_{\alpha,n} S_{\bar h} = 2{,}78 \cdot 0{,}276 = 0{,}7664 \approx 0{,}766 \text{ мм.}$$

Определяем абсолютную погрешность результата измерения с учетом случайной и инструментальной погрешностей по формуле (13)

$$\Delta_h = \sqrt{\Delta_{\bar h}^2 + \left(\frac{2}{3}\Delta_{Иh}\right)^2} = \sqrt{0{,}766^2 + \left(\frac{2}{3}\cdot 0{,}1\right)^2} = 0{,}7693 \approx 0{,}769 \text{ мм.}$$

В промежуточном расчете оставляем три значащие цифры.

По формуле (8) найдем относительную погрешность

$$\delta_h = \frac{\Delta_h}{\bar h} 100\% = \frac{0{,}769}{59{,}76} \cdot 100\% = 1{,}29\% .$$

В промежуточном расчете также оставляем три значащие цифры.

Ограничиваем количества значащих цифр в погрешностях Δ_h и δ_h, и измеренном значении $\bar h$.

В абсолютной погрешности Δ_h = 0,769 мм первая значащая цифра «7» больше «3», следовательно, оставляем одну значащую цифру Δ_h = 0,8 мм.

Так как младший разряд в абсолютной погрешности составляет десятые доли (Δ_h = 0,8 мм), то в измеренном значении оставляем тоже десятые доли числа. Таким образом, получаем $\bar h = 59{,}8$ мм.

В относительной погрешности оставляем две значащих цифры, так как первая значащая цифра «1» меньше «3». Но поскольку отбрасывается одна цифра «9», то предыдущий разряд числа увеличиваем на единицу δ_h = 1,29 % ≈ 1,3 %.

Окончательный результат измерения высоты записываем в виде

h = (59,8±0,8)·мм; δ_h = 1,3 %; α = 0,95.

В результате однократного измерения длины L детали штангенциркулем получено значение $\bar L = 81{,}6$ мм с абсолютной погрешностью $\Delta_L = \Delta_{ИL}$ = 0,1 мм.

Относительную погрешность определяем по формуле (8)

$$\delta_L = \frac{\Delta_L}{\bar L} 100\% = \frac{0{,}1}{81{,}6} \cdot 100\% = 0{,}123\% .$$

Окончательный результат измерения длины для доверительной вероятности $\alpha = 1$ записываем в виде (9)

L =(81,6±0,1) мм; δ_L = 0,12 %; $\alpha = 1$.

При однократном измерении диаметра отверстия D штангенциркулем получено значение $\overline{D} = 50{,}2$ мм, с абсолютной погрешностью $\Delta_D = \Delta_{ИD}$ = 0,1 мм.

Относительную погрешность определяем по формуле (1.1)

$$\delta_L = \frac{\Delta_D}{\overline{D}} 100\% = \frac{0{,}1}{50{,}2} \cdot 100\% = 0{,}199\%.$$

Окончательный результат измерения диаметра для доверительной вероятности $\alpha = 1$ записываем в виде (9)

D =(50,2±0,1) мм; δ_D = 0,20 %; $\alpha = 1$.

Для измерения толщины a детали с целью уменьшения относительной погрешности использовался микрометр. В результате однократного измерения толщины a микрометром получено значение $\overline{a} = 0{,}50$ мм, с абсолютной погрешностью $\Delta_a = \Delta_{Иa}$ = 0,01 мм.

Относительную погрешность определяем по формуле (8)

$$\delta_a = \frac{\Delta_a}{\overline{a}} 100\% = \frac{0{,}01}{0{,}50} \cdot 100\% = 2{,}0\%.$$

Окончательный результат измерения толщины для доверительной вероятности $\alpha = 1$ записываем в виде (9)

a =(0,50±0,01) мм; δ_a = 2,0 %; $\alpha = 1$.

