



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Рубцовский индустриальный институт (филиал)
федерального государственного бюджетного образовательного
учреждения высшего образования «Алтайский государственный технический
университет им. И.И. Ползунова»
(РИИ АлтГТУ)

В.В. БОРИСОВСКИЙ

КРАТКИЙ КУРС ФИЗИКИ

**Учебное пособие для студентов всех форм обучения
технических направлений**

*Рекомендовано Рубцовским индустриальным институтом (филиалом)
ФГБОУ ВО «Алтайский государственный технический университет
им. И.И. Ползунова» в качестве учебного пособия для студентов,
обучающихся по техническим направлениям подготовки*

Рубцовск 2016

УДК 53(075.8)
ББК 22.3

Борисовский В.В. Краткий курс физики: Учебное пособие для студентов всех форм обучения технических направлений / Рубцовский индустриальный институт.- Рубцовск, 2016. - 265 с.

Учебное пособие состоит из пяти разделов, в которых излагаются основы классической и релятивистской механики, молекулярной физики и термодинамики, теории электромагнитных явлений, оптики, атомной и ядерной физики.

Пособие составлено в соответствии с государственным образовательным стандартом для системы бакалавриата. Может быть использовано в технических вузах с сокращенным курсом физики.

Рассмотрено и одобрено на заседании
НМС РИИ
Протокол № 5 от 22.09.2016 г.

Рецензент: к.т.н., доцент

Э.С. Маршалов

Содержание

Введение	5
	7
I. Физические основы механики	
Глава 1. Кинематика	7
Глава 2. Динамика материальной точки и поступательного движения твёрдого тела	12
Глава 3. Динамика вращательного движения твёрдого тела	19
Глава 4. Механическая работа и энергия	22
Глава 5. Механические колебания и волны	27
Глава 6. Механика жидкостей и газов	39
Глава 7. Специальная теория относительности	43
	51
II. Основы молекулярной физики и термодинамики	
Глава 8. Молекулярная физика	52
Глава 9. Основы термодинамики	60
	71
III. Электричество и электромагнетизм	
Глава 10. Электростатика	72
Глава 11. Проводники и диэлектрики в электростатическом поле	80
Глава 12. Постоянный электрический ток	88
Глава 13. Электрические токи в различных средах и вакууме	94
Глава 14. Электромагнетизм	106
Глава 15. Движение заряженных частиц в электрических и магнитных по- лях	117
Глава 16. Электромагнитная индукция	123
Глава 17. Магнитные свойства вещества	130
Глава 18. Электромагнитные колебания и волны	134
IV. Оптика	145
Глава 19. Общие сведения о свойствах оптического излучения.	145
Глава 20. Закономерности распространения света в различных средах	151
Глава 21. Тонкие линзы	156
Глава 22. Интерференция световых колебаний	165
Глава 23. Дифракция световых волн	176
Глава 24. Получение и применение поляризованного света	183
Глава 25. Тепловое излучение	192
Глава 26. Квантовая оптика	200
	206
V. Атомная и ядерная физика	
Глава 27. Строение атома	206

Глава 28. Модель атома Бора	212
Глава 29. Квантово-механическая теория атома водорода	217
Глава 30. Многоэлектронные атомы	227
Глава 31. Свойства и строение атомных ядер	233
Глава 32. Радиоактивность	238
Глава 33. Ядерные силы и энергия связи ядра	246
Глава 34. Использование ядерных превращений	250
Глава 35. Физика элементарных частиц	257
Глава 36. Элементы геофизики	262

Введение

Слово физика происходит от греческого слова (физис – природа) и первоначально обозначало естествознание (в широком смысле). С ростом наших познаний о явлениях природы возникла необходимость в разделении областей исследования и физика стала изучать наиболее общие формы движения материи. Материя делится на два вида: вещество и поле. Первый вид материи – вещество – это атомы, молекулы и все построенные из них тела. Второй вид материи образуют гравитационные, электромагнитные и другие поля. Более сложные формы движения материи изучаются другими науками.

Главная цель физики – выявить и объяснить общие закономерности явлений природы, которыми определяются все физические явления. По мере поиска основ мироздания физики добрались до исходного строительного материала вещества – элементарных частиц: протонов, нейтронов и фотонов. В результате главным занятием физиков стало изучение элементарных частиц, их свойств и взаимодействий. До сих пор обнаружено четыре типа взаимодействий, которые лежат в основе всех сил и взаимодействий во Вселенной. В таблице 1 представлены эти четыре типа взаимодействий.

Таблица 1

Взаимодействие	Источник	Относительность действия	Радиус действия
1. Гравитационное	Масса	$\sim 10^{-38}$	Дальнедействующие
2. Слабое	Все элементарные частицы	$\sim 10^{-15}$	Короткодействующие ($\sim 10^{-15}$ м)
3. Электромагнитное	Электрические заряды	$\sim 10^{-2}$	Дальнедействующие
4. Ядерное (сильное)	Адроны (протоны, нейтроны, мезоны)	1	Короткодействующие ($\sim 10^{-15}$ м)

Физика тесно связана с другими естественными науками. Эта связь привела к образованию ряда смежных дисциплин, таких как астрофизика, геофизика, физическая химия, биофизика и др. Большое значение открытий в физике имели для создания новых отраслей техники: электро- и радиотехника, электронная и вычислительная техника, лазерная и ядерная техника. С другой стороны, развитие техники оказывает влияние на улучшение экспериментальных методов физических исследований.

Развитие физики и ее растущая связь с техникой указывает на то, что курс физики во втузе является базой для теоретической подготовки инженера, без которой его успешная деятельность невозможна. Кроме того, физика является базовой дисциплиной для большого количества общинженерных и специальных дисциплин.

Законы физики устанавливают связь между различными физическими величинами, для чего эти величины необходимо измерять в принятых для них единицах. В общем случае единицы измерения физических величин можно выбрать произвольно, но тогда возникнут трудности при их сравнении. Поэтому необходимо было ввести такую систему единиц измерения, которая

охватывала бы единицы всех физических величин. Такая система единиц была принята в 1960 году в Париже на XI Генеральной конференции по мерам и весам, на которой присутствовали представители 32 стран. Эта международная система единиц получила название Система Интернациональная (СИ). В России СИ применяется с 1982 года.

Для построения Системы Интернациональной были выбраны семь **основных** единиц – метр, килограмм, секунда, моль, кельвин, ампер, кандела и две дополнительные – радиан и стерадиан. Остальные единицы физических величин выводятся из законов, связывающих эти единицы с основными, и их называют **производными**.

Основные единицы измерения определяются следующим образом.

Метр (м) равен 1650763,73 длины волны в вакууме красного света, который испускается чистым изотопом криптона -86 при переходе из состояния $5d_5$ в состояние $2p_{10}$.

Килограмм (кг) равен массе международного прототипа – платино-иридиевого цилиндра длиной 39 мм, хранящегося в Международном бюро мер и весов в Севре близ Парижа.

Секунда (с) равна 9192631770 периодам излучения, соответствующего переходу между двумя сверхтонкими уровнями основного состояния атома цезия-133 в отсутствие внешних полей.

Ампер (А) равен силе постоянного тока, который при прохождении по двум параллельным проводникам бесконечной длины и ничтожно малого сечения, расположенным в вакууме на расстоянии 1 м, вызвал бы на каждом участке длиной 1 м силу взаимодействия, равную $2 \cdot 10^{-7}$ Н.

Моль (моль) равен количеству вещества системы, содержащей столько же структурных элементов, сколько содержится атомов в углероде-12 массой 0,012 кг.

Кельвин (К) равен 1/273,16 части термодинамической температуры тройной точки воды.

Кандела (кд) равна силе света, испускаемого монохроматическим излучением частотой $540 \cdot 10^{12}$ Гц, энергетическая сила света которого в этом направлении составляет 1/683 Вт/ср.

Два дополнительные единицы измерения:

Радиан (рад) равен углу между двумя радиусами окружности, длина дуги между которыми равна радиусу;

Стерадиан (ср) равен телесному углу с вершиной в центре сферы, вырезающему на поверхности сферы площадь, равную площади квадрата со стороной, равной радиусу сферы.

Все остальные единицы являются **производными**, и для их получения используются физические законы, связывающие эти единицы с основными. Например, из формулы для второго закона Ньютона $F=ma$ (m – масса тела, a – ускорение) производная единицы силы получается равной $\frac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{с}^2}$, которая в честь Ньютона названа ньютоном $\text{Н}=\frac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{с}^2}$.

Размерностью физической величины называют ее выражение в основных единицах, т.е. размерность силы запишется в виде:

$$[F]=MLT^{-2},$$

где M – размерность массы, L – размерность длины, T – размерность времени.

Размерности обеих частей физических равенств должны быть одинаковыми, так как физические законы не могут зависеть от выбора единиц физических величин. Это позволяет проверить правильность полученной при решении задачи физической формулы.

I. Физические основы механики

Механика – часть физики, которая изучает равновесие и перемещение одного тела относительно другого под действием сил. Изменение с течением времени взаимного положения тел в пространстве называется механическим движением. Совокупность тел, движение которых рассматривается, называют механической системой.

Движение тел со скоростями v , много меньшими скорости света C в вакууме ($v \ll C = 3 \cdot 10^8$ м/с), изучает классическая (нерелятивистская) механика. Она отвлекается от внутренней структуры тел и природы их взаимодействия. Классическая механика ограничивается изучением движения идеализированных модельных тел: материальной точки, абсолютно твердого тела и несжимаемой жидкости, которые приблизительно верно передают отдельные свойства реальных объектов.

Меру взаимного воздействия тел одного на другое характеризует механическая сила. Сила есть векторная величина, начало которой находится в точке ее приложения, а длина определяет значение этой силы. Силы в механике считаются заданными. Их физическое содержание раскрывается законами Ньютона.

Механика состоит из трех основных разделов – статики, кинематики и динамики. **В статике** рассматривают законы сложения сил и условия равновесия. **Кинематика** изучает характеристики и закономерности движения тел без учета рассмотрения причин, вызывающих это движение, т.е. кинематика отвечает на вопрос – как движется тело. **Динамика** изучает взаимодействие между телами и его влияние на их механическое движение, т.е. динамика отвечает на вопрос – почему движутся тела.

Глава 1. Кинематика

Наиболее простым механическим движением является движение материальной точки. **Материальная точка** – это тело, размерами которого можно пренебречь в условиях данной задачи, в частности тогда, когда все точки тела движутся одинаково. Такое движение тела называется **поступательным**.

Чтобы описать механическое движение тела, нужно узнать его положение в пространстве в любой момент времени. Положение материальной точки

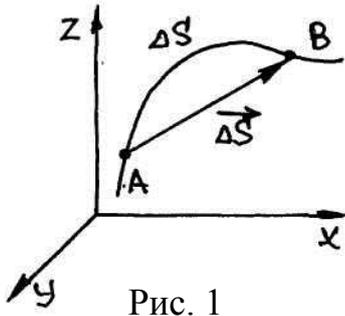


Рис. 1

определяется по отношению к **телу отсчета**, с которым связана произвольная система координат, называемая **системой отсчета**. В механике телом отсчета часто служит Земля, с которой связывается прямоугольная (декартова) система координат.

При движении материальной точки ее координаты с течением времени изменяются. Набор точек, через которые проходит материальная точка в пространстве, образует линию, называемую **траекторией** движения

(рис.1).

В зависимости от формы траектория может быть **прямолинейной** или **криволинейной**.

Если в начале отсчета времени материальная точка находилась в положении А, а в конце – в положении В, то длина траектории АВ называется пройденным путем и является скалярной величиной ΔS (см. рис.1). Прямая, проведенная из начального положения А движущейся точки в конечное положение В, называется **перемещением** и является величиной векторной, так как показывает направление.

1.1. Скорость и ускорение

В наш век автомобилизма с понятием скорости сталкиваются уже с детства. Спидометр автомобиля показывает его мгновенную скорость (в км/час). Скорость – это быстрота изменения положения тела на траектории.

Для определения скорости автомобиля при движении по дороге (траектории) с километровыми столбами мы поступим следующим образом. Проезжая мимо километрового столбика с показанием S_1 , фиксируем время t_1 , проезжая мимо столбика с показателем S_2 , фиксируем время t_2 . Таким образом, за промежуток времени $\Delta t = t_2 - t_1$ автомобиль проезжает путь $\Delta S = S_2 - S_1$ и быстрота прохождения этого пути равна средней скорости на этом участке:

$$v_{\text{ср}} = \Delta S / \Delta t \text{ (м/с)}. \quad (1.1)$$

Средняя скорость не учитывает, что на отдельных участках пути ΔS автомобиль может двигаться неравномерно или даже стоять некоторое время. Совершенно очевидно, что при этом формула (1.1) не будет соответствовать «показанию спидометра». Она будет давать правильный результат только в том случае, если промежуток времени брать очень малым (близким к нулю, но не равным нулю): при этом получим мгновенную скорость V , которая является пределом отношения $\Delta S / \Delta t$ при $\Delta t \rightarrow 0$:

$$V = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{dS}{dt}. \quad (1.2)$$

Мгновенная скорость - величина векторная и совпадает по направлению с вектором перемещения. Кстати, понятие скорости можно применять при быстроте изменения любого физического параметра.

Самый простой вид движения – прямолинейное равномерное – это движение с постоянной по модулю и направлению скоростью. В случае

прямолинейного равномерного движения тело движется по прямой и за любые равные промежутки времени проходит одинаковые пути. Координату тела в любой момент времени (уравнение движения) можно вычислить по формуле:

$$S = S_0 \pm Vt, \quad (1.3)$$

где S_0 - начальная координата.

В случае неравномерного движения необходимо знать, как быстро изменяется скорость с течением времени. Величина, характеризующая быстроту изменения скорости, называется ускорением. Среднее ускорение находится по формуле $a_{cp} = \Delta V / \Delta t$, где $\Delta V = V_t - V_0$ - изменение скорости за промежуток времени $\Delta t = t_2 - t_1$, V_t - конечная скорость, V_0 - начальная скорость. Мгновенное ускорение a является пределом отношения $\Delta V / \Delta t$ при $\Delta t \rightarrow 0$:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{dV}{dt} = \frac{d^2 S}{dt^2} \left(\frac{M}{c^2} \right). \quad (1.4)$$

Таким образом, ускорение \vec{a} есть векторная величина, равная первой производной скорости по времени или второй производной пути по времени.

Прямолинейное движение, происходящее с постоянным ускорением, называется **равнопеременным**, которое при увеличении скорости будет **равноускоренным**, а при уменьшении скорости – **равнозамедленным**. При этом ускорение тела определяется по формуле:

$$a = \frac{V_t - V_0}{t}, \quad (1.5)$$

а конечная скорость V_t в любой момент времени t равна

$$V_t = V_0 + at. \quad (1.6)$$

График функции $V_t = V_0 + at$ представлен на рис.2. По этому графику можно найти среднюю скорость за период времени t . Она равна

$$V_{cp} = \frac{V_t + V_0}{2}. \quad (1.7)$$

Зная среднюю скорость, можно определить пройденный путь

$$S = V_{cp} \cdot t = \frac{V_t + V_0}{2} \cdot t. \quad (1.8)$$

Теперь подставим в формулу (1.8) вместо скорости V_t ее значение (1.6), получим

$$S = \frac{V_0 + at + V_0}{2} \cdot t = V_0 t + \frac{at^2}{2}. \quad (1.9)$$

Из формулы (1.5) найдем время $t = \frac{V_t - V_0}{a}$ и подставим в формулу (1.8), тогда пройденный путь будет определяться

$$S = \frac{(V_t + V_0)}{2} \cdot \frac{(V_t - V_0)}{a} = \frac{V_t^2 - V_0^2}{2a}. \quad (1.10)$$

Уравнение движения при равнопеременном движении имеет вид

$$S = S_0 + V_0 t + \frac{at^2}{2}. \quad (1.11)$$

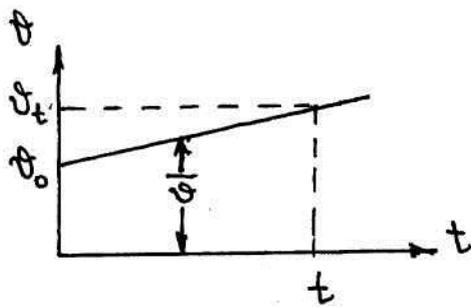


Рис. 2

Частным случаем равнопеременного движения является движение тела под действием силы тяжести. Сила тяжести сообщает любому телу до высоты 30 км над поверхностью Земли почти одинаковое ускорение, направленное вертикально вниз, которое называется ускорением свободного падения ($g=a=9,81 \text{ м/с}^2$).

1.2. Движение по криволинейной траектории

При криволинейном движении скорость тела может изменяться по величине и всегда изменяется по направлению. Поэтому вектор ускорения тела при криволинейном движении имеет две составляющие. Одна составляющая определяет изменение скорости по величине a_τ , она равна

$$a_\tau = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 s}{dt^2}. \quad (1.12)$$

Так как изменение скорости происходит по касательной к траектории, то это ускорение называют **касательным** или **тангенциальным**.

Другая составляющая определяет изменение скорости по направлению a_n . Для определения a_n рассмотрим равномерное движение по участку траектории с радиусом кривизны R (рис.3). Из подобия треугольников AOB и CBD следует $\frac{\Delta v_n}{AB} = V/R$, но так как $AB = V_{cp} \cdot \Delta t$,

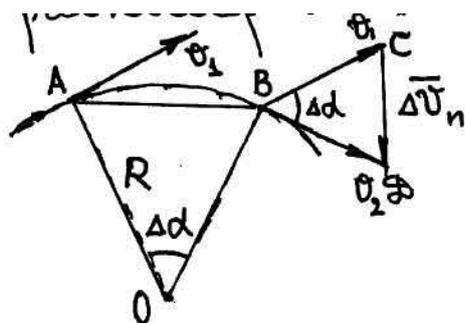


Рис.3

то

$$\frac{\Delta v_n}{\Delta t} = \frac{V_{cp} \cdot V}{R}. \quad (1.13)$$

В пределе при $\Delta t \rightarrow 0, V_{cp} \rightarrow V$, соответственно, $\Delta \alpha \rightarrow 0$, а так как треугольник CBD равнобедренный, то угол BCD между

V и ΔV_n стремится к прямому, следовательно, при $\Delta t \rightarrow 0$ векторы V и ΔV_n взаимно

перпендикулярны. Так как вектор скорости V направлен по касательной к траектории, то вектор ΔV_n , перпендикулярный скорости, будет направлен к центру круга ее кривизны. Вторая составляющая ускорения, равная

$$a_n = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v_n}{\Delta t} = \frac{v^2}{R}, \quad (1.14)$$

называется **нормальным** (направлена по нормали к траектории) или **центростремительным** ускорением.

Полное ускорение тела равно сумме тангенциальной и нормальной составляющих (рис.4):

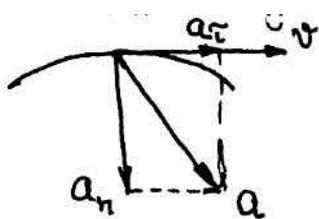


Рис.4

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n \text{ или } a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}. \quad (1.15)$$

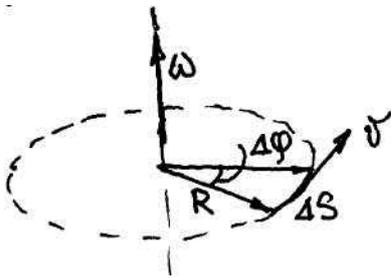
Таким образом, тангенциальное ускорение характеризует быстроту изменения скорости по величине (направлено по касательной к траектории), а нормальное

ускорение характеризует быстроту изменения скорости по направлению (направлена к центру кривизны траектории).

1.3. Движение по окружности

Движение материальной точки по окружности можно характеризовать линейными скоростью и ускорением, как движение по любой траектории. Однако можно ввести другие характеристики.

Пусть материальная точка движется по окружности радиуса R (рис.5) и проходит путь ΔS за малый промежуток времени Δt . При этом радиус R повернулся на угол $\Delta\varphi$. Пройденный путь ΔS за промежуток времени Δt определяет линейную скорость, а угол поворота $\Delta\varphi$ за Δt определяет угловую скорость



$$\varphi = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}. \quad (1.16)$$

Если промежуток времени $\Delta t \rightarrow 0$, то получим мгновенную угловую скорость

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt} \left(\frac{\text{рад}}{\text{с}} \right). \quad (1.17)$$

Рис. 5

Угловая скорость – величина векторная, и ее направление определяется по правилу правого винта (рис.5).

Линейная скорость точки связана с угловой

$$V = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{R d\varphi}{dt} = R \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{d\varphi}{dt} = R\omega. \quad (1.18)$$

Если при равномерном вращении материальная точка делает N оборотов за время Δt , то время одного полного оборота, равное $\frac{\Delta t}{N} = T$, называется **периодом вращения**, а число оборотов за единицу времени $N/\Delta t = \nu$ называется **частотой вращения**. Очевидно, что

$$T = 1/\nu \quad (1.19)$$

$$\text{и } \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu. \quad (1.20)$$

При неравномерном вращении тела вокруг неподвижной оси для характеристики быстроты изменения вектора угловой скорости вводится вектор $\vec{\varepsilon}$ **углового ускорения**.

$$\varepsilon = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}. \quad (1.21)$$

Если тело вращается вокруг неподвижной оси, то вектор $\vec{\varepsilon}$ направлен вдоль этой оси в ту же сторону, что и $\vec{\omega}$, при ускоренном вращении ($\frac{d\varphi}{dt} > 0$) и в противоположную – при замедленном вращении ($\frac{d\varphi}{dt} < 0$).

Тангенциальное ускорение связано с угловым соотношением

$$a_{\tau} = \frac{dv}{dt} = \frac{d(R\omega)}{dt} = R \frac{d\omega}{dt} = R\varepsilon. \quad (1.22)$$

Нормальная составляющая ускорения

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{R^2\omega^2}{R} = \omega^2 R. \quad (1.23)$$

По аналогии с поступательным движением для равнопеременного движения материальной точки по окружности ($\varepsilon = \text{const}$) справедливы следующие соотношения:

$$\varepsilon = \frac{\omega_t - \omega_0}{t}, \omega_t = \omega_0 + \varepsilon t, \varphi = \frac{\omega_t^2 - \omega_0^2}{2\varepsilon}, \varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}. \quad (1.24)$$

Зная количество оборотов N , совершенных телом за некоторый промежуток времени, можно определить угол поворота:

$$\varphi = 2\pi N. \quad (1.25)$$

Глава 2. Динамика материальной точки и поступательного движения твердого тела

Динамика занимается изучением общих законов взаимодействия материальных тел и изменений в их движении. Мерой механического воздействия на тело со стороны других тел или полей является сила. В задачах механики учитываются гравитационные силы, а также силы упругости и силы трения, являющиеся остаточными от более общих электромагнитных сил. Таким образом, динамика – это раздел механики, в котором изучаются законы движения тел под действием приложенных к ним сил.

Основная задача динамики состоит в определении положения тела в произвольный момент времени по известным начальному положению тела, начальной скорости и силам, действующим на тело.

Законы динамики были сформулированы И.Ньютоном в 1687 году. Они представляют собой обобщение результатов многовекового человеческого опыта.

2.1. Первый закон Ньютона (закон инерции)

Первый закон Ньютона гласит: любое тело сохраняет состояние покоя или прямолинейного равномерного движения до тех пор, пока воздействие на это тело со стороны других тел не вызовет изменение этого состояния.

Стремление тела сохранить состояние покоя или равномерного прямолинейного движения называется **инертностью**. Количественной мерой инертности является **масса**, измеряется в килограммах (кг).

Физическая величина, являющаяся мерой механического воздействия на тело со стороны других тел или полей, называется **силой**. Сила, как и любая векторная величина, считается заданной, если известны ее численное значение, направление и точка приложения. Если на тело действует несколько сил, а на практике так и бывает, но результирующая этих сил равна нулю, то в этом случае также выполняется первый закон Ньютона. В математической форме это утверждение имеет вид:

$$a=0 \text{ или } F_{\text{рез}}=0.$$

2.2. Второй закон Ньютона (основной закон динамики поступательного движения тел)

Второй закон Ньютона устанавливает связь между динамическими и кинематическими величинами: ускорение a , приобретенное телом под действием силы F , пропорционально этой силе и обратно пропорционально массе тела

$$a = k \frac{F}{m}, \quad (2.1)$$

где k – коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора единиц измерения. Если все величины выражены в единицах одной системы, то $k=1$ и второй закон примет вид:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \text{ или } \vec{F} = m\vec{a}. \quad (2.2)$$

Из уравнения (2.2) видно, что ускорение совпадает по направлению с действующей силой.

Второй закон Ньютона можно записать в другой форме. Если ускорение $a=dv/dt$, тогда $F = m \frac{dv}{dt}$, или, внося массу m под знак дифференциала, получим:

$$F = \frac{d(mv)}{dt}. \quad (2.3)$$

Вектор $\vec{p} = m\vec{v}$ называется **импульсом**, или **количеством движения тела**, и совпадает по направлению с вектором скорости \vec{v} . Уравнение (2.3) запишем в виде

$$F dt = dp. \quad (2.4)$$

Вектор $\vec{F} \cdot dt$ называется **импульсом силы \vec{F}** , действующим в течение малого промежутка времени dt , и имеет с силой одно направление.

Из (2.3) следует определение единицы силы – ньютон (Н)

$$1 \text{ Н} = 1 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2}.$$

2.3. Третий закон Ньютона (закон взаимодействия)

При любом взаимодействии двух тел силы, с которыми тела действуют друг на друга, равны по величине и направлены в противоположные стороны, т.е.

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}, \quad (2.5)$$

где \vec{F}_{12} – сила действия первого тела на второе, \vec{F}_{21} – сила действия второго тела на первое.