Масса образца $\overline{m} = 3{,}84$ г, получена взвешиванием на технических весах с инструментальной погрешностью $\Delta_m = \Delta_{Иm}$ = 50 мг. По формуле (8) рассчитываем относительную погрешность измерения массы

$$\delta_m = \frac{\Delta_m}{\overline{m}} 100\% = \frac{50 \cdot 10^{-3}}{3{,}84} \cdot 100\% = 1{,}30\%.$$

Окончательный результат измерения толщины для доверительной вероятности $\alpha = 1$ записываем в виде (9)

m =(3,84±0,05) г; δ_m = 1,3 %; $\alpha = 1$.

Для удобства проведения дальнейших расчетов представим полученные результаты прямых измерений в таблицу 6.

Таблица 6 - Результаты измерений

Измеряемая величина	Значение измеряемой величины	Абсолютная погрешность, Δ_y		Относительная погрешность, δ_y %	
		$\alpha = 1$	$\alpha = 0{,}95$	$\alpha = 1$	$\alpha = 0{,}95$
h	59,7 мм	-	0,8 мм	-	1,3
L	81,6 мм	0,1 мм	0,07 мм	0,12	0,08
D	50,2 мм	0,1 мм	0,07 мм	0,20	0,13
a	0,50 мм	0,01 мм	0,007 мм	2,0	1,34
m	3,84 г	50 мг	33 мг	1,3	0,9

Плотность материала образца согласно формуле (24) равна

$$\bar{\rho} = \frac{\bar{m}}{\bar{a}\left(\bar{L}\bar{h} - \dfrac{\pi \bar{D}^2}{4}\right)} =$$

$$= \frac{3{,}84 \cdot 10^{-3}}{0{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot \left(81{,}6 \cdot 10^{-3} \cdot 59{,}8 \cdot 10^{-3} - \dfrac{3{,}14(50{,}2 \cdot 10^{-3})^2}{4}\right)} = 2447 \text{ кг/м}^3.$$

Для получения расчетного соотношения относительной погрешности измерения плотности воспользуемся способом 2, предварительно представив формулу (24) в виде одночлена

$$\rho = \frac{m}{aF} = m^{+1} a^{-1} F^{-1}, \qquad (25)$$

где

$$F = Lh - \frac{\pi D^2}{4}. \qquad (26)$$

Тогда в соответствии с выражениями (20) и (21) получаем

$$\delta_\rho = \sqrt{(+1 \cdot \delta_m)^2 + (-1 \cdot \delta_a)^2 + (-1 \cdot \delta_F)^2} = \sqrt{\delta_m{}^2 + \delta_a{}^2 + \delta_F{}^2}\,. \qquad (27)$$

Погрешности величины F определим по способу 1, пренебрегая погрешностью числа π. В соответствии с формулой (16) абсолютная погрешность величины F равна

$$\begin{gathered} \Delta_F = \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial L}\Delta_L\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial h}\Delta_h\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial D}\Delta_D\right)^2} = \\ = \sqrt{\left(\bar{h}\Delta_L\right)^2 + \left(\bar{L}\Delta_h\right)^2 + \left(-\frac{2\pi\bar{D}}{4}\Delta_D\right)^2}. \end{gathered}, \qquad (28)$$

В формулу (28) из таблицы 6 подставляем погрешности прямых измерений, пересчитанные для доверительной вероятности $\alpha = 0{,}95$, и определяем

$$\Delta_F = \sqrt{(59{,}8 \cdot 0{,}07)^2 + (81{,}6 \cdot 0{,}8)^2 + \left(-\frac{2\pi \cdot 50{,}2}{4} \cdot 0{,}07\right)^2} = 63{,}1 \text{ мм}^2.$$

Относительную погрешность величины F определяем по формуле (8)

$$\delta_F = \frac{\Delta_F}{\overline{L}\overline{h} - \frac{\pi \overline{D}^2}{4}} 100\% = \frac{63{,}1 \cdot 10^{-6}}{81{,}6 \cdot 10^{-3} \cdot 59{,}7 \cdot 10^{-3} - \frac{\pi (50{,}2 \cdot 10^{-3})^2}{4}} 100\% = 2{,}18\%.$$

Относительную погрешность измерения плотности ρ определяем по формуле (27)

$$\delta_\rho = \sqrt{\delta_m{}^2 + \delta_a{}^2 + \delta_F{}^2} = \sqrt{0{,}9^2 + 1{,}33^2 + 2{,}18^2} = 2{,}70\% .$$

Абсолютная погрешность измерения плотности равна

$$\Delta_\rho = \frac{\overline{\rho}\delta_\rho}{100} = \frac{2447 \cdot 2{,}70}{100}. = 71{,}3 \text{ кг/м}^3.$$

Окончательный результат измерения записываем в виде

ρ =(2,45±0,07)·10^3 кг/м^3; δ_ρ = 2,7 %; α = 0,95.

2.2.1.1 Варианты расчетного задания №3

Варианты задачи №3 по расчету погрешностей косвенных измерений при воспроизводимых условиях представлены в таблице 7.

Таблица 7 - Варианты задачи №3

№ варианта	***D*, мм**	***h₁*, мм**	***h₂*, мм**	***h₃*, мм**	***h₄*, мм**	***h₅*, мм**	***L*, мм**	***a*, мм**	***m*, г**
0	**50,2**	**59,5**	**60,1**	**58,9**	**60,5**	**60**	**81,6**	**0,5**	**3,84**
1	10	15	15,1	14,9	15,2	15,3	20	1	0,6
2	11	16	16,1	15,9	16,2	16,3	21	1,1	0,61
3	12	17	17,1	16,9	17,2	17,3	22	1,2	0,8
4	13	18	18,1	17,9	18,2	18,3	23	1,3	1
5	14	19	19,1	18,9	19,2	19,3	24	1,4	1,2
6	15	20	20,1	19,9	20,2	20,3	25	1,5	1,3
7	16	21	21,1	20,9	21,2	21,3	26	1,6	1,4
8	17	22	22,1	21,9	22,2	22,3	27	1,7	1,5
9	18	23	23,1	22,9	23,2	23,3	28	1,8	1,6
10	19	24	24,1	23,9	24,2	24,3	29	1,9	2,5
11	20	25	25,1	24,9	25,2	25,3	30	2	2,6
12	21	26	26,1	25,9	26,2	26,3	31	2,1	2,7
13	22	27	27,1	26,9	27,2	27,3	32	2,2	2,8

14	23	28	28,1	27,9	28,2	28,3	33	2,3	2,9
15	24	29	29,1	28,9	29,2	29,3	34	2,4	3

Продолжение таблицы 7

№ варианта	D, мм	h_1, мм	h_2, мм	h_3, мм	h_4, мм	h_5, мм	L, мм	a, мм	m, г
16	25	30	30,1	29,9	30,2	30,3	35	2,5	3,2
17	26	31	31,1	30,9	31,2	31,3	36	2,6	3,5
18	27	32	32,1	31,9	32,2	32,3	37	2,7	3,8
19	28	33	33,1	32,9	33,2	33,3	38	2,8	4
20	29	34	34,1	33,9	34,2	34,3	39	2,9	4,4
21	30	35	35,1	34,9	35,2	35,3	40	3	5
22	31	36	36,1	35,9	36,2	36,3	41	3,1	5,5
23	32	37	37,1	36,9	37,2	37,3	42	3,2	6
24	33	38	38,1	37,9	38,2	38,3	43	3,3	6,5
25	34	39	39,1	38,9	39,2	39,3	44	3,4	7

2.2.2 Обработка косвенных измерений при невоспроизводимых условиях

Особым видом косвенных измерений являются косвенные измерения в невоспроизводимых условиях, т.е. при систематическом изменении одного или нескольких параметров. В этом случае значение косвенно измеряемой величины вычисляется для каждого отдельного измерения, а полученные результаты обрабатываются совместно, как прямые многократные измерения. Такая обработка результатов позволяет учитывать лишь случайные погрешности измерений.

В качестве примера рассмотрим измерение скорости полета пули с помощью баллистического маятника.

В опыте проводятся измерения высоты h подъема маятника после попадания в него пули. Опыт повторяется 10 раз.

Расчет величины скорости полета пули проводим по формуле

$$V = \frac{m_М}{m_П}\sqrt{2gh}\ , \tag{29}$$

где $m_М$, $m_П$ – массы маятника и пули, соответственно, $m_М$ = 10,0 кг, $m_П$ =10,0 г; h – высота подъема маятника, мм; g – ускорение свободного падения, g = 9,81 м/с^2.