Взаимодействие тел наблюдается как при прямом действии (контакте), так и при действии на расстоянии (притяжение Земли и Солнца). Силы, возникающие при взаимодействии двух тел, всегда имеют одну природу, но никогда не уравновешивают друг друга, так как приложены к разным телам.

2.4. Закон сохранения импульса (количества движения)

Следствием второго и третьего законов Ньютона является закон сохранения импульса (количества движения). Он имеет место в **изолированной** (замкнутой) системе тел. Такой системой является группа тел, на которые не действуют **внешние** силы. Силы взаимодействия между телами, входящими в изолированную систему, называются **внутренними**.

Рассмотрим простейшую изолированную систему, состоящую из двух взаимодействующих тел с массами m_1 и m_2 . Скорость первого тела до взаимодействия была v_1 , после взаимодействия v_1' ; второго тела до - v_2 , после - v_2' .

Импульсы сил взаимодействия тел согласно уравнению (2.4) можно записать:

$$\left. \begin{aligned} \vec{F}_{12} \cdot t &= m_1 \vec{v}_1' - m_1 \vec{v}_1, \\ \vec{F}_{21} \cdot t &= m_2 \vec{v}_2' - m_2 \vec{v}_2. \end{aligned} \right\} \quad (2.6)$$

Так как по третьему закону Ньютона $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$, то

$$m_1 \vec{v}_1' - m_1 \vec{v}_1 = -(m_2 \vec{v}_2' - m_2 \vec{v}_2),$$

или, после преобразования, получаем:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}_1' + m_2 \vec{v}_2', \quad (2.7)$$

т.е. векторная сумма импульсов двух тел до и после взаимодействия равна.

Опыты показали, что это положение справедливо для любого количества тел, входящих в изолированную систему. Оно получило название – **закон сохранения импульса**: в изолированной системе векторная сумма импульсов тел, входящих в эту систему, остается постоянной при любых взаимодействующих телах этой системы между собой.

Применение закона сохранения импульса дает возможность выполнять расчеты взаимодействия тел, не зная действующих между ними сил. Этот закон настолько часто применяется и выполняется в природе и технике, что его можно отнести к одному из основных законов природы.

Особый интерес представляет собой применение закона сохранения импульсов для изолированной системы, состоящий из ракеты и вытекающих из нее газов при сгорании. Ракета – аппарат, способный придать в движение без опоры (без внешней силы). Поэтому реактивный двигатель – единственный двигатель космических ракет и кораблей.

В природе реактивное движение используют некоторые животные. Например, кальмары, спруты, медузы и некоторые моллюски, передвигающиеся посредством отдачи воды, выбрасываемой ими из особых полостей тела.

2.5. Закон всемирного тяготения

Действие между телами на расстоянии определяется фундаментальным законом механики – законом всемирного тяготения (гравитации),

установленным И.Ньютоном в 1687 году, хотя идея появилась у него еще в 1665 г.

Согласно этому закону две любые материальные точки взаимодействуют с силой, пропорциональной произведению их масс (m_1 и m_2) и обратно пропорциональной квадрату расстояния r между ними:

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}, \quad (2.8)$$

где $\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$ - гравитационная постоянная. Кроме материальных точек формула (2.8) применима для тел шаровой формы, но в этом случае расстояние r необходимо брать между центрами тяжести. Если тела не материальные и не шаровой формы, то сила взаимодействия определяется геометрической суммой сил взаимодействия отдельных точек тел.

Особое место в механике занимает гравитационное взаимодействие любого тела массой m и Землей массой M . Тело притягивается к Земле с силой, направленной к ее центру и равной

$$F = \gamma \frac{mM}{R^2}, \quad (2.9)$$

где R – расстояние от тела до центра Земли (при высотах до 30 км над поверхностью Земли это расстояние можно принимать равным ее радиусу R_3). Если тело лежит на поверхности Земли, то на него действуют две силы – реакция опоры \vec{N} и сила тяготения \vec{F} .

Эти две силы дают равнодействующую центростремительную силу (рис.6):

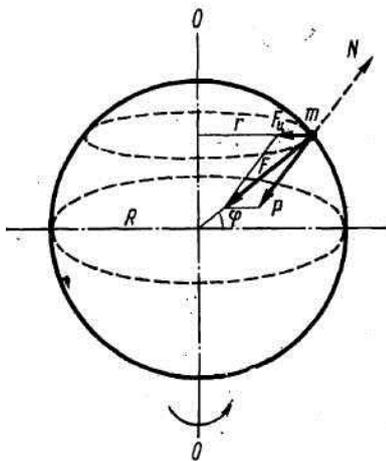


Рис.6

$$\vec{F} + \vec{N} = F_{ц.}$$

Сила тяжести тела \vec{P} – это сила противодействующая, согласно третьему закону Ньютона, силе давления \vec{N} Земли на тело. Центростремительная сила самая большая на экваторе, но даже там она составляет всего 0,00345 часть от силы тяготения тела к Земле \vec{F} . Поэтому в большинстве практических задач можно принимать

$$P = F = \gamma \frac{mM}{R^2}. \quad (2.10)$$

Движение тела под действием силы тяжести называется **свободным падением**, а ускорение g тела называется **ускорением свободного падения**. Из второго закона Ньютона

$$g = \frac{P}{m}, \quad (2.11)$$

или

$$g = \gamma \frac{M}{R^2} = \gamma \frac{M}{(R_3+h)^2}, \quad (2.12)$$

где R_3 - радиус Земли, h – расстояние от центра тела до поверхности Земли. Следует заметить, что при $h \ll R_3$ с подъемом на 1 км ускорение уменьшается на 0,03%.

Земля не имеет строго сферическую форму: на полюсе $R_{\text{пол}}=6357$ км, на экваторе $R_{\text{экв}}=6378$ км. Поэтому ускорение g зависит от географической широты места и равно на полюсах $9,83 \text{ м/с}^2$, на экваторе $9,78 \text{ м/с}^2$. На широте 45° $g=9,81 \text{ м/с}^2$ и его называют «нормальным» ускорением.

Сила, действующая на горизонтальную опору или вертикальный подвес, называется **весом** тела. Когда тело лежит на поверхности Земли, вес тела равен силе тяжести. При движении по вертикали с ускорением a вес тела изменяется. Если ускорение тела направлено вертикально вверх, то вес тела увеличивается $P=m(g+a)$, если вниз, уменьшается $P=m(g-a)$. При свободном падении $a=g$ и вес тела становится равным нулю; такое состояние тела называется невесомостью. Следует помнить, что в состоянии невесомости вес тела становится равным нулю, а масса тела остается неизменной.

2.6. Силы упругости и трения

Силы, возникающие при контакте тел, обусловлены характером взаимодействия между молекулами. Такими силами являются силы упругости и трения.

Между частицами (молекулами), входящими в состав твердого тела, действуют силы притяжения и отталкивания. Каждая частица испытывает воздействие со стороны всех соседних частиц, и ее равновесное состояние соответствует тому, что равнодействующая этих сил равна нулю. При действии внешних сил частицы смещают из первоначальных положений равновесия, при этом изменяются форма и размеры тела. Это явление носит название **деформации**. Перемещению частиц при деформации препятствуют силы взаимодействия между ними. Если сдвиг частиц был небольшим, то после прекращения действия внешней силы частицы за счет внутренних сил возвращаются в исходные положения. Деформацию такого типа называют упругой, а внутренние силы, возникающие при этом, называются упругими силами.

При продольном растяжении стержня длиной l и сечением S процесс деформации прекращается, когда упругие силы становятся равными растягивающей силе F . При этом стержень растянется на величину Δl , которая будет пропорциональна силе F

$$F = \frac{ES}{l} \Delta l, \quad (2.13)$$

где E – модуль упругости или модуль Юнга. Величина $\frac{ES}{l} = k$ называется коэффициентом жесткости. Учитывая, что сила упругости всегда направлена в сторону, противоположную деформации (приложенной силы), получим:

$$F_{\text{упр}} = -k\Delta l. \quad (2.14)$$

Соотношение (2.14) носит название **закона Гука**.

Силы трения проявляются при движении контактирующих тел или их частей относительно друг друга. Природа этих сил может быть различной, но в результате их действия всегда происходит превращение механической энергии в энергию теплового движения их частей.

Трение, возникающее при относительном перемещении соприкасающихся твердых тел, называется **внешним**. **Внутренним трением (вязкостью)** называют явление возникновения касательных сил, препятствующих перемещению частей одного и того же тела по отношению друг к другу (трение в жидкостях и газах).

Внешнее трение между поверхностями двух соприкасающихся твердых тел при отсутствии между ними жидкой или газообразной прослойки называется **сухим**. Сухое трение бывает двух типов: **трение покоя** (или статистическое трение) и **трение скольжения**. Если к телу, находящемуся в покое, при соприкосновении с другим телом, прикладывать возрастающую силу, параллельную плоскости соприкосновения, то при изменении этой силы от нуля до некоторого предельного значения F_0 движение тела не происходит; при $F > F_0$ тело приходит в движение. Предельное значение F_0 силы трения покоя пропорционально величине N силы нормального давления тела на опору:

$$F_0 = f_0 N, \quad (2.15)$$

где f_0 - безразмерный коэффициент статического трения.

Когда тело приходит в движение, начинается скольжение тел относительно друг друга. Возникающее при этом трение называется **трением скольжения**. Сила трения скольжения пропорциональна силе N нормального давления:

$$F_{\text{тр}} = \mu \cdot N, \quad (2.16)$$

где μ - безразмерный коэффициент трения скольжения; $\mu < 1$. Сила нормального давления направлена перпендикулярно (нормально) к поверхности, вдоль которой тело движется или способно двигаться. Сила трения всегда направлена в противоположную сторону направлению движения. Тело труднее сдвинуть с места, чем затем поддерживать его движение, поэтому коэффициент трения покоя f_0 больше коэффициента трения скольжения для любой пары соприкасающихся тел.

2.7. Центробежные силы

При движении тела по окружности с радиусом кривизны R тело обладает центробежным ускорением a_n , которое направлено к центру окружности, и его величина равна (1.23) $a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$.

По второму закону Ньютона, это центробежное ускорение вызывает центробежная сила, приложенная к телу со стороны связей. Роль центробежной силы могут выполнять: сила натяжения нити, сила трения, гравитационная сила и т.д.

Если связь оборвалась, то центробежная сила исчезла и тело будет продолжать движение по инерции по направлению вектора линейной скорости в момент отрыва, т.е. по касательной к окружности. Величина центробежной силы равна

$$F_{\text{ц.с}} = \frac{mv^2}{R} = m\omega^2 R. \quad (2.17)$$

2.8. Инерциальные и неинерциальные системы отсчета.

Силы инерции

Механическое движение относительно, и его характер зависит от системы отсчета. Системы отсчета, в которых выполняется первый закон Ньютона (закон инерции), называются **инерциальными системами отсчета**. Это системы, которые либо покоятся, либо движутся равномерно и прямолинейно относительно какой-то другой инерциальной системы.

Системы отсчета, движущиеся относительно инерциальной системы с ускорением, называются **неинерциальными**. В них законы Ньютона несправедливы, однако если кроме сил взаимодействия тел друг на друга, ввести силы инерции, то законы динамики можно применять. Силы инерции обусловлены ускоренным движением системы отсчета относительно измеряемой системы: 1) при ускоренном поступательном движении системы отсчета; 2) при вращающейся системе отсчета, когда тело покоится или когда движется.

При поступательном ускоренном движении системы отсчета, например, троллейбуса при наборе скорости с остановки, его ускорение направлено вперед, и на пассажиров действует сила инерции, направленная назад, т.е. пассажира, сидящего по ходу троллейбуса, сила инерции прижимает к спинке сиденья. Наоборот, при торможении троллейбуса сила инерции направлена вперед и пассажир отдаляется от спинки сиденья. Таким образом, сила инерции F_u равна:

$$F_u = -m\vec{a}_c, \quad (2.18)$$

где \vec{a}_c - ускорение системы отсчета.

Если на тело со стороны связей действует сила, удерживающая тело на окружности, называемая центростремительной, то, согласно третьему закону Ньютона, тело действует на связь с такой же по величине силой, направленной от центра и называемой поэтому **центробежной силой инерции**. Следовательно, связи рвутся под действием центробежных сил. Вращая камень на нити, наша рука испытывает именно центробежную силу. Центробежная сила направлена по прямой от оси вращения и равна:

$$F_{ц.б} = -m\omega^2 R. \quad (2.19)$$

Действию центробежных сил инерции подвергаются пассажиры в движущемся транспорте на поворотах; летчики при выполнении фигур высшего пилотажа; центробежные силы инерции широко используются в технике: в центробежных насосах, сепараторах, регуляторах Уатта и т.д.

При проектировании и изготовлении быстро вращающихся деталей машин - роторов турбин, компрессоров, электродвигателей и генераторов, винтов самолетов и других, принимаются специальные меры для уравнивания центробежных сил инерции.

Если тело движется относительно вращающейся системы отсчета, то кроме центробежной силы появляется еще одна сила инерции, называемая силой Кориолиса, или кориолисовой силой инерции. Рассмотрим, как она возникает.

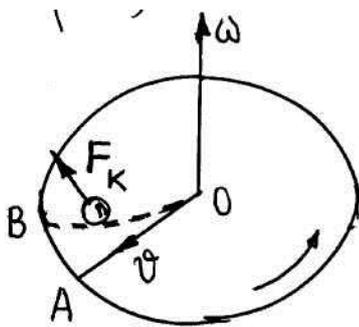


Рис.7

Возьмем диск, расположенный горизонтально, который вращается вокруг вертикальной оси. Запустим из точки O в точку A шарик со скоростью V . Если диск не вращается, то шарик будет катиться по прямой OA (рис.7).

Если диск вращается в направлении, указанном стрелкой, то шарик будет катиться по кривой OB . Следовательно, шарик ведет себя относительно вращающейся системы отсчета так, как если бы на него

действовала некоторая сила F_k , перпендикулярная к вектору скорости V . Сила F_k и есть кориолисова сила инерции, которая определяется по формуле:

$$F_k = 2m \cdot V \cdot \omega, \quad (2.20)$$

где m – масса движущегося тела, ω – угловая скорость вращающейся системы отсчета.

Земля – вращающаяся система отсчета, но идущие по поверхности Земли люди не замечают действие кориолисовой силы только потому, что ее величина мала вследствие сравнительно медленного вращения Земли. Однако именно сила Кориолиса приводит к тому, что все реки, текущие в северном полушарии Земли в самых разных направлениях, подмывают сильнее правые берега, а в южном – левые. По этой же причине ветры и морские течения в северном полушарии заворачивают направо, а в южном – в противоположную сторону.

Сила Кориолиса исчезает только в том случае, когда скорость предмета направлена вдоль оси вращения системы. Если движение происходит в перпендикулярном направлении, то сила Кориолиса максимальна.

Глава 3. Динамика вращательного движения твердого тела

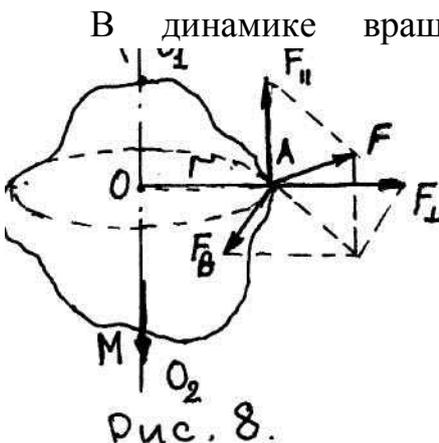


Рис. 8.

В динамике вращательного движения твердого тела, помимо кинематических характеристик, вводятся две новые величины – момент силы и момент инерции. Рассмотрим твердое тело произвольной формы, имеющее ось вращения O_1O_2 и вращающееся под действием силы F . Силу F разложим на три составляющие: параллельную оси вращения F_{\parallel} , перпендикулярную оси вращения F_{\perp} и касательную к окружности радиусом r F_t (рис. 8). Силы F_{\parallel} и F_{\perp} могут вызвать лишь

перемещение в направлении оси или перпендикулярно оси вращения, поэтому при рассмотрении вращательного движения они исключаются. Сила F_t вызывает вращение тела, и ее называют **вращающей силой**. Действие вращающей силы зависит не только от ее численного значения, но и от расстояния от оси вращения до направления действия силы. Это расстояние называется плечом l , а произведение силы F_t на плечо l называется **вращающим моментом** или **моментом силы относительно оси**:

$$M = F_{\text{в}} \cdot l. \quad (3.1)$$

Момент силы – вектор, он направлен вдоль оси, причем векторы $\vec{F}_{\text{в}}$ и \vec{M} образуют правовинтовую систему (рис.8).

3.1. Основной закон динамики вращательного движения

Пусть имеется твердое тело, которое может вращаться вокруг закрепленной оси. При этом любая точка тела будет описывать при своем движении окружность с центром, находящимся на оси вращения.

Разобьем все тело на частицы малой массы Δm_i , где i – обозначает номер частицы. К каждой такой частице применим второй закон динамики:

$$F_i = \Delta m_i \cdot a_i = \Delta m_i \cdot \varepsilon \cdot r_i,$$

где a_i – касательное ускорение, ε – угловое ускорение, r_i – радиус окружности для i -го тела. Вращающий момент i -го тела равен

$$M_i = F_i r_i = \Delta m_i \cdot r_i^2 \cdot \varepsilon.$$

Сумма вращающих моментов, действующих на каждую частицу тела, определяет момент внешней силы $F_{\text{в}}$:

$$M = \varepsilon \cdot \sum_{i=1}^n \Delta m_i r_i^2.$$

Величину $\sum_{i=1}^n \Delta m_i r_i^2$ обозначают символом J и называют моментом инерции твердого тела:

$$J = \sum_{i=1}^n \Delta m_i r_i^2, \quad (3.2)$$

тогда вращающий момент, действующий на твердое тело относительно закрепленной оси, запишется в виде:

$$M = J\varepsilon. \quad (3.3)$$

Уравнение (3.3) выражает основной закон динамики вращательного движения.

3.2. Момент инерции тел геометрически правильной формы

Если тело сплошное и однородное, оно представляет собой совокупность множества точек с бесконечно малыми массами dm , и момент инерции тела определяется интегралом по всему объему

$$J = \int_v r^2 dm. \quad (3.4)$$

Момент инерции тела зависит от того, относительно какой оси вращается тело. Наиболее просто осуществить интегрирование уравнения (3.4) для случаев, когда ось вращения проходит через центр тяжести тела. В качестве примера найдем момент инерции диска радиусом R и толщиной h относительно оси, проходящей через центр диска перпендикулярно его плоскости (рис. 9).

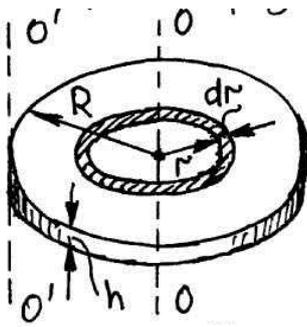


Рис.9

Разобьем диск на кольцевые слои толщиной dr , все точки которого будут находиться на расстоянии r от оси. Объем такого слоя равен $dV = h \cdot 2\pi r \cdot dr$, а масса

$$dm = \rho \cdot h \cdot 2\pi r \cdot dr,$$

где ρ - плотность. Подставим dm в уравнение (3.4) и, проинтегрировав его в интервале от 0 до R , получим момент инерции диска в виде

$$J = \rho \int_0^R h \cdot 2\pi r^3 dr = 2\pi h \rho \frac{R^4}{4}.$$

Введя массу диска m , равную произведению плотности ρ на объем диска $h\pi R^2$, получим

$$J = \frac{mR^2}{2}. \quad (3.5)$$

Аналогично этому расчету можно произвести вычисления моментов инерции и для других тел правильной симметричной формы относительно осей симметрии. Приведем ряд формул для вычисления моментов инерции:

1) момент инерции точечного тела с массой m , расположенного на расстоянии r от оси:

$$J = mr^2; \quad (3.6)$$

2) момент инерции однородного тонкого обруча, кольца, тонкостенного цилиндра относительно оси симметрии:

$$J = mR^2, \quad (3.7)$$

где R – радиус обруча, кольца, цилиндра;

3) момент инерции однородного сплошного шара радиусом R относительно оси, проходящей через центр шара:

$$J = \frac{2}{5}mR^2; \quad (3.8)$$

4) момент инерции однородного стержня относительно оси, проходящей через середину стержня, перпендикулярно к его длине l :

$$J = \frac{1}{12}ml^2. \quad (3.9)$$

Если известен момент инерции J_0 данного тела относительно оси, проходящей через центр тяжести этого тела (см. рис.9), а необходимо найти момент инерции J относительно параллельной оси $O'O'$, проведенной на расстоянии a от оси OO , то можно воспользоваться **формулой Штейнера**:

$$J = J_0 + ma^2. \quad (3.10)$$

Например, момент инерции диска относительно оси $O'O'$ (см.рис.9) равен:

$$J = \frac{mR^2}{2} + mR^2 = \frac{3}{2}mR^2.$$

3.3. Закон сохранения момента импульса

При вращательном движении двух тел при их взаимодействии выполняется третий закон Ньютона для моментов сил (вращающих моментов):

$$\vec{M}_{12} = -\vec{M}_{21}, \quad (3.11)$$

где M_{12} – вращающий момент, действующий со стороны первого тела на второе, M_{21} – вращающий момент, действующий со стороны второго тела на первое.

При вращающем моменте M угловое ускорение, если начальная угловая скорость была ω_0 , а через промежуток времени $\Delta\tau$ стала ω , равно

$$\varepsilon = \frac{\omega - \omega_0}{\Delta\tau},$$

и уравнение (3.3) примет вид

$$M = J \frac{\omega - \omega_0}{\Delta\tau},$$

или

$$M\Delta\tau = J\omega - J\omega_0. \quad (3.12)$$

Величина $M\Delta\tau$ называется **импульсом момента сил** (или импульсом вращающего момента), а величина, равная произведению момента инерции тела J на его угловую скорость, – **моментом импульса**.

Если два вращающихся тела взаимодействуют друг с другом в течение времени $\Delta\tau$, то импульсы моментов сил, действующих на тела, равны и противоположны по направлению:

$$M_{12} \cdot \Delta\tau = -M_{21} \cdot \Delta\tau.$$

Тогда согласно уравнению (3.12) можно записать

$$J_1(\omega'_1 - \omega_1) = -J_2(\omega'_2 - \omega_2), \quad (3.13)$$

где J_1 и J_2 – моменты инерции первого и второго тела, ω_1 и ω_2 – соответствующие их угловые скорости до взаимодействия, ω'_1 и ω'_2 – после взаимодействия. Преобразуем уравнение (3.13) к виду

$$J_1\omega_1 + J_2\omega_2 = J_1\omega'_1 + J_2\omega'_2. \quad (3.14)$$

Отсюда следует, что сумма моментов импульсов тел до и после взаимодействия равны.

Полученный результат будет справедлив для любой системы взаимодействующих тел, если внешние силы отсутствуют (изолированная система). Тогда

$$\sum_{i=1}^n J_i \omega_i = \text{const}. \quad (3.15)$$

Это равенство выражает закон сохранения момента импульса: если суммарный момент всех внешних сил, действующих на систему тел относительно произвольной неподвижной оси, равен нулю, то векторная сумма моментов импульсов тел системы не изменяется с течением времени.

Глава 4. Механическая работа и энергия

4.1. Работа постоянной и переменной силы

Сила, действующая на движущееся тело, совершает над ним работу. Количественно совершаемая силой работа равна произведению составляющей силы в направлении движения на пройденное расстояние. В случае, если сила

постоянна по величине и направлению, а путь прямолинеен, то работа A будет определяться как:

$$A = F_s \cdot S, \text{ или } A = F \cdot S \cdot \cos\alpha, \quad (4.1)$$

где α – угол между направлением силы и направлением перемещения (рис.10).

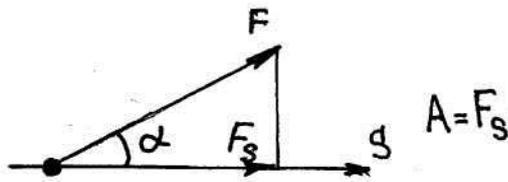


Рис.10

Работа – скалярная величина. Если сила и направление перемещения образуют острый угол ($\cos\alpha > 0$), работа положительна ($A > 0$). Если угол α – тупой ($\cos\alpha < 0$), работа отрицательна ($A < 0$). При $\alpha = \pi/2$ работа равна нулю.

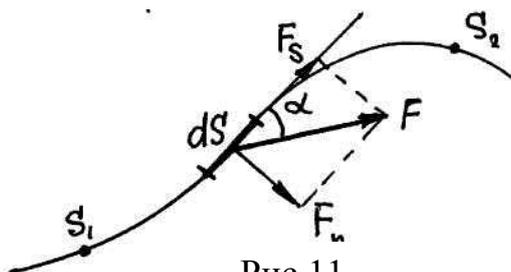


Рис.11

Если тело под действием переменной силы перемещается по криволинейной траектории из точки S_1 в точку S_2 (рис.11), то весь пройденный путь разбиваем на элементарные участки dS . На элементарном участке dS силу можно считать постоянной и направление перемещения прямолинейным. Тогда элементарная работа на каждом малом

участке будет равна:

$$dA = F dS \cdot \cos\alpha, \quad (4.2)$$

а полная работа на пути S_1S_2 определится интегралом:

$$A = \int_{S_1}^{S_2} F \cdot dS \cdot \cos\alpha. \quad (4.3)$$

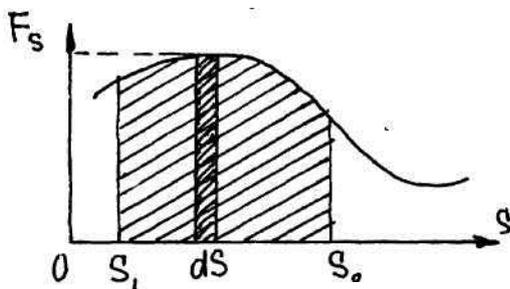


Рис.12

При произвольном изменении силы F в зависимости от пройденного пути S полную работу можно найти графическим методом. Для этого построим график зависимости $F_s = f(S)$ (рис. 12). Элементарная работа

$$dA = F_s \cdot dS = F \cdot dS \cdot \cos\alpha$$

будет изображена площадью полоски с основанием dS , а полная работа на пути S_1S_2

– площадью заштрихованной фигуры с основанием S_1S_2 .

Из определения работы (4.1) можно определить единицу ее измерения. В

СИ единица работы 1 джоуль (Дж) = $1\text{Н} \cdot 1\text{м} = 1 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}^2}$.

Для оценки эффективности работы любого механизма необходимо учитывать не только работу, совершенную машиной, но и быстроту выполнения работы. Величина, характеризующая скорость выполнения работы, называется мощностью. Мощность N равна отношению работы ΔA к промежутку времени Δt , за который она совершена

$$N = \frac{\Delta A}{\Delta t}. \quad (4.4)$$

Если машина работает неравномерно, то формула (4.4) будет определять среднюю мощность, а предел этого отношения при $\Delta t \rightarrow 0$ выражает **мгновенную мощность** (мощность в данный момент):

$$N = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{dA}{dt}. \quad (4.5)$$

Подставляя $dA = FdScos\alpha$, получим для мгновенной скорости выражение:

$$N = F \cdot \frac{dS}{dt} \cos\alpha = F \cdot V \cdot \cos\alpha. \quad (4.6)$$

Единицей измерения мощности в СИ является ватт (Вт): $1 \text{ Вт} = \frac{1 \text{ Дж}}{1 \text{ с}} = 1 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}^3}$. До сих пор мощность некоторых механизмов измеряется в лошадиных силах: 1 л.с. ≈ 736 Вт. Однако при нормальной работе лошадь развивает мощность около 400 Вт, а человек – около 100 Вт.

4.2. Кинематическая и потенциальная энергия

Все формы движения материи могут превращаться друг в друга в определенных количественных соотношениях. В качестве единой количественной меры различных форм движения материи и соответствующих им взаимодействий вводится скалярная величина, называемая **энергией**. Энергия – это универсальная количественная мера движения и взаимодействия всех видов материи.

Мерой механического движения рассматриваемой системы, а также механического взаимодействия тел системы друг с другом и с внешними телами является механическая энергия. Изменение механической энергии системы тел ΔW определяется работой, совершаемой внешними силами, приложенными к системе:

$$\Delta W = A.$$

Когда работа внешних сил положительна ($A > 0$), то энергия системы возрастает. Если работу совершает система, то ее энергия убывает. Следовательно, система может совершать работу только за счет изменения своей энергии.

Механическая энергия может быть двух видов – кинетическая и потенциальная. Кинетическая энергия является мерой механического движения и определяется работой, которую необходимо совершить, чтобы вызвать данное движение.

Для вычисления кинематической энергии возьмем тело массой m , на которое в течение времени Δt действует неизменная сила F . Эта сила вызовет изменения скорости от v_1 до v_2 , и будет совершена работа

$$A = F \cdot S,$$

где S – путь, пройденный телом за время Δt в направлении действия силы. Согласно второму закону Ньютона

$$F = m \frac{v_2 - v_1}{\Delta t},$$

а пройденный путь за время Δt , зная среднюю скорость $v_{\text{ср}} = \frac{v_1 + v_2}{2}$, определим как

$$S = v_{\text{ср}} \cdot \Delta t = \frac{v_1 + v_2}{2} \cdot \Delta t.$$

Подставляя полученные выражения для F и S в формулу работы, найдем, что $A = m \frac{(v_2 - v_1)}{\Delta t} \cdot \frac{(v_2 + v_1)}{2} \cdot \Delta t = \frac{m(v_2^2 - v_1^2)}{2}$, или

$$A = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = T_2 - T_1. \quad (4.7)$$

Таким образом, кинетическая энергия тела массой m , движущегося со скоростью v , при поступательном движении равна

$$T = \frac{mv^2}{2}. \quad (4.8)$$

Следовательно, работа силы F на пути S равна изменению кинетической энергии тела, к которому эта сила приложена.

Потенциальная энергия (латинское слово *potentia* – возможность) – это энергия, обусловленная взаимным расположением тел или частей одного и того же тела и характером их взаимодействия.

Потенциальной энергией обладают упруго деформированные тела, сжатые газы, тела, поднятые над поверхностью Земли, и другие.

Для поднятия тела массой m , находящегося на высоте h_1 над Землей, на высоту h_2 необходимо совершить работу

$$A = P(h_2 - h_1) = mgh_2 - mgh_1.$$

Эта работа пойдет на увеличение энергии тела по отношению к поверхности Земли, т.е.

$$A = U_2 - U_1.$$

Энергия U системы тело-Земля и является потенциальной энергией тела, поднятого на высоту h

$$U = mgh. \quad (4.9)$$

Найдем потенциальную энергию упругодеформированного тела (пружины). Сила упругости пропорциональна деформации пружины X :

$$F_{\text{упр}} = -kX,$$

где k – коэффициент упругости (жесткость), знак минус указывает на то, что сила упругости направлена в сторону, противоположную деформации. По третьему закону Ньютона, для преодоления силы упругости необходимо приложить силу

$$F = -F_{\text{упр}} = kX.$$

Определим работу, которую необходимо совершить при изменении деформации от X_1 до X_2 . Элементарная работа ΔA , совершаемая силой F при малой деформации dx , равна

$$\int_{X_1}^{X_2} kx dx = \frac{kX_2^2}{2} - \frac{kX_1^2}{2}.$$

Эта работа идет на увеличение энергии деформированного тела

$$A = U_2 - U_1.$$

Таким образом, потенциальная энергия упругодеформированного тела (пружины) равна

$$U = \frac{kx^2}{2}. \quad (4.10)$$

4.3. Закон сохранения механической энергии

Механическая энергия характеризует движение и взаимодействие системы тел и является функцией скоростей и взаимного расположения тел. Движение определяет кинетическая энергия, а взаимное расположение тел определяет потенциальная энергия. Сумму кинетической и потенциальной энергий называют **полной механической энергией** $E=T+U$. Если в данной системе тел действуют только внутренние силы, то полная механическая энергия тел, составляющих систему, не изменяется. Это закон **сохранения механической энергии**.

Кинематическая и потенциальная энергии могут переходить друг в друга, но при этом их сумма не меняется. Для примера рассмотрим тело, падающее с высоты h (рис.13). Покажем, что его полная энергия в любой промежуточной точке будет одной и той же.

Считаем, что тело в начальный момент покоилось, находясь на высоте h , и имело потенциальную энергию $U=mgh$. Тело свободно падает и на высоте h_1 имеет кинетическую энергию $T = \frac{mv^2}{2}$ и потенциальную $U=mgh_1$. Полная энергия $E = \frac{mv^2}{2} + mgh_1$. Скорость тела на высоте h_1 равна $v = \sqrt{2g(h-h_1)}$ и

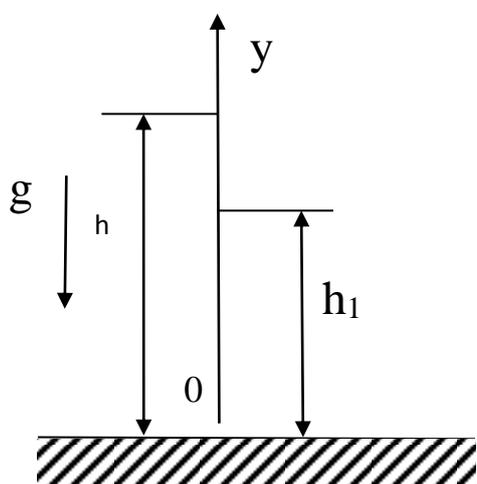


Рис. 13

кинетическая энергия $T = mg(h-h_1)$. Тогда полная энергия $E = T + U = mg(h-h_1) + mgh_1 = mgh = const$, т.е. полная механическая энергия системы тел не меняется.

Механическая энергия системы может переходить в другие виды, например, в тепловую. При этом, если движение частей системы совершается под действием только внутренних сил, оно может существовать до тех пор, пока не исчерпан запас полной энергии всей системы.

4.4. Кинетическая энергия вращающегося и катящегося твердого тела

Кинетическую энергию вращающегося вокруг неподвижной оси твердого тела находим, разбивая тело на элементарные объемы, массы которых равны m_i .

Линейная скорость элементарной массы m_i равна $v_1 = \omega r_1$, где ω - угловая скорость вращающегося твердого тела, одинаковая для всех точек, r_1 -

расстояние массы m_i от оси вращения. Следовательно, для кинетической энергии i -й элементарной массы получается выражение:

$$T_i = \frac{m_i v_i^2}{2} = \frac{1}{2} m_i \omega^2 r_i^2.$$

Кинетическая энергия вращающегося твердого тела равна сумме энергий его частей:

$$T = \sum_{i=1}^n T_i = \frac{1}{2} \omega^2 \sum_{i=1}^n m_i r_i^2,$$

$$\sum_{i=1}^n m_i r_i^2 = J$$

где J - момент инерции тела относительно оси вращения. Таким образом, кинетическая энергия твердого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси, равна

$$T = \frac{J \omega^2}{2}. \quad (4.11)$$

Если тело, массой m , например цилиндр или шар, катящийся по поверхности без скольжения, совершает вращательное движение, а центр тяжести его, через который проходит ось вращения, перемещается поступательно со скоростью v , то полная кинетическая энергия складывается из энергий поступательного и вращательного движений:

$$T = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}. \quad (4.12)$$

В качестве примера определим полную кинетическую энергию катящегося сплошного цилиндра. Учитывая, что момент инерции цилиндра $J = \frac{mR^2}{2}$ и угловая скорость ω определяется через линейную v по формуле $\omega = \frac{v}{R}$, формулу (4.12) запишем в виде:

$$T = \frac{mv^2}{2} + \frac{mR^2}{2} \cdot \frac{v^2}{R^2 \cdot 2} = \frac{3}{4} mv^2.$$

Глава 5. Механические колебания и волны

Колебаниями называются движения или процессы, точно или приблизительно повторяющиеся через одинаковые промежутки времени. В зависимости от физической природы колебания разделяются на механические, электромагнитные, электромеханические и др. Однако различные колебательные процессы описываются одинаковыми характеристиками и одинаковыми уравнениями.

По характеру воздействия на колеблющееся тело (или процессы) различают **свободные** (или **собственные**) **колебания** и **вынужденные колебания**. Свободные, или собственные, колебания совершаются за счет первоначально сообщенной энергии при последующем отсутствии внешних воздействий на колеблющуюся систему. Свободные колебания будут незатухающими, если не происходит рассеяние энергии в окружающее

пространство. Однако реальные колебательные процессы – затухающие, так как на колеблющееся тело всегда действуют силы сопротивления.

Вынужденные колебания совершаются под действием внешней периодически изменяющейся силы, которую называют вынуждающей.

Рассмотрим механические колебания, при которых повторяются изменения положений и скоростей каких-либо тел или частей тел. Эти изменения могут происходить под действием сил тяжести, упругих сил, сил поверхностного натяжения или каких-то других сил. Силу, под действием которой происходит колебательный процесс, называют **возвращающей силой**, так как она стремится тело, отклоненное от положения равновесия, вернуть в это положение. Во многих случаях системы (тела) совершают колебания, которые можно считать гармоническими.

5.1. Гармонические колебания и их характеристики

Гармоническими (или **простыми**) **колебаниями** называются такие колебательные движения, при которых смещение тела от положения равновесия совершается по закону синуса или косинуса. Гармонические колебания играют важную роль при рассмотрении любых периодических процессов. Дело в том, что очень многие сложные процессы можно свести к сумме достаточного числа гармонических колебаний различных периодов, амплитуд и начальных фаз.

Гармонические колебания проще всего рассмотреть на примере равномерного вращения материальной точки на окружности радиуса r , с угловой скоростью ω (рис. 14).

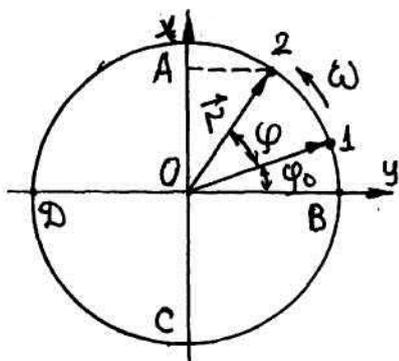


Рис.14

Проекция материальной точки на любой диаметр окружности, например, на диаметр АОС, будет совершать гармонические колебания около точки О (положение равновесия).

Расстоянием проекции точки от положения равновесия является **смещение X**, которое равно

$$X = r \cdot \sin(\varphi + \varphi_0),$$

где $r=A$ – максимальное смещение из положения равновесия, называется **амплитудой**. φ_0 – начальная фаза, $\varphi = \omega t$ – угол поворота из точки 1 в точку 2, $\omega t + \varphi_0$ – фаза колебаний. Тогда

$$X = A \sin(\omega t + \varphi_0). \quad (5.1)$$

Уравнение (5.1), определяющее смещение X как функцию времени, представляет собой **уравнение гармонического колебания**. В этом уравнении ω носит название **круговой, или циклической, частоты**:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu,$$

где T – период колебаний (время одного полного колебания), ν – частота колебаний.

5.2. Дифференциальное уравнение гармонических колебаний

Скорость материальной точки при колебательном движении является производной от смещения (5.1) по времени

$$v = \frac{dx}{dt} = \omega A \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (5.2)$$

где $\omega A = v_0$ - максимальная скорость (амплитуда скорости).

Ускорение является производной от скорости (5.2) по времени или второй производной от смещения:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (5.3)$$

где $\omega^2 A = a_0$ - максимальное ускорение (амплитуда ускорения).

Сравнивая выражения (5.1) и (5.3), получим:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0. \quad (5.4)$$

Уравнение (5.4) называется **дифференциальным уравнением собственных гармонических колебаний**.

Сила $F=ma$, действующая на колеблющуюся материальную точку массой m , с учетом (5.1) и (5.3) равна

$$F = -m\omega^2 x.$$

Следовательно, сила пропорциональна смещению из положения равновесия и направлена в противоположную сторону.

Кинематическая энергия материальной точки, совершающей прямолинейные гармонические колебания, равна:

$$T = \frac{mv^2}{2} = \frac{m\omega^2 A^2}{2} \cdot \cos^2(\omega t + \varphi_0), \quad (5.5)$$

или

$$T = \frac{m\omega^2 A^2}{4} \cdot [1 + \cos 2(\omega t + \varphi_0)]. \quad (5.6)$$

Из этого выражения видно, что период колебаний кинетической энергии колеблющейся точки вдвое меньше периода колебаний самой точки.

Потенциальная энергия материальной точки, совершающей гармонические колебания под действием силы F , равна

$$U = -\int_0^x F dx = \int_0^x m\omega^2 x dx = \frac{m\omega^2 x^2}{2} = \frac{m\omega^2 A^2}{4} \cdot \sin^2(\omega t + \varphi_0). \quad (5.7)$$

$$U = \frac{m\omega^2 A^2}{4} \cdot [1 - \cos 2(\omega t + \varphi_0)]. \quad (5.8)$$

Сложив кинетическую и потенциальные энергии, получим формулу для **полной энергии**:

$$E = T + U = \frac{m\omega^2 A^2}{2}. \quad (5.9)$$

5.3. Гармонический осциллятор. Маятники

Гармоническим осциллятором называется система, которая описывается уравнением (5.4) в виде

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0.$$

Примерами гармонического осциллятора являются пружинный, физический и математический маятники. Рассмотрим свойства этих маятников.

Пружинный маятник представляет собой груз массой m , подвешенный на упругой пружине жесткостью k (рис.15).

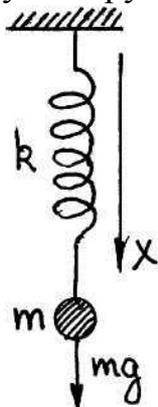


Рис.15

Если груз сместить из состояния равновесия на X , то под действием силы упругости пружины $F=-kx$ груз будет совершать колебания. Уравнение движения груза

$$ma=-kx,$$

или

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0,$$

где $\frac{k}{m} = \omega^2$ - квадрат собственной (циклической) частоты колебаний пружинного маятника. Следовательно, циклическая частота пружинного маятника:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad (5.10)$$

и период колебаний

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}. \quad (5.11)$$

Физический маятник – это любое твердое тело произвольной формы, способное вращаться вокруг горизонтальной оси, проходящей через точку O , не совпадающей с его центром масс, находящимся в точке A (рис.16). Расстояние от точки A до точки O обозначим через l .

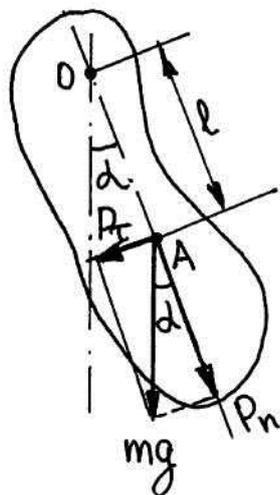


Рис.16

Если маятник отклонить из положения равновесия на некоторый угол α , то в соответствии с основным законом динамики вращательного движения твердого тела (3.3) момент M возвращающей силы F можно записать в виде:

$$M = J\varepsilon = J \frac{d^2\alpha}{dt^2} = P_{\tau}l = -mgl\sin\alpha \approx -mgl \cdot \alpha, \quad (5.12)$$

где J – момент инерции маятника, относительно оси, проходящей через точку O , $P_{\tau} = -mgsin\alpha \approx -mg\alpha$ - возвращающая сила (знак минус, так как сила P_{τ} и угол α всегда противоположны, $\sin\alpha \approx \alpha$ соответствует малым колебаниям, т.е. $\alpha \leq 7^{\circ}$).

Уравнение (5.12) запишем в виде

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{mgl}{J} \alpha = 0, \quad (5.13)$$

где $\omega = \sqrt{\frac{mgl}{J}}$ - циклическая частота физического маятника.

Период колебаний физического маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgl}} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}, \quad (5.14)$$

где $L = \frac{J}{ml}$ - приведенная длина физического маятника.

Математическим маятником называется система из тяжелого шарика, подвешенного на длинной, нерастяжимой нити, причем размеры маятника много меньше длины нити (материальная точка). Математический маятник можно представить как частный случай физического маятника, у которого вся масса сосредоточена в одной точке – центре масс. Тогда момент инерции шарика относительно оси вращения будет равен

$$J = ml^2, \quad (5.15)$$

где l – длина маятника (длина нити).

Подставляя выражение (5.15) в формулу (5.14), получим период малых колебаний математического маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (5.16)$$

5.4. Сложение одинаково направленных колебаний. Биения

Решение ряда вопросов облегчается, если изображать колебания графически. Возьмем ось X (рис.17), из точки O , взятой на оси, отложим вектор длиной A , образующий с осью угол α . Приведем этот вектор во вращение с угловой скоростью ω , тогда

$$y = A \sin(\omega t + \alpha).$$

Следовательно, проекция конца вектора на ось y будет совершать гармонические колебания с амплитудой A , равной длине вектора, круговой частотой ω , равной угловой скорости вращения вектора и начальной фазой, равной углу между осью и вектором в начальный момент времени.

Рассмотрим сложение одинаково направленных колебаний с одинаковой частотой, но отличающихся начальной фазой и амплитудой (рис.18). Тело 1 колеблется относительно точки O , и его смещение равно $y_1 = A_1 \sin(\omega t + \alpha_1)$.

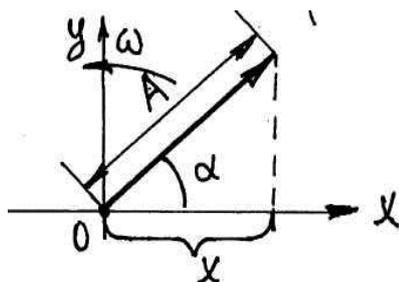


Рис.17

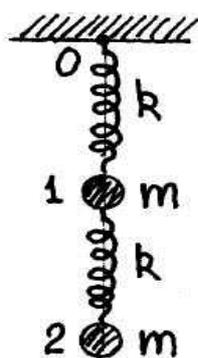


Рис.18

Тело 2 колеблется относительно тела 1, и смещение тела 2 относительно тела 1 равно $y_2 = A_2 \sin(\omega t + \alpha_2)$.

Суммарное смещение y колеблющегося тела 2 имеет вид: $y = y_1 + y_2 = A \sin(\omega t + \alpha)$,

где A и α - амплитуда и начальная фаза результирующего колебания тела 2.

Значения A и α найдем с помощью векторного представления колебаний (рис.19). Так как все векторы амплитуд A_1 и A_2 вращаются с одинаковой угловой скоростью ω , то и результирующий вектор A будет вращаться с такой же скоростью с начальной фазой α . Из построения (рис. 19) видно, что

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\alpha_2 - \alpha_1), \quad (5.17)$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{A_1 \sin \alpha_1 + A_2 \sin \alpha_2}{A_1 \cos \alpha_1 + A_2 \cos \alpha_2}. \quad (5.18)$$

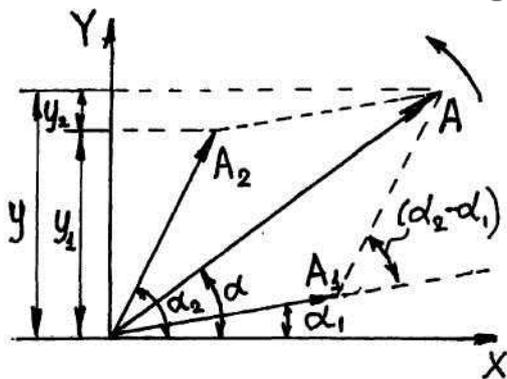


Рис.19

Анализируя уравнение (5.17), видим, что при сложении колебаний возможны следующие случаи. Если разность фаз колебаний $\alpha_2 - \alpha_1$ равна нулю, амплитуда результирующего колебания $A = A_1 + A_2$. Если $\alpha_2 - \alpha_1$ равна $+\pi$ или $-\pi$, т.е. оба колебания находятся в противофазе, то $A = |A_1 - A_2|$.

Если частоты колебаний y_1 и y_2 неодинаковы, то результирующий вектор и фаза все время будут меняться по величине;

будет наблюдаться сложный хаотически изменяющийся колебательный процесс. Однако если два складываемых гармонических колебания одинакового направления мало отличаются по частоте и имеют одинаковые амплитуды, то результирующее колебание в этом случае будет происходить с периодически изменяющейся амплитудой. Такое колебание называется **биением**.

Путь частоты складываемых колебаний равен ω и $\omega + \Delta\omega$, причем $\Delta\omega \ll \omega$, начальные фазы обоих колебаний равны нулю

$$y_1 = A \sin \omega t, \quad y_2 = A \sin(\omega + \Delta\omega)t.$$

Складывая эти выражения с учетом, что $\Delta\omega/2 \ll \omega$, найдем

$$y = \left(2A \cos \frac{\Delta\omega}{2} \cdot t \right) \sin \omega t. \quad (5.19)$$

Поэтому результирующее колебание y можно рассматривать как гармоническое с частотой ω , амплитуда A^+ которого измеряется по периодическому закону:

$$A^+ = \left| 2A \cos \frac{\Delta\omega}{2} \cdot t \right|. \quad (5.20)$$

Период биений

$$T_{\text{б}} = 2\pi/\Delta\omega.$$

График функции (5.19) изображен на рис. 20.

Метод биений используется для определения частоты тона, для сравнения измеряемой величины с эталонной, для настройки музыкальных инструментов, анализа слуха и т.д.

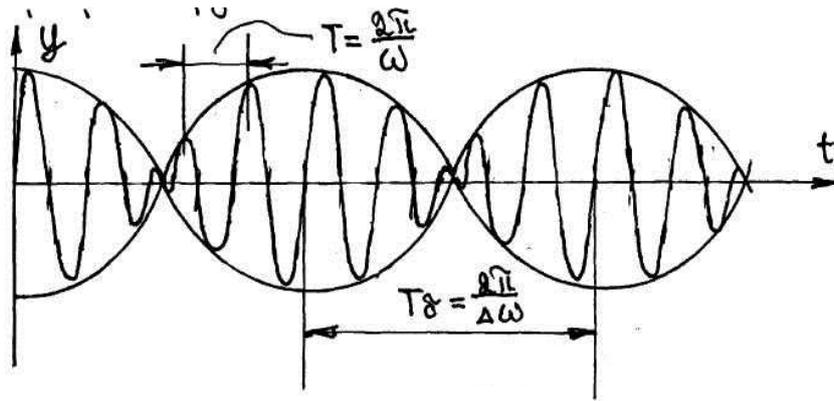


Рис.20

5.5. Сложение взаимно перпендикулярных колебаний

Рассмотрим результат сложения двух гармонических колебаний одинаковой частоты ω , происходящих во взаимно перпендикулярных направлениях вдоль осей X и Y (рис.21). Выберем начало отсчета так, чтобы начальная фаза первого колебания была равна нулю.

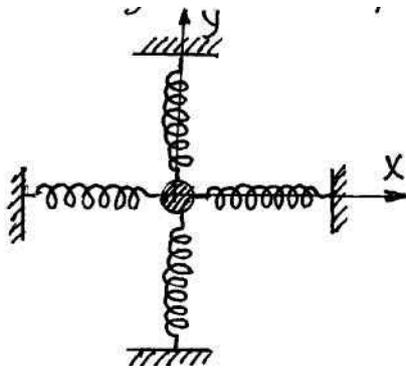


Рис.21

Тогда уравнения колебаний запишутся следующим образом:

$$X = A_1 \sin \omega t, \quad Y = A_2 \sin(\omega t + \Delta\varphi), \quad (5.21)$$

где A_1 и A_2 – амплитуды колебаний, $\Delta\varphi$ – разность фаз обоих колебаний.