При первом измерении высоты получено значение h_1 = 29,8 мм, по формуле (2.16) рассчитываем значение скорости пули

$$V_1 = \frac{10}{10\cdot 10^{-3}}\sqrt{2\cdot 9{,}81\cdot 29{,}8\cdot 10^{-3}} = 764{,}64 \text{ м/с.}$$

Результаты измерений высоты h и расчета скорости пули представлены в таблице 8.

Таблица 8 - Результаты измерений

h, мм	29,8	28,7	28,5	29,1	30,2	29,7	29,6	29,3	29,1	29,5
V, м/с	764,64	750,40	747,78	755,61	769,76	763,36	762,07	758,20	755,61	760,78

Полученные результаты обрабатываем как прямые многократные измерения по методике, описанной ранее.

1) По формуле (10) рассчитываем среднее арифметическое значение скорости пули

$$\overline{V} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} V_i = \frac{1}{10}\sum_{i=1}^{n=10} V_i = 758{,}8 \text{ м/с.}$$

2) С помощью формулы (11) находим оценку СКО результата измерения

$$S_{\overline{V}} = \frac{S}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}(V_i - \overline{V})^2} = \sqrt{\frac{1}{10(10-1)}\sum_{i=1}^{n=10}(V_i - \overline{V})^2} = 2{,}11 \text{ м/с.}$$

3) Из таблицы 3 для n =10 выбираем значение коэффициента Стьюдента $t_{\alpha,n}$ = 2,26 и рассчитываем по формуле (12) доверительный интервал случайной погрешности

$$\Delta_{\overline{V}} = t_{\alpha,n} S_{\overline{V}} = 2{,}26 \cdot 2{,}11 = 4{,}77 \text{ м/с.}$$

4) По формуле (8) вычисляем относительную погрешность

$$\delta_V = \frac{\Delta_{\overline{V}}}{\overline{V}} \cdot 100\% = \frac{5}{758{,}8} \cdot 100 = 0{,}630\%.$$

Результат измерения с учетом правил представления результатов измерений

V = (759±5) м/с; δ_V = 0,6 %; α = 0,95.

В косвенных измерениях при невоспроизводимых условиях учитываются только случайные погрешности.

2.2.2.1 Варианты расчетного задания №4

Варианты задачи №4 по расчету погрешностей косвенных измерений при невоспроизводимых условиях представлены в таблице 9.

Таблица 9 - Исходные данные для расчетного задания №4

№ варианта	***n*, шт**	**h_1, мм**	**h_2, мм**	**h_3, мм**	**h_4, мм**	**h_5, мм**	**h_6, мм**	**h_7, мм**	**h_8, мм**	**h_9, мм**	**h_{10}, мм**	**$m_М$, кг**	**$m_П$, кг**
0	**10**	**29,8**	**28,7**	**28,5**	**29,1**	**30,2**	**29,7**	**29,6**	**29,3**	**29,1**	**29,5**	**10**	**0,01**
1	5	30,1	30,2	30,3	30,4	30,5						11	0,009
2	6	30,2	30,3	30,4	30,5	30,6	30,7					12	0,01
3	6	30,4	30,5	30,6	30,7	30,8	30,9					13	0,011
4	4	30,5	30,6	30,7	30,8							14	0,012
5	3	30,1	30,2	30,3								15	0,013
6	4	30,1	30,2	30,3	30,4							16	0,014
7	5	30,2	30,3	30,4	30,5	30,6						17	0,015
8	9	30,1	30,2	30,3	30,4	30,5	30,6	30,7	30,8	30,9		18	0,016
9	10	30,2	30,3	30,4	30,5	30,6	30,7	30,8	30,9	31	31,1	19	0,017
10	6	30,5	30,6	30,7	30,8	30,9	31					20	0,018
11	6	30,7	30,8	30,9	31	31,1	31,2					21	0,019
12	10	30,9	31	31,1	31,2	31,3	31,4	31,5	31,6	31,7	31,8	22	0,02
13	8	30,8	30,9	31	31,1	31,2	31,3	31,4	31,5			23	0,021
14	7	30,3	30,4	30,5	30,6	30,7	30,8	30,9				24	0,022
15	7	30,4	30,5	30,6	30,7	30,8	30,9	31				25	0,023
16	6	30,6	30,7	30,8	30,9	31	31,1					26	0,024
17	5	30,1	30,2	30,3	30,4	30,5						27	0,025
18	6	30,2	30,3	30,4	30,5	30,6	30,7					28	0,026
19	8	30,5	30,6	30,7	30,8	30,9	31	31,1	31,2			29	0,027
20	9	30,7	30,8	30,9	31	31,1	31,2	31,3	31,4	31,5		30	0,028
21	10	30,9	31	31,1	31,2	31,3	31,4	31,5	31,6	31,7	31,8	31	0,029
22	10	30,8	30,9	31	31,1	31,2	31,3	31,4	31,5	31,6	31,7	32	0,03
23	10	30,3	30,4	30,5	30,6	30,7	30,8	30,9	31	31,1	31,2	33	0,031
24	9	30,4	30,5	30,6	30,7	30,8	30,9	31	31,1	31,2		34	0,032
25	10	30,6	30,7	30,8	30,9	31	31,1	31,2	31,3	31,4	31,5	35	0,033