Уравнение траектории результирующего колебания найдем, исключая из уравнений (5.21) время t . Для этого развернем второе из уравнений (5.21) по формуле для синуса суммы:

$$Y/A_2 = \sin \omega t \cos \Delta\varphi + \cos \omega t \cdot \sin \Delta\varphi. \quad (5.22)$$

Из первого уравнения следует, что

$$\sin \omega t = X/A_1 \quad \text{и} \quad \cos \omega t = \sqrt{1 - X^2/A_1^2}. \quad (5.23)$$

Подставим $\sin \omega t$ и $\cos \omega t$ в формулу (5.22) и после несложных преобразований получим

$$\frac{Y^2}{A_2^2} + \frac{X^2}{A_1^2} - 2 \frac{XY}{A_1 A_2} \cos \Delta\varphi = \sin^2 \Delta\varphi. \quad (5.24)$$

Уравнение (5.24) является уравнением эллипса, оси которого произвольно ориентированы относительно координатных осей X и Y. Рассмотрим форму траектории в некоторых частных случаях.

Если разность фаз $\Delta\varphi=0$, то уравнение (5.24) примет вид

$$\left(\frac{Y}{A_2} - \frac{X}{A_1}\right)^2 = 0,$$

откуда получим уравнение прямой

$$Y = \frac{A_2}{A_1} X. \quad (5.25)$$

При $\Delta\varphi = \pm\pi$ получим

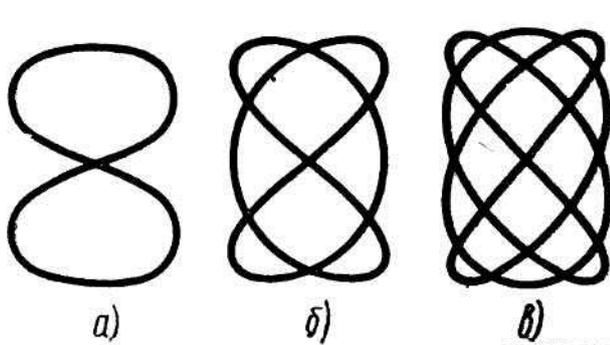
$$Y = -\frac{A_2}{A_1} X. \quad (5.26)$$

При $\Delta\varphi = \pm\pi/2$ уравнение (5.24) переходит в

$$\frac{X^2}{A_1^2} + \frac{Y^2}{A_2^2} = 1, \quad (5.27)$$

т.е. в уравнение эллипса, причем полуоси равны соответствующим амплитудам.

В общих случаях сложение взаимоперпендикулярных колебаний приводит к **фигурам Лиссажу** (рис. 22).



Конфигурация этих кривых зависит от отношения амплитуд, начальных фаз и частот соответствующих колебаний. На рис. 22 показаны фигуры для случаев, когда соотношение частот ω_2/ω_1 равно: а)

2/1, б) 3/2, в) 4/3.

Рис.22

5.6. Затухающие и вынужденные колебания. Резонанс

В реальных колебательных системах вследствие потерь энергии амплитуда с течением времени уменьшается и колебания затухают. Если параметры, приводящие к затуханию колебаний, не меняются в ходе процесса, то колебательная система называется линейной и описывается дифференциальным уравнением свободных затухающих колебаний в виде

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 X = 0, \quad (5.28)$$

где $\beta = const$ - коэффициент затухания, ω_0 - циклическая частота незатухающих колебаний той же колебательной системы (при $\beta = 0$).

Решение уравнения (5.28) в случае малых затуханий ($\beta^2 \ll \omega_0^2$) имеет вид

$$X = A_0 e^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (5.29)$$

где

$$A = A_0 e^{-\beta t} \quad (5.30)$$

- амплитуда затухающих колебаний, A_0 - начальная амплитуда, $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ - циклическая частота затухающих колебаний. Зависимость (5.29) показана на рис. 23 сплошной линией, а зависимость (5.30) пунктирными линиями.

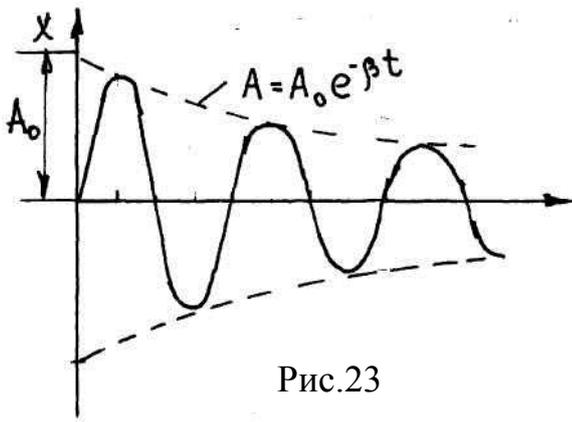


Рис.23

Промежуток $\tau = 1/\beta$, в течение

которого амплитуда колебаний уменьшается в e раз, называется **временем затухания**. Период затухающих колебаний равен

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}.$$

Если $A(t)$ и $A(t+T)$ – амплитуды двух колебаний, отличающихся на период, то

отношение $\frac{A(t)}{A(t+T)} = e^{\beta T}$ называется **декрементом затухания**, а его логарифм –

логарифмическим декрементом затухания:

$$\lambda = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \beta T. \quad (5.31)$$

Чтобы в реальной колебательной системе получить незатухающие колебания, необходимо компенсировать потери энергии. Такая компенсация возможна с помощью внешней возбуждающей силы, которая меняется по гармоническому закону

$$F = F_0 \cos \omega t. \quad (5.32)$$

С учетом силы (5.32) дифференциальное уравнение (5.28) для вынужденных колебаний запишется в виде

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 X = F_0 \cos \omega t. \quad (5.33)$$

Предположим, что установившиеся вынужденные колебания являются гармоническими

$$X = A \sin(\omega t + \varphi_0).$$

Тогда

$$\frac{dx}{dt} = A\omega \cos(\omega t + \varphi_0). \quad (5.34)$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0 + \pi/2), \quad (5.35)$$

$$X = A \cos(\omega t + \varphi_0 - \pi/2). \quad (5.36)$$

Подставим уравнения (5.34), (5.35) и (5.36) в уравнение (5.33):

$$\omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0 + \pi/2) + 2\beta \omega A \cos(\omega t + \varphi_0) + \omega_0^2 \cos(\omega t + \varphi_0 - \pi/2) = \frac{F_0}{A} \cos \omega t.$$

Из этого уравнения следует, что постоянные величины A и φ_0 должны иметь такие значения, чтобы гармоническая функция $F_0 \cos \omega t$ была равна сумме трех гармонических функций, стоящих в левой части уравнения. Для определения A и φ_0 применим метод векторных диаграмм (рис. 24).

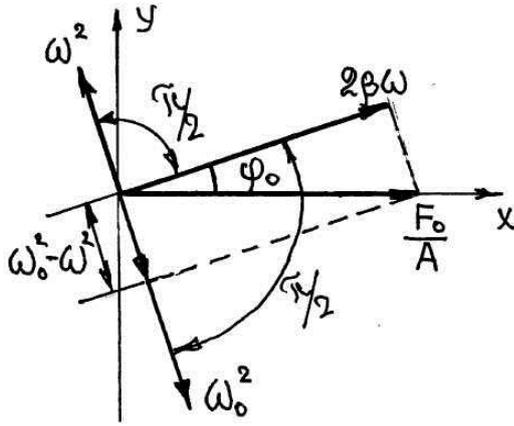


Рис.24

Из полученной векторной диаграммы находим значение амплитуды и φ_0 :

$$A = \frac{F_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}}, \quad (5.37)$$

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (5.38)$$

Исследуем выражение (5.37) для амплитуды вынужденных колебаний. При $\omega = 0$ получим $\varphi_0(0) = 0$ и $A(0) = \frac{F_0}{\omega_0^2}$; в

этом случае колебаний нет и наблюдается статическая деформация (смещение). Если существует затухание ($\beta \neq 0$), то для различных коэффициентов затухания амплитуда вынужденных колебаний в зависимости от ω показана на рис. 25.

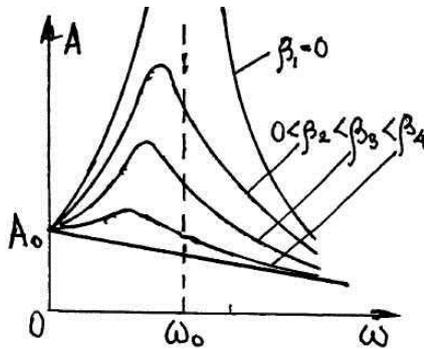


Рис.25

Максимальное значение амплитуды будет в том случае, когда подкоренное выражение, стоящее в знаменателе выражения (5.37), будет иметь минимальное значение. Исследование на минимум подкоренного выражения показывает, что $\omega_{\text{рез}}$ равно

$$\omega_{\text{рез}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}.$$

При малом затухании (при $\beta \ll \omega_0$) амплитуда стремится к бесконечно большому значению при $\omega = \omega_0$. Это явление получило название **резонанс**.

5.7. Волны в упругих средах

Среда состоит из частиц, между которыми действуют силы взаимодействия. Если какую-либо частицу среды привести в колебательное движение, то вследствие наличия сил взаимодействия между частицами среды колебания этой частицы будут вызывать вынужденные колебания у соседних с ней частиц, но с некоторым отставанием по фазе. Эти колеблющиеся частицы будут вызывать колебания следующих частиц и т.д. Вследствие колебания частиц в элементах среды будут наблюдаться упругие деформации, которые будут перемещаться от одной точки к другой. В среде начнут распространяться периодические деформации с определенной скоростью V , зависящей от свойств среды.

Процесс распространения колебательного движения частиц среды и деформаций называется **волновым процессом** или просто **волной**. В зависимости от характера возникающих при этом упругих деформаций различают волны продольные и поперечные. В **продольных волнах** частицы среды колеблются вдоль направления распространения колебаний. В **поперечных волнах** частицы среды колеблются перпендикулярно к

направлению распространения волны. В жидкостях и газах наблюдаются только продольные упругие волны. В твердых телах могут быть и продольные, и поперечные волны.

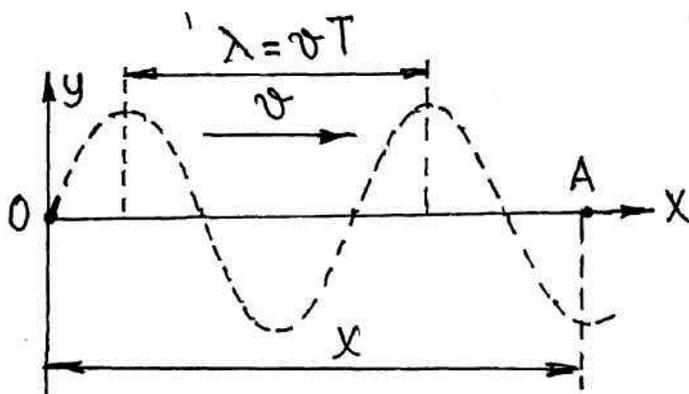


Рис.26

Найдем уравнение волны, которое позволит находить смещение любой точки волны в любой момент времени. Допустим, что волновой процесс распространяется в направлении оси OX со скоростью V (рис.26).

Для простоты рассуждений предположим, что начало отсчета времени выбрано так, что в точке O при $t=0$ колеблющаяся величина $Y=0$, т.е. $\varphi_0 = 0$; тогда уравнение

колебаний точки O имеет вид:

$$Y = A_0 \sin \omega t, \quad (5.39)$$

где $\omega = 2\pi/T$ - угловая частота, T - период, A_0 - амплитуда колебаний,

ωt - фаза колебаний в точке O. Необходимо найти фазу колебаний в любой другой точке A, отстоящей от точки O на расстояние X .

В точке A в момент времени t будет такое же состояние колебательного движения, какое было в точке O на X/V секунд раньше. Таким образом, фаза

колебаний в точке A в момент времени t будет равна $\omega(t - X/V)$.

Следовательно, значение колеблющейся величины в точке A в момент времени t :

$$Y = A_0 \sin \omega(t - X/V). \quad (5.40)$$

Это соотношение называется **уравнением волны**. Таким образом, уравнение волны так же, как уравнение колебаний, представляет собой синусоиду (рис. 26).

Одной из основных характеристик волны является длина волны λ . Длина волны - это наименьшее расстояние между двумя точками волны, колеблющихся в одной фазе (например, между двумя соседними гребнями (рис. 26)), или расстояние, на которое волна распространяется за время, равное периоду T . Зная длину волны λ и период, можно определить скорость распространения волны:

$$v = \frac{\lambda}{T}. \quad (5.41)$$

Так как прохождение волн сопровождается колебанием частиц среды, то вместе с волной переносится в пространстве и энергия. Интенсивность волны

или плотность потока энергии определяется отношением энергии, переносимой волной через площадку, перпендикулярную направлению распространения волны, к продолжительности времени переноса и размеру площадки:

$$J = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A_0^2 v, \quad (5.42)$$

где ρ - плотность среды, ω - круговая частота.

5.8. Стоячие волны

Когда две одинаковые волны с равными амплитудами и периодами колебания распространяются навстречу друг другу, то при наложении этих волн возникают стоячие волны. Чаще всего стоячие волны наблюдаются, если бегущая волна отражается от какого-либо препятствия.

Уравнения волн, распространяющихся в противоположных направлениях, имеют вид:

$$y_1 = A_0 \sin \omega \left(t - \frac{X}{V} \right), y_2 = A_0 \sin \omega \left(t + \frac{X}{V} \right). \quad (5.43)$$

Это означает, что в начале координат ($X=0$) обе волны колеблются в одинаковой фазе. В точке А (рис.26) с координатой X суммарное значение колеблющейся величины равно:

$$y = y_1 + y_2 = 2A_0 \cos \omega \frac{X}{V} \sin \omega t. \quad (5.44)$$

Из полученного уравнения (5.44) следует, что в каждой точке среды происходит гармоническое колебание с частотой ω , но с разной амплитудой, зависящей от X .

$$A_{\text{ст}} = 2A_0 \cos \omega \frac{X}{V} = 2A_0 \cos 2\pi \frac{X}{\lambda}. \quad (5.45)$$

В точках среды, в которых $\cos 2\pi \frac{X}{\lambda} = 0$, колебания отсутствуют, эти точки называются **узлами колебаний**. Косинус равен нулю, если $2\pi \frac{X}{\lambda} = \frac{\pi}{2} (2k + 1)$, и тогда положение узлов будет определяться по формуле:

$$X = \frac{\lambda}{4} (2k + 1), \quad (5.46)$$

где $k=0,1,2,\dots$

В точках, где $\cos 2\pi \frac{X}{\lambda} = \pm 1$, амплитуда колебаний имеет максимальное

значение, равное $2A_0$; эти точки называются **пучностями колебаний**, и их положение определяется по формуле

$$X = k \frac{\lambda}{2}. \quad (5.47)$$

Волновой процесс в среде, описываемый формулой (5.44), называется **стоячей волной** (рис.27). Расстояние между соседними узлами (пучностями)

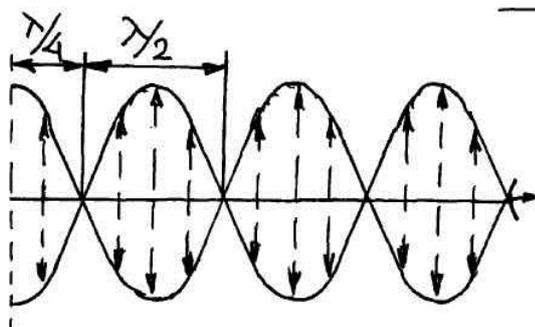


Рис.27

является длиной стоячей волны $\lambda_{ст} = \lambda/2$, где λ - длина бегущих волн.

В стоячей волне все точки среды, расположенные между двумя соседними узлами, колеблются в одной фазе (синфазно). Точки среды, лежащие по разные стороны от узла, колеблются в противофазе; фазы их колебаний отличаются на π , т.е. при переходе через узел фаза колебаний скачкообразно меняется на π .

В отличие от бегущих волн, в стоячей волне отсутствует перенос энергии, так как образующие эту волну прямая и обратная волны переносят энергию в равных количествах в противоположных направлениях.

В том случае, когда волна отражается от среды более плотной, чем та среда, где распространяется волна, в месте отражения возникает узел; при отражении от менее плотной среды – в месте отражения будет пучность.

Глава 6. Механика жидкостей и газов

Механика жидкостей и газов, или гидроаэромеханика, – раздел механики, в котором изучают равновесие и движение жидких и газообразных сред, а также их взаимодействие между собой и с погруженными в них телами. Основные задачи гидроаэромеханики состоят в определении сил, действующих на твердое тело, движущееся в жидкости или газе, в определении параметров жидкости или газа вблизи поверхности твердых тел, в исследовании движения воды в морях и океанах, а также движение воздуха в атмосфере, в исследовании движения жидкости или газа внутри каналов различной формы.

6.1. Давление в неподвижных жидкостях и газах

Большая подвижность частиц и малая сжимаемость жидкости являются ее отличительными особенностями. В отличие от жидкостей газы обладают относительно хорошей сжимаемостью. Несмотря на то, что свойства жидкостей и газов во многом отличаются, в ряде механических явлений их поведение описывается одинаковыми параметрами и идентичными уравнениями. При равновесии и движении жидкостей и газов, их взаимодействии между собой и обтекаемыми ими твердыми телами - используется единый подход к изучению и жидкостей, и газов.

Взаимодействие жидкостей и газов с твердыми телами, а также между соседними слоями жидкости или газа происходит не в отдельных точках, а на поверхности соприкосновения. Поэтому для характеристики подобных взаимодействий вводится физическая величина, которая носит название давление. Давление (p) – это отношение силы F , действующей перпендикулярно к поверхности соприкосновения к площади S этой поверхности: $p=F/S$.

Если внутри покоящейся жидкости или газа поместить тонкую невесомую пластинку площадью ΔS , то части жидкости или газа, расположенные по обе стороны от нее, будут действовать с силами ΔF , которые независимо от

ориентации пластинки равны по величине и перпендикулярны к площадке (рис. 28), так как наличие касательных сил привело бы частицы в движение.

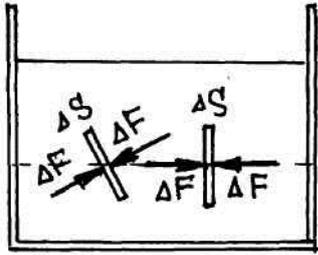


Рис.28

Эти силы существуют и при отсутствии пластинки, для любой мысленно проведенной площадки ΔS . Таким образом, любую точку жидкости или газа можно характеризовать давлением $p = \Delta F / \Delta S$

при условии, что размеры ΔS очень малы. Единица давления – паскаль (Па): $1 \text{ Па} = 1 \text{ Н/м}^2$.

Если не учитывать действие силы тяжести, то давление будет одним и тем же во всем объеме независимо от формы сосуда. Это положение определяет закон Паскаля: **Если к некоторой части поверхности, ограничивающей газ или жидкость, приложено давление, то оно одинаково передается любой части этой поверхности и всего объема.** Учет силы тяжести приводит к возникновению давления, обусловленного весом жидкости. При равновесии жидкости давление по горизонтали всегда одинаково, иначе не было бы равновесия. Если жидкость несжимаема, то ее плотность одинакова во всех точках объема. Тогда при поперечном сечении сосуда S , высоте столба жидкости h и плотности ρ вес $P = \rho g h S$, а давление на нижнюю часть жидкости и сосуда равно

$$p = P/S = \frac{\rho g h S}{S} = \rho g h. \quad (6.1)$$

Давление $\rho g h$ называется **гидростатическим давлением**, оно линейно возрастает с глубиной погружения h .

Если в жидкости мысленно выделить вертикальный цилиндр с поперечным сечением S , то на верхнее основание цилиндра будет действовать сила $F_1 = p_1 S = \rho g h_1 S$, на нижнее основание - $F_2 = p_2 S = \rho g h_2 S$ (рис.29).

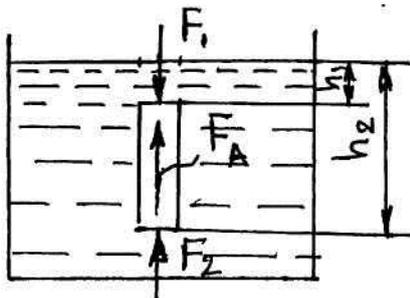


Рис.29

В результате на выделенный цилиндр будет действовать сила $F_A = F_2 - F_1$, направленная вертикально вверх. После преобразований получим $F_A = \rho g S (h_2 - h_1) = \rho g V = m_{ж} g$. Если вместо выделенного цилиндра поместить какое-либо тело, то выталкивающая сила останется и будет определяться законом Архимеда: на тело, погруженное в жидкость (или газ), действует выталкивающая сила, направленная вертикально

вверх и равная весу жидкости (газа), вытесненной телом жидкости (газа):

$$F_A = \rho_{ж} V g, \quad (6.2)$$

где $\rho_{ж}$ - плотность жидкости (газа), V – объем погруженного в жидкость (газ) тела. Разность между выталкивающей силой и весом тела называется **подъемной силой**.

Воздух, окружающий Землю (атмосфера), находится в поле сил тяготения. Следовательно, давление атмосферы подобно давлению слоев

жидкости. При вычислении атмосферного давления отсчет высоты h ведется от поверхности Земли с учетом изменения плотности воздуха. Давление атмосферы на высоте h определяется барометрической формулой:

$$p = p_0 \cdot e^{\frac{-\rho g h}{\rho_0}}, \quad (6.3)$$

где p_0 - давление над уровнем Земли, e - основание натурального логарифма, ρ_0 - плотность воздуха на уровне Земли, h - высота над уровнем Земли.

6.2. Уравнение неразрывности и формула Бернулли

Движение жидкостей называется **течением**, а совокупность частиц движущейся жидкости - **поток**. Раздел механики, занимающийся изучением закономерностей движения жидкостей, а также движением тел в жидкостях, называется **гидродинамикой**.

Рассмотрим течение идеальной жидкости, в которой отсутствуют силы внутреннего трения (вязкости). Течение жидкости является **установившимся** или (**стационарным**), если форма потока, а также значения скорости в каждой ее точке со временем не изменяются.

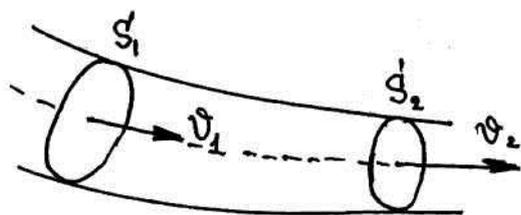


Рис.30

Возьмем поток жидкости переменного сечения (рис.30) и определим объемный расход жидкости через сечения потока S_1 и S_2 за время Δt .

Через сечение S_1 объемный расход $Q_1 = \frac{V_1}{\Delta t} = \frac{S_1 \cdot \Delta l_1}{\Delta t} = S_1 v_1$, через S_2 - $Q_2 = \frac{V_2}{\Delta t} = \frac{S_2 \cdot \Delta l_2}{\Delta t} = S_2 v_2$, где v_1 и v_2 - скорости течения жидкости через сечения S_1 и S_2 соответственно. Так как поток жидкости не претерпевает разрыва, то объемный расход в любом сечении потока будет одинаковым, т.е.

$$S_1 v_1 = S_2 v_2 = const. \quad (6.4)$$

Соотношение (6.4) называется уравнением неразрывности для несжимаемой жидкости.

В стационарно текущей жидкости выделим поток, ограниченный сечениями S_1 и S_2 , по которому слева направо течет жидкость. Во входном сечении S_1 давление P_1 , скорость V_1 и высота сечения над произвольным уровнем h_1 ; в выходном сечении S_2

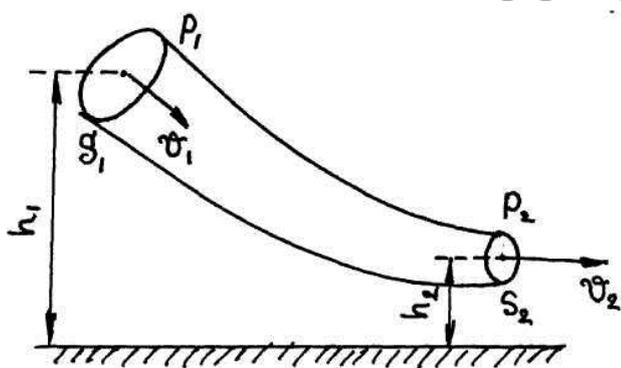


Рис.31

соответственно P_2 , V_2 и h_2 (рис.31).

Масса m жидкости, проходящей за время Δt через сечение S_1 , имеет кинетическую энергию, равную $\frac{m v_1^2}{2}$, и обладает потенциальной энергией mgh_1 .

В результате действия сил давления на сечения S_1 и S_2 со стороны слоев жидкости производится работа

$$A = p_1 S_1 l_1 - p_2 S_2 l_2,$$

где путь l_1 за время Δt равен $l_1 = V_1 \Delta t$, а путь $l_2 = V_2 \Delta t$. Согласно уравнению неразрывности (6.4) объемы, входящие в S_1 за время Δt и выходящие через S_2 , равны, т.е.

$$S_1 V_1 \Delta t = S_2 V_2 \Delta t = V.$$

Тогда $A = (p_1 - p_2)V$. Из закона сохранения энергии изменение полной энергии $E_2 - E_1$ идеальной несжимаемой жидкости равно работе A внешних сил по перемещению массы m жидкости:

$$A = (p_1 - p_2)V = E_2 - E_1 = \left(\frac{mV_2^2}{2} + mgh_2 \right) - \left(\frac{mV_1^2}{2} + mgh_1 \right). \quad (6.5)$$

Разделив выражение (6.5) на V и учитывая, что плотность жидкости $\rho = m/V$, получим после преобразования

$$\frac{\rho V_1^2}{2} + \rho gh_1 + p_1 = \frac{\rho V_2^2}{2} + \rho gh_2 + p_2.$$

Так как сечения выбирались произвольно, то для любого сечения можно записать

$$\frac{\rho V^2}{2} + \rho gh + p = \text{const}. \quad (6.6)$$

Выражение (6.6) получено русским физиком Д. Бернулли (1700-1782) и называется **уравнением Бернулли**. В этом уравнении p – статическое давление, $\frac{\rho V^2}{2}$ – динамическое давление и ρgh – гидростатическое давление.

Уравнение Бернулли лежит в основе решения многих задач гидродинамики. Оно применимо для маловязких жидкостей, таких как вода, и во многих случаях для воздуха.

6.3. Силы внутреннего трения (вязкость) и режимы течения жидкостей

Движение реальных жидкостей (газов) можно вызвать или затормозить силами трения между слоями. При этом слои жидкости, прилегающие к стенкам трубы, двигаются почти с нулевой скоростью, наибольшая скорость будет вдоль оси трубы. Это различие скоростей обусловлено трением слоев жидкости друг о друга, которое называется **внутренним трением** (или **вязкостью**).

Ньютон установил, что сила трения между слоями жидкости, движущимися с различными скоростями, зависит от площади соприкосновения слоев и от того, как быстро меняется скорость при переходе от одного слоя к другому перпендикулярно оси трубы:

$$F = \eta \frac{\Delta V}{\Delta X} \cdot S, \quad (6.7)$$

где η – динамическая вязкость, $\frac{\Delta V}{\Delta X}$ – изменение скорости при расстоянии между слоями ΔX , S – площадь соприкосновения слоев. Единицей вязкости согласно формуле (6.7) является **Па · с** (Паскаль · секунда).

Поток вязкой жидкости (газа) может быть ламинарным или турбулентным. При **ламинарном** (слоистом) течении каждый выделенный тонкий слой скользит относительно соседних, не перемешиваясь с ними. В случае **турбулентного** (вихревого) течения происходит образование вихрей и перемешивание различных слоев жидкости и газа. Английский ученый О. Рейнольдс (1842-1912) показал, что характер течения определяется величиной безразмерного коэффициента

$$Re = \frac{\rho \bar{v} d}{\eta}, \quad (6.8)$$

где ρ - плотность жидкости (газа), \bar{V} - средняя (по сечению трубы) скорость потока, d - диаметр трубы, η - коэффициент вязкости.

Величина Re называется числом Рейнольдса. Если $Re \leq 1000$, то наблюдается ламинарное течение, при $Re > 2300$ течение будет турбулентное. Если $Re \approx 1000 - 2300$, то будет наблюдаться переходный процесс от ламинарного к турбулентному течению.

При ламинарном течении жидкости по трубе радиуса r и длиной l при постоянной разности давления $\Delta p = p_1 - p_2$ на ее концах объемный расход находится по формуле:

$$Q = \frac{(p_1 - p_2) \pi r^2}{8 \eta l}. \quad (6.9)$$

Силу сопротивления жидкости, возникающую при движении в ней твердых тел, можно определить по **закону, установленному Стоксом** при наблюдении за движением шарика малого радиуса r . Согласно этому закону, сила сопротивления при малых скоростях V движения находится по уравнению

$$F = 6 \pi \eta r V. \quad (6.10)$$

Уравнения (6.9) и (6.10) используются для экспериментального определения коэффициента вязкости различных жидкостей.

Глава 7. Специальная теория относительности

7.1. Преобразования Галилея

Итальянский физик Г.Галилей (1564-1642) установил **механический принцип относительности (принцип относительности Галилея)**, который заключается в том, что во всех инерциальных системах отсчета законы динамики имеют одинаковую форму.

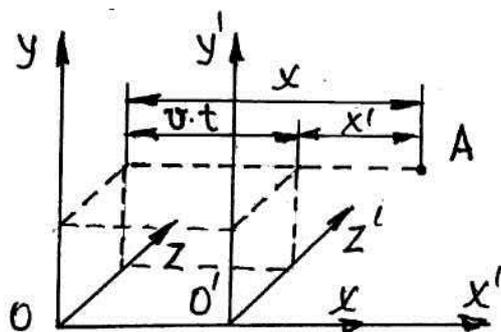


Рис.32

Для доказательства рассмотрим две системы отсчета - инерциальную систему K (с координатами X, Y, Z) и систему K' (с координатами X', Y', Z'), движущуюся относительно K равномерно и прямолинейно со скоростью v_0 ($v_0 = const$). В момент времени $t=0$ начала координат обеих систем

совпадают и к началу времени t системы будут занимать положение (рис. 32). Скорость v_0 направлена вдоль оси X .

Найдем связь между координатами произвольной точки A в обеих системах. Из рис.32 видно, что $X = X' + v_0 t', Y = Y', Z = Z'$ при переходе из системы K' к системе K . При переходе из системы K к системе K' получим уравнения $X' = X - v_0 t, Y' = Y, Z' = Z$. В классической механике ход v времени во всех инерциальных системах отсчета одинаков, т.е. $t = t'$. Все полученные уравнения, описывающие переход от одной инерциальной системы отсчета к другой, носят название классических преобразований Галилея. Записанные соотношения справедливы лишь при скоростях, много меньше скорости света ($v_0 \ll c$).

$$\begin{array}{l} K \rightarrow K' \\ \left\{ \begin{array}{l} X' = X - v_0 t \\ Y' = Y \\ Z' = Z \\ t' = t \end{array} \right. \end{array} \quad \begin{array}{l} K' \rightarrow K \\ \left\{ \begin{array}{l} X = X' + v_0 t \\ Y = Y' \\ Z = Z' \\ t = t' \end{array} \right. \end{array} \quad (7.1)$$

Продифференцировав уравнение $X = X' + v_0 t$ по времени, получим

$$v = v' + v_0, \quad (7.2)$$

которое является правилом сложения скоростей в классической механике. Ускорение в системе отсчета K

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt} = \frac{d(v' + v_0)}{dt} = \frac{dv'}{dt} = \vec{a}'. \quad (7.3)$$

Следовательно, ускорение точки A в обеих системах одинаково, т.е. уравнения динамики при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой не изменяются; это и есть механический принцип относительности Галилея.

7.2. Постулаты специальной теории относительности (СТО)

До сих пор мы рассматривали классическую механику, в которой предполагалось движение со скоростью, значительно меньшей скорости света ($v \ll c$). В классической механике времени приписывается абсолютное значение, если же инерциальные системы отсчета двигаются друг относительно друга со скоростями, близкими к скорости света, то время и пространство взаимосвязаны друг с другом. Эта взаимосвязь и следствия из нее были рассмотрены А. Эйнштейном в **специальной теории относительности**, которую называют также **релятивистской механикой**.

Основой специальной теории относительности являются два постулата А.Эйнштейна. Первый постулат является распространением механического принципа Галилея на все без исключения физические явления и формулируется следующим образом: **все законы физики одинаковы во всех инерциальных системах отсчета**.

Второй постулат является обобщением опытов Майкольсона и Морли по определению скорости света в различных инерциальных системах отсчета. Пользуясь этими данными, А.Эйнштейн утверждает, что **скорость света в**

пустоте одинакова во всех инерциальных системах отсчета и не зависит от движения источников и приемников света.

Из постулатов вытекает ряд важных выводов, касающихся свойств пространства и времени. В классической механике пространство и время рассматривались независимо друг от друга, и тогда два события, одновременные в какой-либо системе отсчета, будут одновременными и во всех остальных системах отсчета. Однако легко убедиться в том, что последнее утверждение, характерное для классической механики, находится в противоречии с принципом постоянства скорости света.

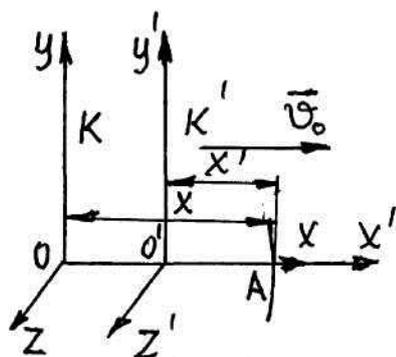


Рис.33

Возьмем две инерциальные системы отсчета К и К' (рис.33). Пусть в момент времени $t=t'=0$ начала систем координат совпадают. В этот момент в начале координат происходит вспышка света и система К' начинает двигаться относительно системы К со скоростью \vec{v}_0 вдоль оси Х. В некоторый момент времени луч света приходит в точку А и в системе К проходит путь $X=ct$, в системе К' - $X'=c't'$, где t и t' – время в системах К и К' соответственно. Так как скорость света во всех инерциальных системах

одинакова, то $c=c'$, а $X \neq X'$ (рис.33) и тогда $t \neq t'$. Отсюда следует, что время в разных системах отсчета течет неодинаково.

7.3. Преобразования Лоренца для времени и координат

Лоренц предложил преобразования для объяснения постоянства скорости света во всех инерциальных системах отсчета в 1904 году. Год спустя А.Эйнштейн независимо от Лоренца получил те же преобразования на основе своей теории относительности.

Для получения преобразований Лоренца рассмотрим две системы отсчета К и К'. К' – система движется относительно системы К со скоростью \vec{v}_0 (рис. 33). Преобразования Галилея в классической механике имеют вид (7.1) $X' = X - v_0 t$; $X = X' + v_0 t$ при $v_0 \ll c$. Если же скорость v_0 соизмерима со скоростью света c , то преобразования могут быть записаны

$$X = k'(X' + v_0 t'), \quad (7.4)$$

$$X' = k(X + v_0 t), \quad (7.5)$$

где $k'=k$ – некоторая константа. $k=k'$ в соответствии с первым постулатом Эйнштейна.

Если световой импульс в момент времени $t=t'=0$ излучается из общего начала систем отсчета, то за время t он пройдет вдоль оси Х расстояние $X=ct$, а за время t' – $X'=ct'$. Уравнения (7.4) и (7.5) примут вид:

$$ct = k(ct' + v_0 t') = k(c + v_0)t,$$

$$ct' = k(ct + v_0 t) = k(c - v_0)t.$$

Перемножив левые и правые части полученных уравнений, получим

$$c^2 = k^2(c^2 - v_0^2).$$

Отсюда

$$k = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad (7.6)$$

где $\beta = \frac{v_0}{c}$ (для сокращения записи).

Для преобразования времени подставим (7.4) в (7.5) $\frac{X'}{k} = [k(X' + v_0 t') - v_0 t]$. Отсюда

$$t = \frac{kX}{v_0} - \frac{X'}{kv_0} + kt' = kt' + \frac{kX'}{v_0} \left(1 - \frac{1}{R^2}\right) \text{ и тогда } t = k\left(t' + \frac{X'v_0}{c^2}\right). \quad (7.7)$$

Подставив коэффициент k (7.6) в уравнения (7.4), (7.5) и (7.7), получим преобразования Лоренца для координат и времени

$$\begin{array}{l} K \rightarrow K' \\ \left\{ \begin{array}{l} X' = \frac{X - v_0 t}{\sqrt{1 - \beta^2}} \\ Y' = Y \\ Z' = Z \\ t' = \frac{t - \frac{v_0 X}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}} \end{array} \right. , \end{array} \quad \begin{array}{l} K \rightarrow K' \\ \left\{ \begin{array}{l} X = \frac{X' + v_0 t'}{\sqrt{1 - \beta^2}} \\ Y = Y' \\ Z = Z' \\ t = \frac{t' + \frac{v_0 X'}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}} \end{array} \right. . \end{array} \quad (7.8)$$

Из преобразований Лоренца вытекают следующие выводы:

1. Измерение времени и положения тела зависит от системы отсчета.
2. При малых скоростях ($v_0 \ll c$) преобразования Лоренца переходят в преобразования Галилея.
3. Скорости тел не могут быть больше скорости света в вакууме, так как при $v_0 > c$ выражения (7.8) для X , t , X' , t' теряют физический смысл (становятся мнимыми).

7.4. Следствия из преобразований Лоренца

Рассмотрим некоторые физические понятия и закономерности, которые характерны для специальной теории относительности и вытекают из преобразований Лоренца.

7.4.1. Интервал

Постоянство скорости света в вакууме в различных инерциальных системах отсчета приводит к тому, что пространство и время оказываются взаимосвязанными, образуя единство пространства и времени. Любое событие определяется точкой, где оно произошло (координатами X , Y , Z) и временем t . Если ввести воображаемое четырехмерное пространство, то в этом пространстве каждому событию соответствует точка с координатами X , Y , Z , ct . Эту точку принято называть **мировой точкой**. Всякой частице в четырехмерном пространстве соответствует некоторая линия, называемая **мировой линией**.

В четырехмерном пространстве квадрат «расстояния» между двумя точками называется интервалом, величина которого определяется в системе K соотношением:

$$\Delta S^2 = c^2 \Delta t^2 - \Delta X^2 - \Delta Y^2 - \Delta Z^2, \quad (7.9)$$

где $\Delta t = t_2 - t_1, \Delta X = X_2 - X_1, \Delta Y = Y_2 - Y_1, \Delta Z = Z_2 - Z_1$. Величина интервала во всех инерциальных системах имеет одинаковое значение, т.е. $\Delta S'^2 = \Delta S^2$. Таким образом, интервал (7.9) является инвариантом по отношению к переходу от одной инерциальной системы отсчета у другой.

7.4.2. Относительность одновременности событий

Событием является любое явление, происходящее в точке с координатами X, Y, Z в любой момент времени t . Для двух событий, происходящих в одной и той же точке, одновременность определяется по показанию часов в той точке, где события происходят.

Пусть в системе K в точках с координатами X_1 и X_2 происходят одновременно два события в момент времени $t_1 = t_2 = t$. В системе K' этим событиям будут соответствовать моменты времени

$$t'_1 = \frac{t - \frac{v_0}{c^2} X_1}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad t'_2 = \frac{t - \frac{v_0}{c^2} X_2}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

Из этих формул видно, что если события в системе K пространственно разделены ($X_1 \neq X_2$), но одновременны ($t_1 = t_2$), то в системе K' они не будут одновременными ($t'_1 \neq t'_2$). Например, если $X_2 > X_1$, то $t'_1 > t'_2$, и, находясь в системе отсчета K' , сначала увидим событие в точке X_2 , затем в точке X_1 .

7.4.3. Относительность длины (расстояний)

Рассмотрим стержень, находящийся в покое относительно системы K' и расположенный вдоль оси X' . Его длина в системе отсчета K' равна $l_0 = X'_2 - X'_1$. Относительно системы отсчета K стержень движется со скоростью v_0 , и его длина в этой системе отсчета равна $l = X_2 - X_1$, координаты концов стержня X_1 и X_2 в один и тот же момент времени $t_1 = t_2 = t$. Чтобы найти соотношение между l_0 и l , определим координаты концов стержня в разных системах отсчета:

$$X'_1 = \frac{X_1 - v_0 t}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad X'_2 = \frac{X_2 - v_0 t}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

$$\text{откуда } X'_2 - X'_1 = \frac{X_2 - X_1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \text{ или } l_0 = \frac{l}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

Таким образом, длина стержня максимальна в той системе отсчета, относительно которой он находится в покое.

$$l = l_0 \sqrt{1 - \beta^2}. \quad (7.10)$$

В направлении движения размеры тел сокращаются и сокращаются тем больше, чем больше скорость движения. Это явление носит название **лоренцево** или **релятивистское сокращение** длины.

7.4.4. Длительность событий в разных системах

Пусть в некоторой точке системы K' (с координатами X') происходит событие, длительность которого (разность показаний часов в конце и начале события) $\Delta t'_0 = t'_2 - t'_1$. В системе K началу и концу событий соответствуют моменты времени:

$$t_1 = \frac{t'_1 - \frac{v_0 X'_1}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}}, t_2 = \frac{t'_2 - \frac{v_0 X'_2}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Длительность события в системе K равна

$$t_2 - t_1 = \frac{t'_2 - t'_1}{\sqrt{1-\beta^2}}, \text{ или } \Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\beta^2}}. \quad (7.11)$$

Из соотношения (7.11) следует, что $\Delta t_0 < \Delta t$, т.е. длительность события минимальна в той системе отсчета, относительно которой событие происходит (находится в покое).

В связи с обнаружением замедления времени возникла проблема «парадокса часов» (иногда рассматривается «парадокс близнецов»). Представим себе, что осуществляется полет к звезде на космическом корабле, который летит со скоростью, когда $\sqrt{1-\beta^2}=0,01$. Тогда если полет для космонавта продлится 1 год, то на Землю по земным часам он вернется через 100 лет (в этом заключается парадокс).

На самом деле никакого парадокса нет. Он возникает в результате того, что мы обе системы (Землю и корабль) считаем инерциальными, в то время как Земля во все время полета считается инерциальной, а корабль испытывает ускорение (при разгоне и посадке), и назвать его инерциальной системой нельзя.

Однако эффект замедления времени - факт реальный, и впервые его обнаружили на μ - мезонах. Среднее время жизни покоящегося μ - мезона равно $2,2 \cdot 10^{-6}$ с. Образуясь в верхних слоях атмосферы (≈ 30 км), двигаясь со скоростью света, он должен пройти всего 660 м, т.е. достичь Земли он не может. Однако μ - мезон достигает поверхности Земли, и объясняется это замедлением времени: для земного наблюдателя срок жизни μ - мезона $\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$, а путь этой частицы в атмосфере $v \cdot \Delta t = \beta \cdot c \cdot \Delta t = \beta \cdot c \cdot \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$.

Так как $\beta \approx 1, v\Delta t \gg c\Delta t_0$.

7.5. Релятивистская динамика

7.5.1. Релятивистский закон сложения скоростей

Рассмотрим движение материальной точки в системе K' , которая движется относительно системы K со скоростью v_0 . Проекции скорости этой точки в системе K на оси X, Y, Z :

$$U_x = \frac{dx}{dt}, U_y = \frac{dy}{dt}, U_z = \frac{dz}{dt},$$

и в системе K'_1 на оси X', Y', Z' :

$$U'_X = \frac{dx'}{dt'}, \quad U'_Y = \frac{dy'}{dt'}, \quad U'_Z = \frac{dz'}{dt'}$$

Продифференцируем по времени преобразования Лоренца для координат $dx = \frac{dx' + v_0 dt'}{\sqrt{1-\beta^2}}$, $dy = dy'$, $dz = dz'$

и для времени

$$dt = \frac{dt' + v_0 dx'/c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

Тогда скорость равна $\frac{dx}{dt} = \frac{dx' + v_0 dt'}{dt' + v_0 dx'/c^2}$.

Разделив числитель и знаменатель на dt' , получим:

$$U_X = \frac{U'_X + v_0}{1 + \frac{U'_X v_0}{c^2}}, \quad U_Y = \frac{U'_Y \sqrt{1-\beta^2}}{1 + \frac{U'_X v_0}{c^2}}, \quad U_Z = \frac{U'_Z \sqrt{1-\beta^2}}{1 + \frac{U'_X v_0}{c^2}}. \quad (7.12)$$

Эти соотношения выражают закон сложения скоростей.

7.5.2. Относительность массы тела

Рассмотрим упругое соударение двух частиц А и В, одна из которых находится в системе К, другая в системе К'. К' – система движется относительно системы К равномерно со скоростью v_0 . Свойства частиц А и В абсолютно одинаковы по наблюдениям, выполненным в системе отсчета, где они находятся.

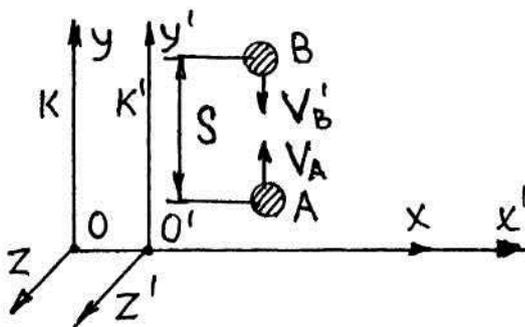


Рис.34

Перед соударением частица А находилась в покое в системе К, а частица В – в системе К'. Затем в один и тот же момент А сообщают движение в направлении +Y со скоростью V_A , а В – вдоль направления -Y' со скоростью V'_B , причем $V_A = V'_B$ (рис.34). Значит, поведение А, по наблюдениям из К-системы, в точности совпадает с поведением В, по

наблюдениям из К'-системы. Когда частицы упруго сталкиваются, А отскакивает в обратном направлении со скоростью V_A , а В – со скоростью V'_B . Если частицы двигаются из положений, разделенных расстоянием S, то наблюдатель в К-системе обнаруживает, что соударение произошло в точке $Y=S/2$, а наблюдатель в К'-системе считает, что оно случилось в точке $Y'=S/2$. Следовательно, время Δt_0 , затраченное на перемещение частицы А к месту соударения и обратно, согласно перемещениям в системе К, равно $\Delta t_0 = \frac{S}{V_A}$, а та же величина для частицы В в системе К' равна $\Delta t_0 = \frac{S}{V'_B}$.

По закону сохранения импульса в системе отсчета К в момент взаимодействия получим

$$m_A V_A = m_B V_B, \quad (7.13)$$

где m_A и m_B - массы частиц А и В, а V_A и V_B - их скорости по измерениям в системе К. В этой системе скорость V_B находится из соотношения $V_B = S/\Delta t$, где Δt - время, необходимое по измерениям в системе К. В К'-системе, однако, перемещение частицы В требует времени Δt_0 , а относительно К-системы

$$\Delta t = \Delta t_0 / \sqrt{1 - \beta^2},$$

тогда $V_B = \frac{s\sqrt{1-\beta^2}}{\Delta t_0}$. Подставив выражения для V_A и V_B в уравнение (7.13), находим, что импульс сохраняется, если

$$m_A = m_B \sqrt{1 - \beta^2}. \quad (7.14)$$

Принимая, что скорости движения частиц много меньше относительной скорости движения систем отсчета друг относительно друга ($V_A \ll v_0$ и $V_B \ll v_0$) в системе К $m_A = m_0$, а $m_B = m$, получаем

$$m = m_0 / \sqrt{1 - \beta^2}. \quad (7.15)$$

Масса m называется **релятивистской массой**, а m_0 - **массой покоя** (собственной массой).

Масса тела, движущегося со скоростью v_0 относительно наблюдателя, больше массы того же тела, покоящегося относительно наблюдателя, в $\frac{1}{\sqrt{1 - v_0^2/c^2}}$ раз. Или масса тела минимальна в той системе отсчета, в которой тело находится в покое.

7.5.3. Закон взаимосвязи массы и энергии

Самая известная формула Эйнштейна в специальной теории относительности касается массы и энергии. Соотношение между ними можно получить из определения кинетической энергии Т движущегося тела как работы, затраченной на приведение тела в состояние движения. Итак, элементарное изменение кинетической энергии $dT = FdS$, где F – составляющая приложенной силы вдоль направления перемещения dS . Силу F находим, принимая во внимание изменение массы m и скорости v ,

$$F = \frac{dp}{dt} = \frac{d(mv)}{dt} = m \frac{dv}{dt} + v \frac{dm}{dt}, \text{ и тогда}$$

$$dT = m dv \frac{dS}{dt} + v dm \frac{dS}{dt} = v^2 dm + m \frac{dv^2}{2}. \quad (7.16)$$

Из формулы относительности массы

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v_0^2/c^2}}$$

найдем значение

$$v_0^2 = \left(1 - \frac{m_0^2}{m^2}\right) c^2 \quad (7.17)$$

и дифференциал от v_0^2

$$d(v_0^2) = \frac{2m_0^2}{m^3} \cdot c^2 dm. \quad (7.18)$$

Следовательно, приращение кинетической энергии

$$dT = \left(1 - \frac{m_0^2}{m^2}\right) c^2 dm + m \frac{1}{2} \frac{2m_0^2}{m^3} \cdot c^2 dm = c^2 dm. \quad (7.19)$$

После интегрирования (7.19) получим

$$T = mc^2 + const.$$

Если тело находится в покое, то $v=0$, $m=m_0$, кинетическая энергия равна нулю и

$$const = -m_0 c^2,$$

$$а \quad T = mc^2 - m_0 c^2 = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right). \quad (7.20)$$

Величина $E = mc^2$ называется **полной энергией**, а величина $E_0 = m_0 c^2$ называется **энергией покоя**.

Полная энергия тела пропорциональна его релятивистской массе, следовательно, всякое изменение энергии тела сопровождается изменением его релятивистской массы, и наоборот

$$E = mc^2. \quad (7.21)$$

Это выражение носит название **закона взаимосвязи релятивистской массы и энергии**.

II. Основы молекулярной физики и термодинамики

Молекулярная физика – раздел физики, в котором изучается строение и свойства веществ в твердом, жидком и газообразном состояниях и зависимость физических свойств тел от их строения и особенностей молекулярного движения.

Процессы, изучаемые молекулярной физикой, являются результатом действия большого числа молекул (давление, температура, теплопроводность и др.). Свойства большого количества молекул отличны от свойств каждой отдельной молекулы и подчиняются статистическим закономерностям. Молекулярно-кинетическая теория, пользуясь статистическим методом, определяет средние величины, которые характеризуют движение огромной совокупности частиц. Отсюда другое ее название – статистическая физика.

Изучением свойств тел и изменением состояния вещества занимается также термодинамика. Термодинамика, в отличие от молекулярно-кинетической теории, изучает макроскопические свойства тел, не интересуясь их микроскопической природой. Не рассматривая атомы и молекулы при микроскопическом описании процессов, термодинамика позволяет сделать целый ряд выводов относительно их протекания.