3 КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ДЛЯ УСТНОГО ОПРОСА

1. Дайте определение погрешности измерения.
2. Дайте определение абсолютной погрешности измерения.
3. Дайте определение относительной погрешности измерения.
4. Дайте определение приведенной погрешности измерения.
5. Чем отличаются статические и динамические погрешности измерения?
6. Что определяет погрешность оценки измеряемой физической величины.
7. Дайте определение систематической погрешности измерения.
8. Дайте определение постоянной систематической погрешности измерения.
9. Дайте определение прогрессивной систематической погрешности измерения.
10. Дайте определение периодической систематической погрешности измерения.
11. Дайте определение методической погрешности измерения.
12. Дайте определение инструментальной погрешности измерения.
13. Дайте определение субъективной погрешности измерения.
14. В чем заключается метод замещения?
15. В чем заключается метод компенсации погрешности по знаку?
16. В чем заключается метод математической обработки результатов измерений?
17. В чем заключается метод нескольких независимых средств измерений?
18. Дайте определение случайной погрешности измерения.
19. Дайте определение рассеянию результатов измерений.
20. Дайте определение размаху результатов измерений.
21. Как определяется средняя квадратичная погрешность измерений?
22. Как определяется среднеарифметическое значение измеренных величин для N измерений?
23. Как определяется среднеквадратичная погрешность среднего арифметического, как она связана со средней квадратичной погрешностью измерений?
24. Дайте определение прямым измерениям.
25. Дайте определение косвенным измерениям.

4 ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ РАСЧЕТНЫХ ЗАДАНИЙ (КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ)

Текст расчетных заданий (контрольных работ) пишется аккуратно, от руки, синими чернилами (пастой) или оформляется в виде принтерных распечаток с одной стороны на сброшюрованных листах формата А4 (210х297 мм) с соблюдением ГОСТ 2.105, ГОСТ 8.417 и ГОСТ 7.1.

Листы оформляются без рамок, расстояние от текста до края страницы должно быть: слева – 20 мм, справа – не менее 3 мм, сверху и снизу – не менее 10 мм.

Расстояние от заголовков до текста – не менее 8 мм. Шрифт заголовков полужирный не менее 14 пт.

Шрифт текста не менее 12 пт.

Межстрочный интервал – полуторный.

Формулы должны располагаться по центру страницы, с обязательной расшифровкой обозначений входящих в них величин.

Каждое задание оформляется с нового листа и начинается с заголовка, например, **«Задача №1»**, выполненным полужирным шрифтом.

Затем излагается условие задачи, исходные данные (в виде таблицы), приводится подробное описание решения задачи и результаты расчетов (представляются в виде таблицы).

Обязательным элементом расчетных заданий является титульный лист, форма которого представлена в приложении А к данному пособию.

Следующим за титульным листом элементом является содержание.