В основе термодинамики лежит ряд законов (начал термодинамики), установленных при обобщении большого количества опытных данных. В силу этого выводы термодинамики имеют весьма общий характер.

Глава 8. Молекулярная физика

8.1. Молекулярно-кинетическая теория строения вещества

Молекулярно-кинетическая теория объясняет тепловые свойства макроскопических тел на основе следующих положений:

- 1) все тела состоят из большого числа мельчайших частиц (молекул, атомов, ионов, электронов);
- 2) эти частицы непрерывно и хаотически движутся;
- 3) частицы взаимодействуют друг с другом.

Положения молекулярно-кинетической теории подтверждаются существованием ряда явлений: **диффузия** – самопроизвольное перемешивание различных веществ вследствие проникновения частиц одного вещества между частицами другого; **броуновское движение** – беспорядочное движение взвешенных в жидкости мелких частиц под действием ударов молекул жидкости.

Для характеристики молекул (аналогично для атомов) применяется относительная молекулярная масса вещества M . Единица массы, равная $1/12$ массы C_6^{12} , называется атомной единицей массы (а.е.м.). $1 \text{ а.е.м.} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$. Тогда $M = \frac{m_0}{\frac{1}{12} C_6^{12}}$, где m_0 - масса молекулы, т.е. $m_0 = 1,66 \cdot 10^{-27} M$.

Количество вещества, в котором содержится число частиц, равное числу атомов в $0,012 \text{ кг}$ изотопа углерода C_6^{12} , называется **молем**. Массу моля называют **молярной массой** μ , и она определяется выражением $\mu = M \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$. Число атомов или молекул в одном моле любого вещества равно **постоянной Авогадро** $N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ 1/моль}$. Таким образом, количество вещества (число молей) определяется соотношением:

$$\vartheta = \frac{m}{\mu} = \frac{N}{N_A}, \quad (8.1)$$

где m - масса вещества, N – число атомов (молекул), составляющих вещество.

Между любыми двумя молекулами одновременно действуют силы притяжения и отталкивания, которые проявляются на расстояниях, сравнимых с размерами самих частиц. На очень малых расстояниях (меньших, чем размеры самих частиц) преобладают силы отталкивания, а на больших – силы притяжения. Эти силы имеют электромагнитную природу, поскольку возникают в результате взаимодействия заряженных частиц – электронов и атомных ядер.

8.2. Теплота и температура

Тепловое состояние вещества определяется интенсивностью хаотического (теплого) движения молекул и атомов. Тепловое движение молекул характеризуется кинетической энергией поступательного движения молекул, которая определяет внутреннюю энергию вещества. При изменении интенсивности теплового движения молекул меняется внутренняя энергия тела.

Если привести в соприкосновение два тела, то молекулы (атомы) этих тел, сталкиваясь между собой, будут передавать друг другу энергию. Тело, которое при этом теряет энергию, называют более нагретым, а тело, к которому энергия переходит, - менее нагретым. Такой переход энергии продолжается до тех пор, пока не установится состояние **теплового равновесия**. Количество переданной от одного тела к другому энергии теплового движения молекул посредством теплообмена между телами называется **количеством теплоты ΔQ** . В СИ количество теплоты, как и энергия, измеряется в джоулях (Дж).

Для количественного описания теплового состояния вещества (степени нагретости) тел служит **температура**. При этом исходят из того, что она должна быть одинаковой у всех тел, находящихся в тепловом равновесии друг с другом. Для тел, движение частиц которых рассматривается по законам классической механики, таким свойством обладает средняя кинетическая энергия поступательного движения частиц $\overline{E_k} = \frac{mv^2}{2}$. Поэтому именно она положена в основу определения температуры. Величина, пропорциональная средней кинетической энергии поступательного движения частиц, называется **температурой тела**.

Определенную таким образом температуру называют **термодинамической** или **абсолютной**. Термодинамическая температура не может быть отрицательной, ее минимальное значение $T=0$ называется **абсолютным нулем**. При абсолютном нуле движение частиц прекращается.

На практике удобнее за нулевую принять температуру замерзания воды, а за $100\text{ }^\circ\text{C}$ – температуру кипения воды при нормальном атмосферном давлении. Такую температурную шкалу предложил шведский физик Андерс Цельсий (1701-1744). Участок между $0\text{ }^\circ\text{C}$ и $100\text{ }^\circ\text{C}$ делится на сто равных частей. Сотая часть интервала между точками замерзания и кипения воды называется градусом (**град**) и обозначается $1\text{ }^\circ\text{C}$.

Абсолютная (термодинамическая) шкала температур, введенная английским физиком Вильямом Томсоном Кельвином, связана со шкалой Цельсия равенством

$$T=t+273,15^{\circ}, \quad (8.2)$$

где t – температура по шкале Цельсия. По абсолютной шкале температура измеряется в Кельвинах (К). Один градус по шкале Цельсия равен одному градусу по шкале Кельвина: $1\text{ }^\circ\text{C}=1\text{ К}$.

Кроме шкал Цельсия и Кельвина, есть еще две температурные шкалы: Фаренгейта (F) и Реомюра (R). По шкале Фаренгейта температура таяния льда ($0\text{ }^\circ\text{C}$) оказывается равной $+32\text{ }^\circ\text{F}$, а температура кипения воды при нормальном давлении $+212\text{ }^\circ\text{F}$, таким образом, интервал от таяния льда до кипения воды в шкале Фаренгейта равен $180\text{ }^\circ\text{F}$. В шкале Реомюра температура таяния льда принимается за $0\text{ }^\circ\text{R}$, а температура кипения воды при нормальном атмосферном давлении равна $80\text{ }^\circ\text{R}$.

8.3. Молекулярно-кинетическая теория идеального газа

Наиболее простыми свойствами обладает газ, который удовлетворяет следующим условиям: 1) объем, приходящийся на молекулы газа, много меньше объема, занятого газом; 2) взаимодействие между молекулами практически отсутствует; 3) столкновения между молекулами и стенками сосуда упругие. Такой газ называется **идеальным**.

8.3.1. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории

Благодаря тепловому движению молекул газ (или жидкость) оказывает давление на стенки сосуда. Молекулы газа, сталкиваясь со стенками сосуда, передают им некоторый импульс, изменение которого за единицу времени определяет действующую на стенку силу. Результирующая сила, действующая со стороны молекул газа, отнесенная к единице поверхности стенки, является **давлением**, оказываемым на стенку сосуда.

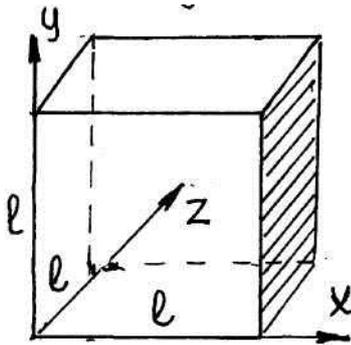


Рис.35

Для определения давления газа на стенки сосуда поместим N молекул газа в сосуд с идеально отражающими стенками, имеющий форму куба с

ребром длиной l (рис.35). Масса каждой молекулы равна m , а ее вектор скорости $\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y + \vec{v}_z$. Рассмотрим действие молекул газа на одну из граней куба, перпендикулярную оси X (заштрихованную). Для этого надо определить импульс, передаваемый этой грани сталкивающимися с ней молекулами. Так как при столкновении меняется только перпендикулярная поверхности стенки составляющая скорости v_x , причем это изменение сводится только к изменению ее знака, то импульс, переданный при одном столкновении, равен $\Delta p = mv_x - (-mv_x) = 2mv_x$. Двигаясь как свободная, молекула проходит расстояние между противоположными стенками за время l/v_x , так что она

вернется обратно к первой стенке за время $2l/v_x$. Всего, следовательно, за 1 с каждая молекула сталкивается с данной стенкой $v_x/2l$ раз и передает ей при

этом импульс, равный $2mv_x \cdot \frac{v_x}{2l} = \frac{mv_x^2}{l}$. Полная сила F_x , действующая на стенку, есть импульс, полученный ею за 1 с от всех молекул

$$F_x = \frac{m}{l} (v_{x1}^2 + v_{x2}^2 + v_{x3}^2 + \dots + v_{xN}^2). \quad (8.3)$$

Если выражение для силы домножим и разделим на число молекул в сосуде N , то сумма, стоящая в скобках, деленная на N , будет определять среднеквадратичное значение скорости на ось X :

$$\overline{v_x^2} = \left(\frac{v_{x1}^2 + v_{x2}^2 + v_{x3}^2 + \dots + v_{xN}^2}{N} \right). \quad (8.4)$$

Но так как все направления движения газа совершенно равноценны, то $\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2}$, и поскольку $v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 = v^2$, то

$$\overline{v_x^2} = \frac{1}{3} \overline{v^2}. \quad (8.5)$$

Таким образом,

$$F_x = \frac{1}{3} \frac{N}{l} \overline{v^2}. \quad (8.6)$$

Зная силу, действующую на грань, и площадь грани $S=l^2$, находим давление

$$p = \frac{F_x}{l^2} = \frac{1}{3} \frac{N}{l^3} m \overline{v^2} = \frac{1}{3} n_0 m \overline{v^2}, \quad (8.7)$$

где $n_0 = \frac{N}{l^3} = \frac{N}{V}$ - **концентрация** молекул (число молекул в единице объема), $V=l^3$ - объем куба. Уравнение (8.7) носит название **основного уравнения молекулярно-кинетической теории**. Разделив и умножив правую часть этого уравнения на 2, получим:

$$p = \frac{2}{3} n_0 \frac{m \overline{v^2}}{2},$$

где $\frac{m \overline{v^2}}{2} = \overline{E_k}$ - средняя кинетическая энергия поступательного движения одной молекулы. Следовательно, основное уравнение молекулярно-кинетической теории примет вид

$$p = \frac{2}{3} n_0 \overline{E_k}. \quad (8.8)$$

Так как скорость молекул зависит от температуры газа, то и средняя кинетическая энергия молекулы должна зависеть от температуры. Как показал австрийский физик-теоретик Л. Больцман (1844-1906), эта зависимость имеет вид

$$\overline{E_k} = \frac{3}{2} kT, \quad (8.9)$$

где $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ - постоянная Больцмана. Тогда основное уравнение молекулярно-кинетической теории можно записать

$$p = n_0 kT. \quad (8.10)$$

8.3.2. Уравнение состояния идеального газа

Уравнением состояния газа называется соотношение, связывающее четыре параметра газового состояния: давление p , объем V , температуру T и массу m . Состояние данной массы газа характеризуется тремя параметрами: p , V , T . Соотношение, связывающее между собой эти параметры, называемое **уравнением состояния идеального газа**, может быть записано в общем виде выражением:

$$f(p, V, T) = 0,$$

где каждая переменная является функцией двух других.

Для вывода уравнения состояния воспользуемся основным уравнением молекулярно-кинетической теории в виде $p = n_0 kT$. Концентрация молекул $n_0 = \frac{N}{V}$, где число молекул из уравнения (8.1) $N = \frac{m}{\mu} N_A$. Тогда

$$p = \frac{m}{\mu} N_A \cdot k \frac{T}{V}, \quad (8.11)$$

где $N_A \cdot k = R = 8,31 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$ - универсальная газовая постоянная. Окончательно получаем уравнение в виде

$$pV = \frac{m}{\mu} RT. \quad (8.12)$$

Это уравнение и есть уравнение состояния идеального газа или уравнение Менделеева-Клапейрона.

8.3.3. Опытные газовые законы

Опытным путем задолго до появления молекулярно-кинетической теории был открыт целый ряд законов, описывающих поведение идеальных газов.

а) **Закон Бойля–Мариотта:** для данной массы m при постоянной температуре T произведение давления на объем есть величина постоянная

$$pV = \text{const} \text{ при } T, m = \text{const}. \quad (8.13)$$

Закон установлен экспериментально в 1662 году английским физиком Р. Бойлем (1627-1691) и независимо от него в 1679 году французским ученым Э. Мариоттом (1620-1684).

Процесс, происходящий при постоянной температуре, называется изотермическим, а график его – изотермой (рис.36).

б) **Закон Гей-Люссака:** для данной массы газа при постоянном давлении p отношение объема V к абсолютной температуре T

$$\frac{V}{T} = \text{const} \text{ при } p = \text{const} \text{ и } m = \text{const}. \quad (8.14)$$

Закон установлен опытным путем в 1802 году французским физиком Ж. Гей-Люссаком (1778-1850).

Процесс в газе, происходящий при постоянном давлении, называется изобарическим, а его график – изобарой (рис. 37).

в) **Закон Шарля:** для данной массы газа при постоянном объеме V отношение давления p к абсолютной температуре постоянно:

$$\frac{p}{T} = \text{const} \text{ при } V = \text{const} \text{ и } m = \text{const}. \quad (8.15)$$

Закон установлен в 1787 году французским физиком Ж. Шарлем (1746-1823). Процесс, происходящий при постоянном объеме, называется изохорическим, а график его – изохорой (рис. 38).

Эти эмпирические законы можно объединить в один закон, который так и называется - объединенный газовый закон:

$$\frac{pV}{T} = \text{const} \text{ при } m = \text{const}. \quad (8.16)$$

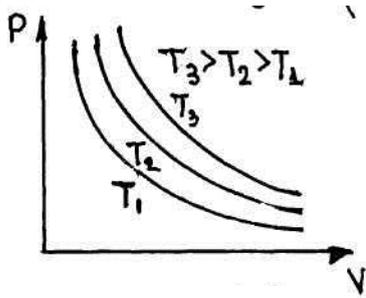


Рис.36

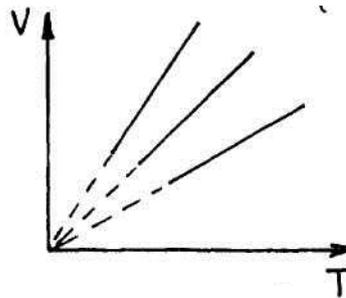


Рис.37

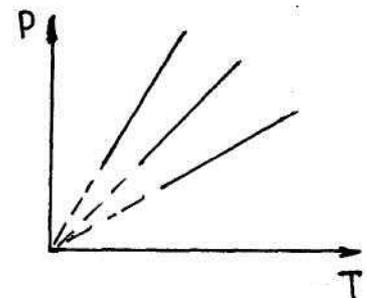


Рис.38

г) **Закон Дальтона:** давление смеси идеальных газов равно сумме парциальных давлений входящих в нее газов:

$$p_{\text{см}} = p_1 + p_2 + \dots + p_n, \quad (8.17)$$

где p_1, p_2, \dots, p_n - парциальные давления – давления, которые оказывали бы газы смеси, если бы они занимали объем, равный объему смеси при той же температуре.

8.3.4. Распределение молекул по скоростям Максвелла

Все направления движения молекул равноправны, однако абсолютные значения самих скоростей будут иметь различные значения. Функция распределения молекул по скоростям впервые теоретически была найдена английским физиком Дж. Максвеллом (1831-1879) и носит его имя.

Относительное число молекул газа $\frac{dN(v)}{N}$, скорости которых лежат в интервале от v до $v + dv$, является функцией v , так как наличие большего или меньшего числа таких молекул зависит от того, вблизи какого значения скорости выбран интервал. Функция распределения молекул по скоростям $f(v) = \frac{dN(v)}{Ndv}$ была получена Максвеллом в 1859 году:

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2} v^2 \exp\left(-\frac{m_0 v^2}{2kT}\right), \quad (8.18)$$

где m_0 - масса молекулы, k – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура.

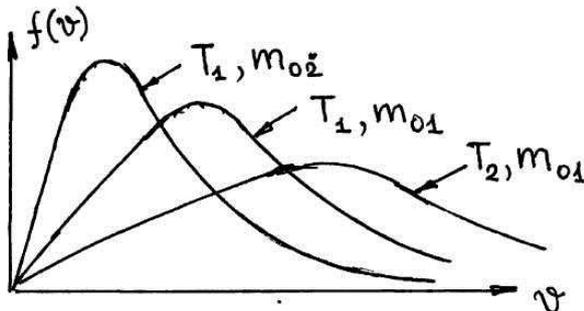


Рис.39

Из (8.18) видно, что конкретный вид функции зависит от массы молекулы (рода газа) и температуры T . При увеличении температуры T максимум кривой распределения сместится вправо, но площади под кривыми одинаковы, так как число молекул осталось прежним. Влияние же массы молекулы m_0 будет обратным.

Влияние температуры и массы молекулы на вид функции распределения показано на рис. 39.

Из приведенных графиков следует, что $f(v)$ стремится к нулю при $v \rightarrow 0$ и $v \rightarrow \infty$ и проходит через максимум при скорости, которая называется наиболее вероятной, и она равна

$$v_{\text{в}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}. \quad (8.19)$$

Кроме того, из закона распределения молекул по скоростям можно найти среднеарифметическую скорость

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} \quad (8.20)$$

и среднеквадратичную скорость

$$v_{\text{кв}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}. \quad (8.21)$$

Справедливость максвелловского распределения была экспериментально проверена в опытах Штерна и Ламерта путем измерения отклонения пучка атомов серебра, пропускаемых через узкие щели.

8.3.5. Барометрическая формула

Атмосферное давление на какой-либо высоте h обусловлено весом вышележащих слоев газа. Зависимость атмосферного давления p от высоты h описывается барометрической формулой

$$p = p_0 \exp\left(-\frac{\mu g}{RT} h\right), \quad (8.22)$$

где p_0 - атмосферное давление на поверхности Земли, μ - молярная масса воздуха, g - ускорение свободного падения.

Барометрическую формулу можно преобразовать, если воспользоваться выражением $p = nRT$:

$$n = n_0 e^{-\mu g h / RT},$$

где n - концентрация ионов на высоте h , n_0 - на высоте $h=0$. Так как $\mu = m_0 N_A$ (N_A - число Авогадро, m_0 - масса одной молекулы), а $R = k N_A$, то

$$n = n_0 e^{-m_0 g h / kT} = n_0 e^{-E_{\text{п}} / kT}, \quad (8.23)$$

где $m_0 g h = E_{\text{п}}$ - потенциальная энергия молекул в поле тяготения. Выражение (8.23) называется распределением Больцмана во внешнем потенциальном поле.

8.3.6. Среднее число столкновений и средняя длина свободного пробега молекул

Молекулы газа имеют конечные размеры и при тепловом движении непрерывно сталкиваются друг с другом. Между двумя последовательными столкновениями молекулы проходят путь, который называется длиной свободного пробега. Для всей совокупности молекул при данных температуре и давлении средняя длина свободного пробега равна

$$\langle l \rangle = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n_0}, \quad (8.24)$$

где d – эффективный диаметр молекулы, n_0 - концентрация молекул.

Эффективный диаметр молекулы – это минимальное расстояние, на которое сближаются при столкновении центры двух молекул. Он зависит от химической природы газа.

Так как за 1 с молекула проходит в среднем путь, равный средней арифметической скорости $\langle v \rangle$, то среднее число столкновений будет равно:

$$\langle z \rangle = \frac{\langle v \rangle}{\langle l \rangle} = \sqrt{2} \pi d^2 n_0 \langle v \rangle. \quad (8.25)$$

8.3.7. Явления переноса

Явления переноса в газах, жидкостях, твердых телах состоят в том, что в этих веществах возникает упорядоченный, направленный перенос массы (**диффузия**), импульса (**внутреннее трение**) и внутренней энергии (**теплопроводность**).

При диффузии происходит самопроизвольное взаимное проникновение и перемешивание частиц двух соприкасающихся газов, жидкостей или твердых тел. Перенос массы вещества наблюдается из места с большей плотностью в места с меньшей плотностью и подчиняется **закону Фика**: масса вещества m , переносимая за время t через площадь S , прямо пропорциональна градиенту плотности:

$$m = -D \frac{d\rho}{dx} \cdot S \cdot t, \quad (8.26)$$

где D – коэффициент диффузии, $\frac{d\rho}{dx}$ - градиент плотности.

Знак минус показывает, что перенос массы происходит в направлении убывания плотностей.

Для газов согласно молекулярно-кинетической теории коэффициент диффузии равен

$$D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle l \rangle, \quad (8.27)$$

где $\langle v \rangle$ - средняя арифметическая скорость теплового движения молекул, $\langle l \rangle$ - средняя длина свободного пробега.

Теплопроводность – это вид теплообмена, который осуществляется в макроскопически неподвижной и неравномерно нагретой среде. Если в одной области средняя кинетическая энергия молекул больше, чем в другой, то вследствие постоянных столкновений молекул происходит процесс выравнивания средних кинетических энергий молекул, т.е. происходит процесс передачи энергии в форме теплоты.

Процесс передачи теплоты подчиняется закону Фурье: количество теплоты Q , которое переносится за время t через площадь S , прямо пропорционально $\frac{dT}{dx}$ - градиенту температуры, равному изменению температуры на единицу длины:

$$Q = -\lambda \frac{dT}{dx} \cdot S \cdot t, \quad (8.28)$$

где λ - коэффициент теплопроводности. Знак минус указывает на то, что энергия переносится в сторону убывания температуры. Коэффициент теплопроводности определяется для газа по формуле:

$$\lambda = \frac{1}{3} C_v \rho \langle v \rangle \langle l \rangle, \quad (8.29)$$

где C_v - удельная теплоемкость при постоянном объеме, ρ - плотность газа, $\langle v \rangle$ - средняя арифметическая скорость, $\langle l \rangle$ - средняя длина свободного пробега.

Механизм возникновения внутреннего трения между слоями газа (жидкости), движущимися с различными скоростями, был рассмотрен в разделе «Механика жидкостей и газов».

Глава 9. Основы термодинамики

В термодинамике изучаются физические свойства макроскопических систем (тел и полей) на основе анализа возможных в этих системах превращений энергии без обращения к их микроскопическому строению. Основное содержание термодинамики – рассмотрение общих свойств физических систем в состоянии термодинамического равновесия, а также общих закономерностей процессов изменения состояния.

9.1. Число степеней свободы молекулы. Внутренняя энергия идеального газа

Важной характеристикой термодинамической системы является ее внутренняя энергия U – энергия хаотического (теплового) движения микрочастиц системы и энергия взаимодействия этих частиц. Молекулы идеального газа не взаимодействуют между собой и, следовательно, не обладают потенциальной энергией взаимодействия. Поэтому вся энергия молекул идеального газа состоит только из **кинетической энергии, поступательного и вращательного движений**. Для учета средней кинетической энергии молекулы необходимо ввести понятие **числа степеней свободы**.

Числом степеней свободы тела называется число независимых переменных (координат), определяющих положение тела в пространстве. Молекулу одноатомного газа можно рассматривать как материальную точку, которой приписывают три степени свободы поступательного движения (вдоль координат X, Y, Z), т.е. $i=3$. Молекулу двухатомного газа можно рассматривать как соскупность двух материальных точек – атомов, жестко связанных недеформированной связью (гантель). Эта система кроме трех степеней свободы поступательного движения имеет еще две степени свободы вращательного движения. Вращение вокруг третьей оси к изменению не приводит, т.е. $i=3+2=5$. Для трехатомных и многоатомных молекул число степеней свободы $i=3+3=6$, т.е. такие молекулы имеют три поступательные и три вращательные степени свободы.

Независимо от общего числа степеней свободы молекул три степени свободы всегда поступательные. Больцман установил закон о равномерном распределении энергии по степеням свободы, тогда, если учесть, что средняя кинетическая энергия поступательного движения (8.9) $\overline{E_k} = \frac{3}{2}kT$, то энергия, приходящаяся на одну степень свободы,

$$\varepsilon = \frac{\overline{E_k}}{3} = \frac{1}{2}kT, \quad (9.1)$$

а кинетическая энергия, приходящаяся на все степени свободы,

$$E = \frac{i}{2}kT. \quad (9.2)$$

Внутренняя энергия идеального газа равна сумме кинетических энергий хаотического теплового движения всех его молекул с учетом (8.1):

$$U = NE = \frac{m}{\mu} N_A \cdot \frac{i}{2}kT = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} RT. \quad (9.3)$$

где m – масса газа, μ – молярная масса газа, R – газовая постоянная.

9.2. Работа газа при изменении его объема

Если газ в цилиндре с поршнем оказывает на поршень давление p (рис. 40), причем поршень площадью S перемещается на расстояние dl , то действующая

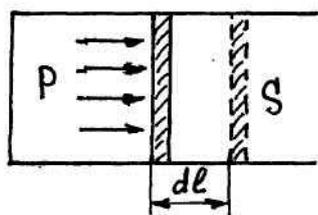


Рис.40

сила $F = p \cdot S$ совершает работу $dA = Fdl = p \cdot S \cdot dl$. Произведение Sdl представляет собой увеличение объема, занимаемого газом, dV и элементарная работа расширения газа

$$dA = pdV. \quad (9.4)$$

Полная работа расширения, совершенная газом,

$$A = \int_{V_1}^{V_2} pdV,$$

где V_1 - начальный объем газа, V_2 - его конечный объем.

Определим работу газа при различных изопроцессах. При изохорическом процессе изменение объема газа равно нулю. Следовательно, работа газа в этом случае также равна нулю ($A=0$). При изобарическом процессе работа газа $A=p(V_2 - V_1)$.

Чтобы найти работу при изотермическом процессе, выразим давление газа из уравнения Менделеева-Клапейрона

$$p = \frac{mRT}{\mu V}.$$

Тогда работа газа

$$A = \frac{m}{\mu} RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1}. \quad (9.5)$$

9.3. Теплоемкость

Теплоемкость тела характеризует количество теплоты, необходимое для нагрева этого тела на один градус

$$C_T = \Delta Q / \Delta T \left(\frac{\text{Дж}}{\text{К}} \right).$$

Однако на практике ее неудобно использовать, так как для разной массы одного и того же вещества теплоемкость будет разной. Более удобной является удельная теплоемкость вещества – величина, равная количеству тепла, необходимого для нагревания 1 кг вещества на 1 К:

$$c = \frac{\Delta Q}{m \Delta T} \left(\frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \right). \quad (9.6)$$

Если определяется теплоемкость одного моля вещества, то такая теплоемкость называется молярной, она равна количеству тепла, необходимого для нагревания одного моля вещества на один градус:

$$C_\mu = \frac{\Delta Q}{\vartheta \Delta T} \left(\frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \right), \quad (9.7)$$

где $\vartheta = m/\mu$ – число молей. Исходя из определения молярной (9.7) и удельной (9.6) теплоемкостей, между ними можно найти связь:

$$C_\mu = \mu c. \quad (9.8)$$

Удельная теплоемкость в основном применяется при определении тепла, идущего на нагревание твердых тел и жидкостей, молярная – при нагревании газов. Теплоемкость газов существенно зависит от условий нагревания.

Наибольшее практическое значение имеют теплоемкости при постоянном объеме и постоянном давлении, когда в процессе нагревания газа поддерживаются постоянными соответственно объем и давление. При постоянном объеме газ не расширяется и, следовательно, все подведенное тепло пойдет на изменение внутренней энергии $\Delta Q = \Delta U = \frac{i}{2} \vartheta R \Delta T$, и тогда

$$C_V = \frac{\Delta U}{\vartheta \Delta T} = \frac{\frac{i}{2} \vartheta R \Delta T}{\vartheta \Delta T} = \frac{i}{2} R. \quad (9.9)$$

При постоянном давлении для того, чтобы повысить температуру газа на ту же величину ΔT , к газу необходимо подводить большее количество тепла, поскольку часть его пойдет на увеличение внутренней энергии газа $\Delta U = \frac{i}{2} \vartheta R \Delta T$, а часть – на совершение механической работы $\Delta A = p \Delta V$ (газ расширяется). Из уравнения Менделеева-Клапейрона $p \Delta V = \vartheta R \Delta T$, и тогда теплоемкость при постоянном давлении равна:

$$C_p = \frac{\frac{i}{2} \vartheta R \Delta T + \vartheta R \Delta T}{\vartheta \Delta T} = \frac{i}{2} R + R = \frac{i+2}{2} \cdot R. \quad (9.10)$$

Уравнение (9.10), записанное в виде

$$C_p = C_V + R, \quad (9.11)$$

носит название уравнение Майера.

9.4. Первое начало термодинамики и его применение к различным изопроцессам

Первое начало (закон) термодинамики – это закон сохранения энергии, распространяющийся на тепловые процессы. Первое начало говорит о том, что

количество теплоты ΔQ , сообщенной телу (или системе), идет на увеличение его внутренней энергии ΔU и на совершение механической работы ΔA

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta A. \quad (9.12)$$

Для газа первое начало термодинамики имеет вид

$$dQ = dU + pdV. \quad (9.13)$$

Рассмотрим, применяя первое начало термодинамики, что происходит в газах при различных изопроцессах:

а) для изохорического процесса $V = const, dV = 0, dA = 0$, т.е. при изохорическом процессе газ не совершает механической работы. Вся подведенная к газу теплота идет на увеличение его внутренней энергии $dQ = dU = \frac{m}{\mu} R dT = \frac{m}{\mu} C_V dT$;

б) для изотермического процесса $T = const$. Поскольку внутренняя энергия идеального газа зависит только от его температуры, при изотермическом расширении $dT = 0$ и $dU = 0$. При изотермическом процессе вся подводимая к газу теплота целиком расходуется на совершение работы расширения:

$$dQ = dA = \frac{m}{\mu} RT \frac{dV}{V}. \quad (9.14)$$

При расширении газа от объема V_1 до объема V_2 работа равна $A = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1}$;

в) при изобарическом процессе подведенное к газу количество теплоты идет как на увеличение внутренней энергии, так и на совершение работы газом:

$$dQ = dU + pdV.$$

9.5. Адиабатический процесс

Адиабатический процесс – это процесс без теплообмена с окружающей средой. Из первого начала термодинамики для адиабатического процесса следует, что

$$dA = -dU, \quad (9.15)$$

т.е. работа газа совершается за счет внутренней энергии. Реально адиабатический процесс можно осуществить, производя быстрое сжатие или расширение газа.

Подставляя в уравнение (9.15) значения работы и энергии, получим выражение

$$pdV = -\frac{m}{\mu} C_V dT. \quad (9.16)$$

Продифференцировав уравнение состояния для идеального газа $pV = \frac{m}{\mu} RT$, получим

$$pdV + Vdp = \frac{m}{\mu} R dT. \quad (9.17)$$

Поделим левые и правые части уравнений (9.16) и (9.17)

$$\frac{pdV + Vdp}{pdV} = -\frac{R}{C_V} = -\frac{C_p - C_V}{C_V}, \quad \text{или} \quad \frac{dp}{p} = -\frac{dV}{V} \cdot \frac{C_p}{C_V} = -\gamma \frac{dV}{V}, \quad \text{где} \quad \gamma = \frac{C_p}{C_V} -$$

показатель адиабаты.

Интегрируя последнее уравнение в пределах от p_1 до p_2 и соответственно от V_1 до V_2 , а затем потенцируя, получим:

$$p_2/p_1 = \left(V_1/V_2\right)^\gamma, \quad \text{или} \quad p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma.$$

Так как состояния 1 и 2 выбраны произвольно, то можно записать

$$pV^\gamma = const. \quad (9.18)$$

Это уравнение называется уравнением Пуассона. Пользуясь уравнением состояния идеального газа, можно установить взаимосвязь между T и V и T и p :

$$TV^{\gamma-1} = const; \quad T^\gamma \cdot p^{\gamma-1} = const. \quad (9.19)$$

9.6. Обратимые и необратимые процессы

Процесс, при котором система после ряда изменений возвращается в исходное состояние, называется **круговым процессом** или **циклом**. Если при круговом процессе ни в системе, ни в окружающей среде не возникает никаких остаточных изменений, то такой процесс называется **обратимым**.

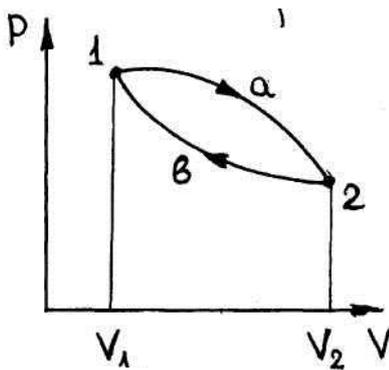


Рис.41

Процессы, представляющие собой непрерывную последовательность равновесных состояний системы, называются **квазистатическими**. Квазистатические процессы обратимы. Идеальные процессы – изотермический, изобарический, изохорический и адиабатический – обратимы.

Реальные тепловые процессы – **необратимы**.

Например, расширение газа в вакууме происходит самопроизвольно, а обратный процесс можно реализовать, лишь затратив работу, т.е. произведя в окружающей среде остаточные изменения.

Цикл, совершаемый идеальным газом, изображен замкнутой кривой (рис. 41). На участке 1a2 происходит расширение газа, при этом газ совершает положительную работу (определяется площадью фигуры 1a2V₂V₁1) ($dV > 0$). Работа сжатия (определяется площадью фигуры 2b1V₁V₂2) отрицательна ($dV < 0$). Следовательно, работа, совершаемая газом за цикл, определяется площадью, охватываемой кривой 1a2b1. Если за цикл совершается положительная работа, то такой цикл называется **прямым**, и применяется он в тепловых машинах, в которых некоторое количество теплоты превращается в механическую работу.

Если за цикл совершается отрицательная работа (цикл протекает против часовой стрелки по направлению 1b2a1 (рис.41)), то он называется **обратным**. Обратный цикл используется в холодильных машинах – периодически действующих установках, в которых за счет работы внешних сил теплота переносится к телу с более высокой температурой.

9.7. Принцип работы тепловой и холодильной машин. Цикл Карно

Тепловой машиной является устройство, в котором происходит превращение тепловой энергии в механическую. Тепловая энергия, выделяемая при сгорании топлива или при каких-либо других процессах, передается путем теплообмена газу. При расширении газа совершается работа против внешних сил и приводится в движение какой-либо механизм.

Газ в тепловой машине не может беспредельно расширяться (устройство имеет конечные размеры), поэтому после расширения газ должен быть снова сжат до первоначального объема, т.е. тепловая машина должна работать циклически. Реальные тепловые двигатели работают по разомкнутому циклу: после расширения газ выбрасывается и расширяется новая порция газа. Рассмотрим термодинамические процессы, которые происходят в тепловом двигателе в замкнутом цикле, когда расширяется и сжимается одна и та же порция газа.

Работа расширения газа в течение одного цикла должна превышать работу сжатия, которую совершают над газом внешние силы, при этом температура газа при его сжатии должна быть ниже, чем при расширении, и двигатель будет совершать полезную работу.

Любой тепловой двигатель, независимо от его конструктивных особенностей, состоит из трех основных частей: нагревателя, рабочего тела и холодильника. Рабочее тело – газ или пар – при расширении совершает работу, получая от нагревателя некоторое количество теплоты Q_1 . Температура T_1 нагревателя остается при этом постоянной за счет сгорания топлива. При сжатии рабочее тело передает некоторое количество теплоты Q_2 холодильнику, у которого температура T_2 меньше, чем T_1 . Холодильником может служить и окружающая среда (двигатели внутреннего сгорания, дизельные и реактивные двигатели).

Термический коэффициент полезного действия тепловой машины – это отношение совершенной работы к количеству теплоты, подведенной рабочему телу нагревателем:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}, \quad (9.20)$$

где Q_1 - количество теплоты, полученное рабочим телом (газом) от нагревателя, Q_2 - количество теплоты, переданное рабочим телом охладителю. Французский инженер Сади Карно (1796-1832) рассмотрел в 1724 году различные периодически действующие тепловые машины, имеющие одинаковые температуры нагревателей и холодильников, и теоретически обосновал, что самым экономичным является обратимый круговой процесс, состоящий из двух изотерм и двух адиабат. Такой процесс называют идеальным циклом Карно.

Рассмотрим прямой цикл Карно, в котором в качестве рабочего тела используется идеальный газ, заключенный в сосуд с подвижным поршнем. Определим его КПД.

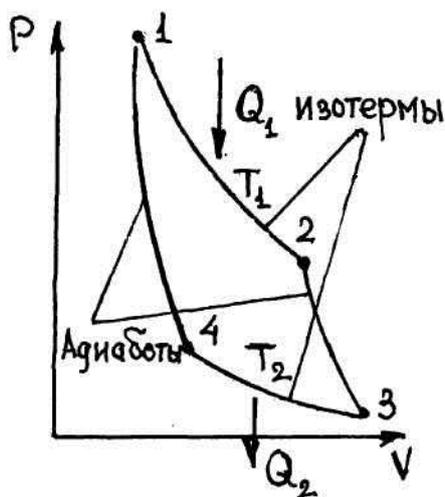


Рис.42

Из состояния 1 в состояние 2 газ расширяется изотермически (рис.42); при изотермическом процессе $U=\text{const}$, поэтому полученная от нагревателя теплота Q_1 идет на совершение работы

$$Q_1 = A_{12} = \frac{m}{\mu} \ln \frac{V_2}{V_1}. \quad (9.21)$$

При адиабатическом расширении 2-3 теплообмен с окружающей средой отсутствует и работа расширения A_{23} совершается за счет изменения внутренней энергии

$$A_{23} = -\frac{m}{\mu} C_V (T_2 - T_1).$$

Теплота Q_2 , отданная газом холодильнику при изотермическом сжатии, равна работе A_{34}

$$A_{34} = -Q_2 = \frac{m}{\mu} RT_2 \ln \frac{V_4}{V_3}. \quad (9.22)$$

Работа адиабатического сжатия

$$A_{41} = -\frac{m}{\mu} C_V (T_1 - T_2) = -A_{23}.$$

Работа в результате кругового процесса

$$A = A_{12} + A_{23} + A_{34} + A_{41} = Q_1 - Q_2,$$

а термический КПД цикла Карно равен

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}.$$

Применив уравнение (9.19) для адиабат 2-3 и 4-1, получим

$$T_1 V_2^{\gamma-1} = T_2 \cdot V_3^{\gamma-1}, \quad T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 \cdot V_4^{\gamma-1},$$

откуда

$$V_2/V_1 = V_3/V_4. \quad (9.23)$$

Подставляя (9.21) и (9.22) в формулу (9.20) и учитывая (9.23), получим

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{\frac{m}{\mu} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} - \frac{m}{\mu} RT_2 \ln \frac{V_3}{V_4}}{\frac{m}{\mu} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}. \quad (9.24)$$

Следовательно, для цикла Карно КПД определяется только температурой нагревателя и холодильника. Для увеличения КПД тепловой машины необходимо повышать температуру нагревателя и уменьшать температуру холодильника.

9.8. Второе начало термодинамики

Для описания термодинамических процессов первого начала термодинамики недостаточно. Выражая закон сохранения и превращения энергии, первое начало термодинамики не позволяет определить направление протекания процессов в природе.

Например, основываясь на законе сохранения и превращения энергии, нельзя предвидеть, в каком направлении будет происходить теплообмен между двумя телами, нагретыми до разных температур: с точки зрения первого закона термодинамики одинаково возможен как переход энергии в форме теплоты от более нагретого тела к менее нагретому, так и обратный переход.

Первый закон термодинамики допускает создание **вечного двигателя второго рода**, т.е. двигателя, который бы получал от некоторого тела тепло и полностью превращал его в работу. Невозможность создания вечного двигателя второго рода является утверждением, вытекающим из обобщения многочисленных опытов. Оно называется вторым законом (началом) термодинамики и может быть сформулировано несколькими способами.

1. Невозможен самопроизвольный переход тепла от тела, менее нагретого, к телу, более нагретому (формулировка Клаузиуса).

2. Невозможен периодический процесс, единственным результатом которого является превращение теплоты, полученной от нагревателя, в эквивалентную ей работу (формулировка Кельвина).

Из всех периодически действующих тепловых машин, у которых температуры нагревателей и холодильников соответственно совпадают, наибольшим КПД обладают машины, работающие по обратимому циклу. При этом КПД всех обратимых машин с одинаковыми температурами нагревателей и холодильников не зависят от конструкции машин или выбора рабочего тела и, следовательно, равны КПД машины, работающей по обратимому циклу Карно.

Австрийский физик Л. Больцман (1844-1906) сформулировал второе начало термодинамики следующим образом: природа стремится от состояний, менее вероятных, к состояниям, более вероятным. Для характеристики состояния системы была введена величина, получившая название **энтропия**. Эта величина является мерой необратимого рассеяния энергии. Для тепловых процессов изменение тепловой энергии изолированной системы прямо пропорционально ее температуре: $dQ \sim T$. Чтобы записать знак равенства, необходимо ввести коэффициент пропорциональности:

$$dQ = dS \cdot T \text{ и } dS = \frac{dQ}{T}. \quad (9.25)$$

Это так называемое дифференциальное определение энтропии. Разность энтропии системы в двух произвольных состояниях 1 и 2 равна:

$$S_1 - S_2 = \int_1^2 \frac{dQ}{T}. \quad (9.26)$$

Это интегральное определение энтропии.

Если термодинамическая система совершает какой-либо замкнутый цикл, то

$$\oint \frac{dQ}{T} = 0 \quad (9.27)$$

для равновесных процессов. Уравнение (9.27) эквивалентно второму началу термодинамики для равновесных процессов.

Для неравновесных процессов

$$\oint \frac{dQ}{T} < 0. \quad (9.28)$$

Все реальные процессы связаны с определенными потерями энергии, следовательно, все они в той или иной мере необратимы и характеризуются увеличением энтропии:

$$\Delta S \geq 0. \quad (9.29)$$

Неравенство (9.29) является математической формой записи второго начала термодинамики.

Состоянию равновесия изолированной системы соответствует максимально возможное значение энтропии, так как система к этому состоянию пришла путем увеличения энтропии.

Но равновесное состояние системы есть ее наиболее вероятное состояние. Таким образом, рост энтропии при самопроизвольных процессах означает переход системы, состоящей из большого числа частиц, в более вероятное состояние.

9.9. Реальные газы

Реальные газы подчиняются уравнению Менделеева-Клапейрона только при малых давлениях и высоких температурах. С повышением давления и уменьшением температуры наблюдаются значительные отступления от уравнения. Это объясняется тем, что при повышении плотности начинают играть все большую роль объем молекул и силы взаимодействия между ними.

Найти уравнение, которое с достаточной степенью точности описывало бы состояние реальных газов, пробовали многие ученые. Наиболее удовлетворительно это удалось сделать голландскому физику И. Ван-дер-Ваальсу (1837-1923). Он внес поправки в уравнение Менделеева-Клапейрона и получил следующее уравнение:

$$\left(p + \frac{\vartheta^2 a}{V^2}\right)(V - \vartheta b) = \vartheta RT, \quad (9.30)$$

где a и b – постоянные Ван-дер-Ваальса (для каждого газа определяются опытным путем), ϑ – количество вещества (количество молей), V – объем газа, p – давление газа на стенки сосуда.

Из-за взаимного притяжения между молекулами газ как бы сжимается большим давлением, чем давление, оказываемое на газ стенками сосуда, в котором он заключен. Поправка $\frac{\vartheta^2 a}{V^2}$ характеризует ту добавку к внешнему давлению, которая обусловлена взаимным притяжением молекул друг к другу.

Вследствие того, что молекулы обладают конечным объемом, пространство, доступное для движения молекул, оказывается меньшим, чем объем сосуда. Поправка в уравнении характеризует ту часть объема, которая недоступна для движения молекул.

Внутренняя энергия ван-дер-ваальсовского газа должна включать в себя, кроме кинетической энергии молекул, энергию взаимодействия молекул. Внутренняя энергия такого газа зависит как от объема, так и от температуры и имеет вид:

$$U = \vartheta C_V T - \frac{a\vartheta}{V_\mu}, \quad (9.31)$$

где C_V - молярная теплоемкость газа при постоянном объеме, V_μ - молярный объем газа.

9.10. Жидкости и их свойства

Жидкостями называют тела, которые, имея определенный объем, принимают форму сосуда, в котором они находятся. Характер теплового движения молекул в жидкостях определяет сходство жидкостей со свойствами как твердых тел, так и газов. Подобно твердым телам, жидкости малосжимаемы, так как обладают сильным межмолекулярным взаимодействием частиц. При сжатии жидкостей уменьшаются расстояния между молекулами и резко возрастают силы отталкивания, препятствующие сжатию.

Взаимное расположение соседних частиц в жидкостях сходно с упорядоченным расположением соседних частиц в кристаллах. Однако эта упорядоченность в жидкостях наблюдается лишь внутри малых объемов, т.е. в расположении частиц наблюдается ближний порядок (в твердых телах - дальний порядок). Из-за отсутствия дальнего порядка в жидкостях не обнаруживается анизотропия физических свойств.

Существуют твердые тела, которые во многом похожи на кристаллические тела, но в расположении их частиц имеется, как и у жидкостей, только ближний порядок. Такие тела, называемые аморфными, не обнаруживают анизотропии. Переход от аморфного тела к жидкости при нагревании осуществляется непрерывно, в то время как переход от кристалла к жидкости совершается скачком, поэтому аморфные тела иногда называют переохлажденными жидкостями, частицы которых вследствие сильно возросшей вязкости имеют ограниченную подвижность.

Типичным примером аморфного твердого тела служит стекло. К числу аморфных тел относятся также смолы, битумы и т.д.

а) Поверхностное натяжение

На молекулы жидкости, находящиеся в поверхностном слое, действуют некомпенсированные, направленные силы притяжения со стороны остальной части жидкости. В результате этого поверхностный **мономолекулярный** слой жидкости оказывает на всю жидкость давление, равное сумме результирующих сил, действующих на все молекулы. Это давление называется **внутренним** или **молекулярным давлением**. Поверхность жидкости представляет собой как бы растянутую пленку, которая стремится сократиться, и при исправленной поверхности возникает добавочное давление под поверхностью жидкости.

Напряженное состояние поверхностного слоя жидкости называется поверхностным натяжением. Для перемещения молекулы из глубины жидкости в поверхностный слой надо совершить работу против сил, действующих в этом слое. Эта работа совершается молекулой за счет запаса кинетической энергии и идет на увеличение ее потенциальной энергии. Поэтому молекулы поверхностного слоя жидкости обладают большей потенциальной энергией,

чем частицы внутри жидкости. Эта дополнительная энергия, которой обладают молекулы в поверхностном слое жидкости, называется поверхностной энергией, пропорциональна площади слоя S :

$$U = \sigma S, \quad (9.32)$$

где σ - коэффициент поверхностного натяжения, S - свободная поверхность жидкости.

Коэффициент поверхностного натяжения можно определить из соотношения:

$$\sigma = F/l, \quad (9.33)$$

где F – сила поверхностного натяжения, действующая на контур l , ограничивающий поверхность жидкости.

б) Смачивание и капиллярные явления

Из наблюдений известно, что капля воды растекается на стекле в форме, изображенной на рис.43, а, в то время как ртуть на той же поверхности превращается в несколько сплюсненную каплю (рис.43, б).

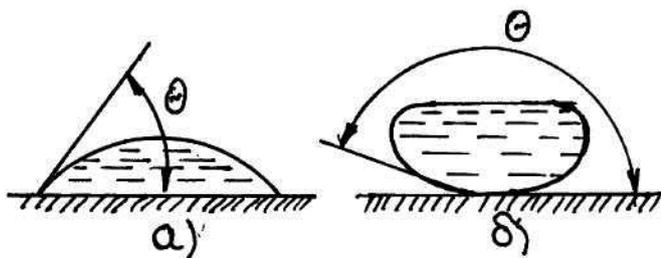


Рис.43

В первом случае говорят, что жидкость **смачивает** твердую поверхность, во втором – **не смачивает**. Смачивание зависит от характера сил, действующих между

молекулами твердого тела и жидкости. Для смачивающей жидкости силы притяжения между молекулами жидкости и твердого тела больше, чем между молекулами самой жидкости. Для несмачивающей жидкости силы притяжения между молекулами жидкостей и твердого тела меньше, чем между молекулами внутри жидкости. Характеризуется степень смачивания или намагничивания жидкостью углом Θ между касательными к поверхности жидкости и твердого тела, который называется **краевым углом** (рис. 43). Если $\Theta < \pi/2$, то жидкость считается смачивающей, если $\Theta > \pi/2$, то жидкость несмачивающая.

Если поверхность жидкости не плоская, а искривленная, то она оказывает на жидкость дополнительное к внешнему давлению, вызванное силами поверхностного натяжения. Это дополнительное давление определяется по формуле французского физика и математика П. Лапласа (1749-1827):

$$p = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right), \quad (9.34)$$

где σ - коэффициент поверхностного натяжения, R_1 и R_2 - радиусы кривизны двух взаимно перпендикулярных сечений поверхности жидкости.

Радиусы кривизны берутся со знаком плюс для выпуклой поверхности, со знаком минус – для вогнутой. В случае сферической поверхности

$$P = 2\sigma/R. \quad (9.35)$$

Если поместить узкую трубку (**капилляр**) одним концом в жидкость, налитую в широкий сосуд, то вследствие смачивания или несмачивания жидкостью стенок капилляра кривизна поверхности жидкости в капилляре становится значительной. Жидкость в капилляре опускается или поднимается на такую высоту h , при которой давление столба жидкости ρgh уравнивается избыточным давлением, т.е.

$$2\sigma/R = \rho gh,$$

где ρ - плотность жидкости, g - ускорение свободного падения.

Если r – радиус капилляра, Θ – краевой угол, то высота подъема жидкости в капиллярной трубке равна

$$h = \frac{2\sigma \cos\Theta}{\rho gr}. \quad (9.36)$$

Капиллярные явления играют большую роль в природе и технике. Подъем питательного раствора и воды по стволу и стеблю растений в значительной мере обусловлен явлением капиллярности. По капиллярам почвы поднимается вода из глубинных в поверхностные слои почвы. По капиллярам кладки зданий происходит подъем грунтовой воды (при отсутствии гидроизоляции); по капиллярам фитиля поднимаются горючие и смазочные вещества, на капиллярности основано использование промокательной бумаги.

III. Электричество и электромагнетизм

Слово «электричество» может вызвать представление о сложной современной технике: компьютерах, электродвигателях, электрогенераторах, светильниках, различной бытовой технике. Но электричество играет в нашей жизни гораздо более серьезную роль. Ведь в теории строения любого вещества силы, действующие между атомами и молекулами, в результате чего возникают жидкости и твердые тела, - это электрические силы. Эти силы ответственны и за обмен веществ, происходящий в человеческом организме. Даже когда мы что-нибудь тянем или толкаем, это оказывается результатом действия электрических сил между молекулами руки и того предмета, на который мы воздействуем. И вообще, большинство сил, с которыми мы имеем дело, принято считать электрическими силами, действующими между атомами.

Электрические явления известны с древних времен, но лишь в последние два столетия они были досконально изучены. Еще в глубокой древности, около двадцати столетий назад, греческий философ Фалес Милетский обнаружил, что янтарь, потертый о шерсть, приобретает способность притягивать мелкие легкие предметы. На греческом языке янтарь – электрон, от этого слова и произошло название «электричество».

До конца XVI столетия учение об электрических явлениях оставалось практически на уровне знаний Фалеса Милетского, и только благодаря английскому физическому и врачу У.Гильберту (1544-1603) учение об электричестве обогатилось рядом открытий, наблюдений, приборов. С помощью своего первого

электроскопа он показал, что способностью притягивать легкие тела обладает не только натертый янтарь, но и многие другие вещества (стекло, сера, смола, эбонит, каучук и другие), которые он назвал «электрическими». Несмотря на обилие различных веществ, обладающих такими свойствами, все они делятся на два вида, каждый из которых обусловлен наличием электрических зарядов: заряды, подобные возникающим на стекле, потертом о кожу, и заряды, подобные возникающим на янтаре, потертом о шерсть. Первые из них получили название положительных зарядов, а вторые – отрицательных.