Титульный лист не нумеруется, нумерация остальных листов производится по центру внизу страницы.

При изложении материала в тексте должны применяться слова «должен», «следует», «необходимо», «требуется, чтобы», «разрешается только», «не допускается», «запрещается», «не следует». При изложении других положений следует применять слова – «могут быть», «как правило», «при необходимости», «может быть», «в случае» и т.д.

При этом допускается использовать повествовательную форму изложения текста документа, например «применяют», «указывают» и т.п.

В тексте должны применяться научно-технические термины, обозначения и определения, установленные соответствующими стандартами, а при их отсутствии – общепринятые в научно-технической литературе.

В тексте документа не допускается:

- применять обороты разговорной речи, техницизмы, профессионализмы;
- применять для одного и того же понятия различные научно-технические термины, близкие по смыслу (синонимы), а также иностранные слова и термины при наличии равнозначных слов и терминов в русском языке;
- применять произвольные словообразования;
- применять сокращения слов, кроме установленных правилами русской орфографии, соответствующими государственными стандартами;

- сокращать обозначения единиц физических величин, если они употребляются без цифр, за исключением единиц физических величин в головках и боковиках таблиц и в расшифровках буквенных обозначений, входящих в формулы и рисунки.

В тексте документа, за исключением формул, таблиц и рисунков, не допускается:

- применять математический знак минус (–) перед отрицательными значениями величин (следует писать слово «минус»);

- применять знак «∅» для обозначения диаметра (следует писать слово «диаметр»). При указании размера или предельных отклонений диаметра на чертежах, помещенных в тексте документа, перед размерным числом следует писать знак «∅»;

- применять без числовых значений математические знаки, например > (больше), < (меньше), = (равно), ≥ (больше или равно), ≤ (меньше или равно), ≠ (не равно), а также знаки № (номер), % (процент).

Номер варианта расчетного задания соответствует порядковому номеру студента в списке группы.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Гетманов В.Г. Метрология, стандартизация, сертификация для систем пищевой промышленности / В.Г. Гетманов – М.: ДеЛи принт, 2006. - 181 с. (13 шт.).

2. Зажигаев Л.С. Методы планирования и обработки результатов физического эксперимента/ Л.С. Зажигаев, А.А. Кишьян, Ю.И. Романиков. – М.: Атомиздат, 1978.- 232 с. (3 шт.).

3. Курепин В.В., Баранов И.В. Обработка экспериментальных данных: Метод. указания к лабораторным работам для студентов 1, 2 и 3-го курсов всех спец. / Под ред. В.А. Самолетова. – СПб.: СПбГУНиПТ, 2003. – 57 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ А
Форма титульного листа

Министерство образования и науки РФ

Рубцовский индустриальный институт (филиал) ФГБОУ ВО «Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова»

Факультет «Технический»

Кафедра «Техника и технологии машиностроения и пищевых производств»

Расчетное задание
(контрольная работа)
защищена с оценкой
____

«___»__________2018 г.

Руководитель:

зав. каф. ТиТМиПП, к.т.н. ______________ В.В. Гриценко
должность, ученая степень подпись

РАСЧЕТНОЕ ЗАДАНИЕ
(контрольная работа)
по дисциплине *Метрология, стандартизация и сертификация*

Вариант № 05

Работу выполнил студент группы МС-61з _______________ *Иванов И.И.*
группа, подпись, Фамилия И.О.

РУБЦОВСК 2018

Гриценко Вячеслав Владимирович

ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНЙ

Методические указания по организации, содержанию, оформлению
и защите расчетного задания (контрольной работы) по дисциплине
«Метрология, стандартизация и сертификация» для студентов
направлений «Машиностроение», «Технологические машины
и оборудование» и «Конструкторско-технологическое
обеспечение машиностроительных производств»
всех форм обучения

Редактор Е.Ф. Изотова

Подписано в печать 27.09.18. Формат 84×108/16.
Усл. печ. л. 2,18. Тираж 50 экз. Заказ 18 1678. Рег. №20.

Отпечатано в ИТО Рубцовского индустриального института
658207, Рубцовск, ул. Тракторная, 2/6.