При исследовании заряженных тел американский физик Р. Милликен (1868-1953) и русский физик А.Ф. Иоффе (1880-1960) доказали, что электрический заряд *дискретен*, т.е. заряд любого тела составляет целое кратное от некоторого *элементарного электрического заряда*, равного $1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл (1 Кл – заряд, проходящий за 1 с через поперечное сечение проводника при силе тока 1 А). Наименьшей частицей, обладающей отрицательным элементарным зарядом, является *электрон*, масса которого равна $m=9,1 \cdot 10^{-31}$ кг. Наименьшей устойчивой частицей, обладающей положительным зарядом (равным заряду электрона), является *протон*. Масса протона в 1836 раз больше массы электрона: $m_p=1,67 \cdot 10^{-27}$ кг. Элементарной частицей, не имеющей электрического заряда, является *нейтрон*. Его масса лишь незначительно превышает массу протона. Нейтроны и протоны входят в состав атомного ядра.

В общем случае любое тело, с точки зрения его заряда, состоит из протонов и электронов. Из обобщения опытных данных в 1843 г. английский физик М.Фарадей (1791-1867) сформулировал фундаментальный закон природы - *закон сохранения заряда*: в электрически изолированной системе (системе, не обменивающейся зарядами с внешними телами) алгебраическая сумма электрических зарядов является величиной постоянной. Закон сохранения электрического заряда выполняется строго как в макроскопических взаимодействиях, например при электризации тел трением, когда оба тела заряжаются численно равными зарядами противоположных знаков, так и в микроскопических взаимодействиях, в ядерных реакциях.

Глава 10. Электростатика

В *электростатике* рассматриваются свойства и закономерности системы неподвижно распределенных электрических зарядов, а также явления, происходящие в телах под действием этих зарядов.

Количественные законы электрических взаимодействий наиболее просто выражаются для случая точечных зарядов. *Точечным зарядом* называют заряженное тело, размерами которого можно пренебречь по сравнению с расстоянием до других заряженных тел, с которыми оно взаимодействует.

10.1. Закон Кулона – основной закон электростатики

Французский физик Ш.Кулон (1736-1806) в 1785 г. установил закон взаимодействия электрических зарядов: два точечных заряда q_1 и q_2 в вакууме взаи-

модействуют с силой F , прямо пропорциональной произведению этих зарядов и обратно пропорциональной квадрату расстояния r между ними:

$$F_0 = k \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2}, \quad (10.1)$$

где k – коэффициент пропорциональности, зависящий от единиц измерения (в СИ он равен $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Нм}^2}{\text{Кл}^2}$, $\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{Ф/м}$ – электрическая постоянная). Сила взаимодействия зарядов направлена вдоль соединяющей их прямой так, что одноименные заряды отталкиваются, а разноименные притягиваются.

Если взаимодействующие заряды находятся в одной изотропной среде, то сила взаимодействия

$$F = k \cdot \frac{q_1 q_2}{\epsilon r^2}, \quad (10.2)$$

где ϵ – безразмерная величина – **диэлектрическая проницаемость среды**, показывающая, во сколько раз сила взаимодействия между зарядами в вакууме больше, чем в данной среде: $\frac{F_0}{F} = \epsilon$. Для вакуума и воздуха $\epsilon=1$.

10.2. Электрическое поле. Напряженность электрического поля

Согласно идее М.Фарадея, электрические заряды не действуют друг на друга непосредственно. Каждый из них создает в окружающем пространстве электрическое поле, и взаимодействие зарядов происходит посредством электрических полей. Поле одного заряда действует на поле другого заряда и наоборот. По мере удаления от заряда поле ослабевает.

Электрическое поле неподвижных зарядов называется **электростатическим**. Электростатическое поле отдельного заряда можно обнаружить, если внести в это поле другой заряд, на который в соответствии с законом Кулона будет действовать определенная сила. Электростатическое поле первого заряда существует и в отсутствие второго заряда, хотя в этом случае оно никак себя не проявляет.

Исследовать электрическое поле можно с помощью пробного заряда – очень малого по размерам и несущего положительный заряд q_0 . Предполагается, что пробный заряд настолько мал, что он не искажает того поля, которое с его помощью изучается. Поместим в электрическое поле, созданное точечным зарядом q , пробный заряд q_0 . На этот заряд по закону Кулона будет действовать сила

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q q_0}{r^2}.$$

Если в одну и ту же точку поля помещать разные пробные заряды q'_0 и q''_0 , то на них будут действовать различные силы, пропорциональные этим зарядам. Отношение же F/q_0 для всех зарядов, вносимых в поле, будет одинаковым и будет зависеть лишь от q и r , определяющих электрическое поле в данной точке. Поэтому данная величина, выражаемая формулой

$$\vec{E} = \vec{F}/q_0, \quad (10.3)$$

принята в качестве основной силовой характеристики электрического поля. Эта величина \vec{E} называется **напряженностью электрического поля**. Следовательно, напряженностью \vec{E} в данной точке является векторная величина, равная отношению силы \vec{F} , действующей на положительный пробный заряд q_0 , помещенный в данную точку электрического поля, к этому заряду.

Из формулы (10.3) с учетом выражения кулоновской силы следует, что напряженность поля точечного заряда (для $\epsilon=1$)

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}. \quad (10.4)$$

Направление вектора напряженности \vec{E} совпадает с направлением силы \vec{F} , действующей на пробный положительный заряд. Единицей напряженности электрического поля является В/м.

Если электрическое поле создается зарядами q_1, q_2, \dots, q_n , то на пробный заряд q_0 действует сила, равная векторной сумме сил F_n , действующих на пробный заряд q_0 со стороны поля каждого из зарядов q_n . И тогда вектор напряженности в данной точке поля \vec{E} будет равен геометрической сумме векторов напряженностей, создаваемых в этой точке каждым из зарядов в отдельности:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i. \quad (10.5)$$

Это свойство электрических полей является **принципом суперпозиции** (наложения) полей.

Электростатическое поле можно изобразить наглядно с помощью силовых линий (линий напряженности).

Линиями напряженности называются линии, проведенные в поле так, что касательные к ним в любой точке поля совпадают по направлению с вектором напряженности \vec{E} . Силовые линии являются условным понятием и реально не существуют, но позволяют наглядно представить характер электростатического поля. Силовые линии одиночных отрицательного и положительного зарядов изображены на рис.44.

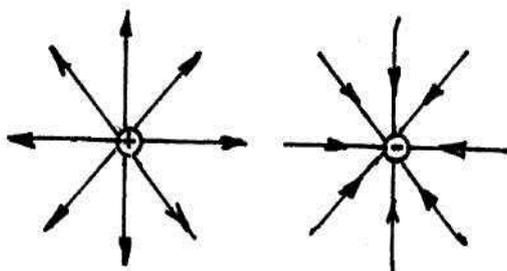


Рис.44

В случае поля, образованного несколькими неподвижными зарядами, силовые линии могут иметь самую различную конфигурацию, но никогда не пересекаются. Для **однородного** поля (когда вектор напряженности в любой точке постоянен по величине и направлению) линии напряженности изображаются равноотстоящими друг от друга параллельными прямыми линиями.

Чтобы с помощью линий напряженности можно было характеризовать не только направление, но и величину напряженности электростатического поля, условились проводить их с определенной густотой (рис.45): число линий напряженности, пронизывающих единицу поверхности, перпендикулярной линиям напряженности, должно быть пропорционально модулю вектора \vec{E} . Число

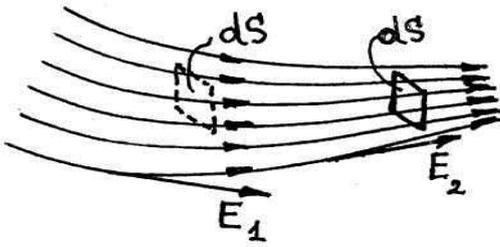


Рис.45

силовых линий, пронизывающих элементарную площадку dS , нормаль которой образует угол α с вектором \vec{E} , равна $E dS \cdot \cos \alpha = E_n \cdot dS$, где E_n - составляющая вектора \vec{E} по направлению нормали \vec{n} к площадке dS . Величина

$$d\Phi_E = E_n \cdot dS = E \cdot dS \cdot \cos \alpha \quad (10.6)$$

называется *потоком вектора напряженности* через площадку dS .

10.3. Теорема Остроградского-Гаусса и ее применение

Теорема Гаусса-Остроградского математически была сформулирована русским ученым М.В. Остроградским (1801-1862), а ее приложение к вопросам электростатики было дано немецким физиком К. Гауссом (1777-1855). Теорема Гаусса определяет поток вектора напряженности электрического поля через произвольную замкнутую поверхность от любого количества зарядов.

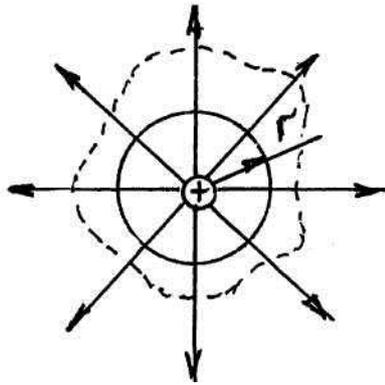


Рис.46

Найдем поток вектора напряженности поля электрических зарядов q_1, q_2, \dots, q_n сквозь некоторую замкнутую поверхность, окружающую эти заряды. Причем поток, направленный наружу замкнутой поверхности, будет *положительным*, а внутрь – *отрицательным*. Вначале определим поток вектора

напряженности сквозь сферическую поверхность радиуса r , в центре которой расположен заряд q (рис.46).

По формуле (10.6) поток через поверхность S равен $\Phi_E = \int_S E_n \cdot dS$. Так как на поверхности сферы $E_n = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}$, то

$$\Phi_E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \cdot \int_S dS = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}.$$

Этот результат справедлив для замкнутой поверхности любой формы. Действительно, если окружить сферу (рис.46) произвольной замкнутой поверхностью, то каждая линия напряженности, пронизывающая сферу, пройдет и сквозь эту поверхность.

В общем случае, если произвольная поверхность окружает n зарядов, то каждый заряд создает свой поток вектора напряженности электрического поля, а общий поток будет равен сумме потоков всех зарядов:

$$\Phi_E = \frac{q_1}{\epsilon_0} + \frac{q_2}{\epsilon_0} + \dots + \frac{q_n}{\epsilon_0} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i. \quad (10.7)$$

Формула (10.7) выражает *теорему Гаусса для электростатического поля в вакууме*: полный поток вектора напряженности через замкнутую поверхность произвольной формы численно равен алгебраической сумме электрических зарядов, заключенных внутри этой поверхности, поделенной на ϵ_0 .

Если взять замкнутую поверхность, не охватывающую заряд q , то каждая линия напряженности будет пересекать ее дважды: один раз она войдет в поверхность, другой раз выйдет из нее. Поэтому алгебраическая сумма линий напряженности, проходящих через замкнутую поверхность, число которых определяет полный поток Φ_E через эту поверхность, будет равен нулю, т.е. вклад в общий поток будут давать только те заряды, которые окружены замкнутой поверхностью.

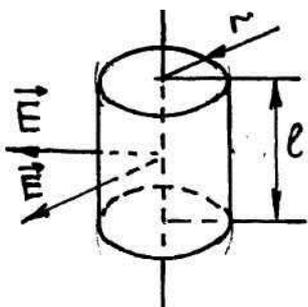


Рис.47

Рассмотрим применение теоремы Гаусса для расчета электрических полей тел произвольной формы.

1. *Равномерно заряженная бесконечная нить.*

Бесконечная нить заряжена с постоянной *линейной плотностью* $+\tau$ ($\tau=dq/dl$ – заряд, приходящийся на единицу длины). Из соображения симметрии следует, что линии напряженности будут радиальными прямыми, перпендикулярными нити (рис.47). В качестве замкнутой поверхности возьмем цилиндр радиуса r и длиной l , осью которого является нить. Поток вектора \vec{E} сквозь торцы цилиндра равен нулю (торцы параллельны линиям напряженности), а сквозь боковую поверхность – $2\pi r l \vec{E}$.

По теореме Гаусса (10.7) $2\pi r l \vec{E} = \tau l / \epsilon_0$, откуда

$$\vec{E} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\tau}{r}. \quad (10.8)$$

Таким образом, напряженность поля равномерно заряженной бесконечной нити определяется выражением (10.8). На практике формула (10.8) может применяться для нахождения напряженности поля в середине очень длинного прямого проводника на очень малом расстоянии ($r \ll l$).

Формула (10.8) будет справедлива и для бесконечного цилиндра радиуса R , заряженного с линейной плотностью τ , если точки находятся от оси цилиндра на расстоянии $r \geq R$. Если $r < R$, то замкнутая поверхность зарядов внутри не содержит, поэтому в этой области $\vec{E}=0$.

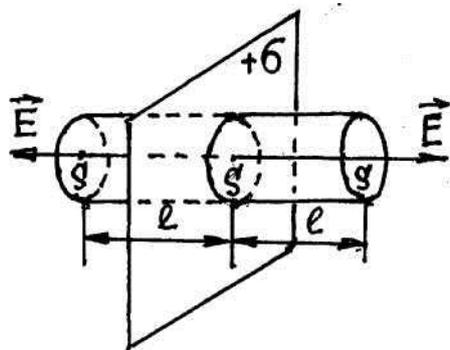


Рис.48

2. *Равномерно заряженная бесконечная плоскость.*

Бесконечная плоскость (рис.48) заряжена с постоянной поверхностной плотностью $+\sigma$ ($\sigma = dq/dS$ – заряд, приходящийся на единицу поверхности). Из законов симметрии линии напряженности перпендикулярны рассматриваемой плоскости и направлены от нее в обе стороны.

Ограничим часть заряженной плоскости цилиндром, основания которого параллельны заряженной плоскости и находятся на расстоянии l , а ось цилиндра перпендикулярна плоскости.

Так как образующие цилиндра параллельны линиям напряженности ($\cos\alpha = 0$), то поток вектора напряженности сквозь боковую поверхность ци-

линдра равен нулю, а полный поток сквозь цилиндр равен сумме потоков через его основания (площади оснований равны S), т.е. $\Phi_E=2ES$. Заряд, заключенный внутри цилиндра, равен σS . По теореме Гаусса $2ES = \frac{\sigma S}{2\epsilon_0}$, откуда

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}. \quad (10.9)$$

Из формулы (10.9) следует, что \vec{E} не зависит от длины цилиндра $2l$. Следовательно, напряженность поля на любых расстояниях от плоскости одинакова по модулю, т.е. поле равномерно заряженной бесконечной плоскости **однородно**. Очевидно, что в реальных условиях бесконечных плоскостей не бывает, но формулу (10.9) можно применять для плоскости больших размеров при расчете напряженности поля на малом расстоянии от середины плоскости.

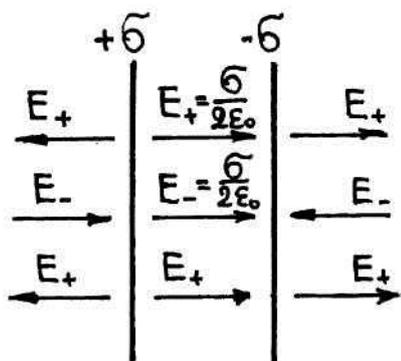


Рис.49

3. Две бесконечные параллельные разноименно заряженные плоскости (рис. 49).

Две параллельные плоскости равномерно заряжены разноименными зарядами с поверхностными плотностями $+\sigma$ и $-\sigma$. Как видно из рис.49, напряженность поля между двумя бесконечными параллельными плоскостями из принципа суперпозиции полей равна сумме напряженностей полей, создаваемых обеими пластинами

$$E = E_+ + E_- = \frac{\sigma}{\epsilon_0}. \quad (1.10)$$

Вне пластин векторы \vec{E} от каждой из них направлены в противоположные стороны и взаимно уничтожаются. Поэтому напряженность поля в пространстве, окружающем пластины, будет равна нулю ($\vec{E}=0$).

4. **Равномерно заряженная сферическая поверхность.** Сферическая поверхность радиуса R с общим зарядом q заряжена равномерно с поверхностной плотностью $+\sigma$. При сферической симметрии линии напряженности направлены радиально. Возьмем замкнутую поверхность в виде сферы радиуса r , имеющей общий центр с заряженной сферой. Внутри замкнутой сферической поверхности попадает весь заряд q и по теореме Гаусса $4\pi r^2 \cdot E = q/\epsilon_0$, откуда при $r>R$

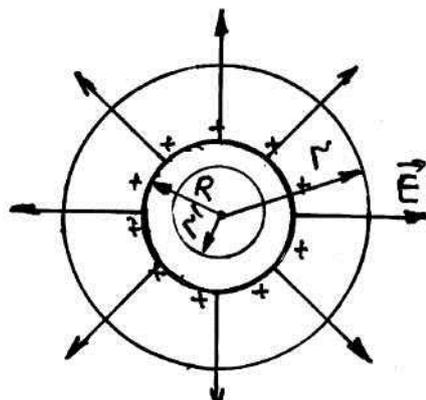


Рис.50

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \quad (r > R). \quad (10.11)$$

Следовательно, для точечного заряда и сферической поверхности при $r \geq R$ формула определения напряженности одна и та же.

Если $r'<R$, то замкнутая поверхность не содержит внутри зарядов, поэтому внутри заряженной сферической поверхности напряженность поля равна нулю ($\vec{E}=0$).

Для шара радиусом R с общим зарядом q заряженного равномерно по всему объему с объемной плотностью ρ ($\rho=dq/dV$ – заряд, приходящийся на единицу объема) напряженность поля при $r>R$ находится по формуле (10.11). Внутри же шара напряженность будет определяться по-другому.

Сфера радиуса $r'<R$ (рис.50) охватывает заряд $q = \frac{4}{3}\pi r'^3 \rho$. Поэтому по теореме Гаусса $4\pi r'^2 E = \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{4}{3}\pi r'^3 \rho$. Учитывая, что $\rho = Q/(\frac{4}{3}\pi R^3)$, получим

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{R^3} r' \quad (r' \leq R). \quad (10.12)$$

Таким образом, напряженность поля вне равномерно заряженного шара определяется формулой (10.11), а внутри его изменяется линейно с расстоянием r' согласно выражению (10.12).

10.4. Работа поля при перемещении заряда. Потенциал

Электростатическое поле создано зарядом q , в котором по произвольной траектории из точки 1 в точку 2 перемещается заряд q_0 (рис.51). Сила, приложенная к заряду q_0 со стороны заряду q , совершает работу. Работа на элементарном участке dl равна

$$dA = F dl \cos\alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qq_0}{r^2} dl \cos\alpha.$$

Так как $dl \cos\alpha = dr$, то $dA = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qq_0}{r^2} dr$ и работа при перемещении из точки 1 в точку 2

$$A_{12} = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{qq_0}{r_1} - \frac{qq_0}{r_2} \right). \quad (10.13)$$

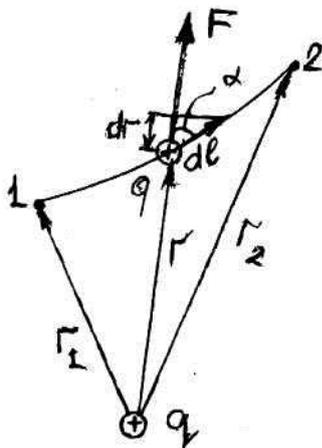


Рис.51

Из формулы (10.13) следует, что работа не зависит от вида траектории перемещения, а определяется только положениями начальной 1 и конечной 2 точек. Следовательно, электростатическое поле точечного заряда является **потенциальным**.

Работу электростатического поля можно представить как разность потенциальных энергий, которой обладает точечный заряд q_0 в начальной и конечной точках поля заряда q :

$$A_{12} = W_1 - W_2 = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0 r_1} - \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0 r_2}, \quad (10.14)$$

откуда следует, что потенциальная энергия заряда q_0 в поле заряда q равна

$$W = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0 r}. \quad (10.15)$$

Отношение величины потенциальной энергии заряда q_0 в электростатическом поле к величине заряда q_0 не зависит от величины самого заряда q_0 . И, следовательно, это отношение может, как и напряженность, служить характеристикой электростатического поля заряда q . Это отношение обозначается символом ϕ и называется **потенциалом** электростатического поля

$$\varphi = \frac{W}{q_0} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}. \quad (10.16)$$

Потенциал является *энергетической* характеристикой поля; он численно равен работе, которую надо затратить против сил электрического поля при перенесении единичного заряда из бесконечности, где потенциальная энергия условно считается равной нулю, в данную точку поля.

Если поле создано системой n точечных зарядов $q_1, q_2, q_3, \dots, q_n$, то потенциал поля системы зарядов равен алгебраической сумме потенциалов полей всех этих зарядов

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i} = \sum_{i=1}^n \varphi_i. \quad (10.17)$$

Так как потенциальная энергия заряда q в электростатическом поле будет определяться как $W = q \cdot \varphi$, то работа поля по перемещению заряда будет рассчитываться по формуле

$$A = W_1 - W_2 = q(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (10.18)$$

Единицей измерения потенциала в СИ является вольт: $1\text{В} = 1 \text{ Дж/Кл}$.

10.5. Взаимосвязь между напряженностью поля и его потенциалом

Любая точка электрического поля характеризуется напряженностью \vec{E} и потенциалом φ . Между ними существует взаимосвязь, которую найдем по величине работы при перемещении положительного заряда q из одной точки в другую на малое расстояние dl , в пределах которого напряженность \vec{E} не меняется. Работа по перемещению на этом участке равна $Fdl = Eqdl$, с другой стороны, ту же работу находим по (10.18), как $-q d\varphi$. Приравняв оба выражения, получим

$$\vec{E} = -\frac{d\varphi}{dl}. \quad (10.19)$$

Изменение любой физической величины на единице длины называется градиентом, т.е. напряженность \vec{E} поля равна градиенту потенциала со знаком минус

$$\vec{E} = -\text{grad}\varphi. \quad (10.20)$$

Знак минус обусловлен тем, что напряженность поля направлена **в сторону убывания** потенциала, тогда как $\text{grad}\varphi$ направлен в сторону возрастания потенциала.

Связь между напряженностью поля и потенциалом (10.20) позволяет по известной напряженности поля найти разность потенциалов между двумя произвольными точками. В качестве примера рассмотрим два практически важных случая: поле двух параллельных плоскостей и поле сферической поверхности.

Возьмем две бесконечные параллельные разноименно заряженные плоскости с поверхностной плотностью заряда σ . Напряженность между плоскостями по формуле (10.10) $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$, а разность потенциалов, если расстояние между ними равно d , определяется

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_0^d E dx = \int_0^d \frac{\sigma}{\varepsilon_0} dx = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} d. \quad (10.21)$$

Поле равномерно заряженной сферической поверхности радиуса R с общим зарядом q вне сферы ($r > R$) вычисляется по (10.11): $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}$. Разность потенциалов между точками, лежащими на расстояниях r_1 и r_2 от центра сферы ($r_1 > R$, $r_2 > R$), равна

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E dr = \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2} dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right). \quad (10.22)$$

Глава 11. Проводники и диэлектрики в электростатическом поле

Все тела состоят из молекул и атомов. Последние представляют собой системы элементарных электрических зарядов, в целом электрически нейтральные.

Тела, в которых часть электрических зарядов способна свободно перемещаться в пределах тела, являются **проводниками**. Они способны проводить электрический ток. К хорошим проводникам относятся металлы, растворы (и расплавы) кислот, щелочей и солей. Несколько хуже проводят электрический ток ионизированные газы.

Тела, в которых все микроскопические заряды находятся в связанном состоянии и не могут перемещаться, называются **диэлектриками** или **изоляторами** (термин «диэлектрик» был введен М.Фарадеем). Диэлектрики не проводят электрический ток. Диэлектриками являются фарфор, резина и различные типы пластических масс, стекло, слюда.

11.1. Поляризация диэлектриков

Помещенный в электрическое поле диэлектрик приобретает полярность: та часть его поверхности, в которую входят силовые линии, заряжается **отрицательно**, а противоположная – **положительно**. Это явление называется поляризацией. Поляризация обусловлена тем, что почти все диэлектрики состоят или из диполей, или из наведенных диполей. **Диполем** является совокупность двух равных по абсолютной величине зарядов q , находящихся на расстоянии l один от друга (плечо).

Величина, измеряемая произведением величины одного из зарядов q на плечо диполя l , называется **электрическим моментом диполя** $\vec{p} = ql$.

Поляризация диэлектриков в электрическом поле может быть трех видов: **электронная**, **дипольная** и **ионная**. Диэлектрик, состоящий из неполярных молекул, имеет молекулы, у которых центры тяжести положительных и отрицательных зарядов совпадают. Под влиянием электрического поля напряженностью \vec{E} происходит смещение отрицательной электронной оболочки относительно положительного заряда, т.е. молекула станет полярной (дипольной). Такого рода поляризация называется электронной и наблюдается в молекулах N_2 , H_2 , O_2 , CO_2 , CH_4 и др.

Диэлектрические среды, состоящие из полярных молекул, характеризуются тем, что составляющие их молекулы обладают постоянным по величине дипольным моментом \vec{p} . При отсутствии поля эти моменты хаотически ориентированы. В электрическом поле дипольные молекулы ориентируются вдоль поля. Поляризация таких диэлектриков называется *ориентационной* или *дипольной* и наблюдается в соединениях H_2O , NH_3 , SO_2 , CO и др. Без поля дипольная поляризация исчезает, так как тепловое движение разрушает ориентацию.

Ионные кристаллы ($NaCl$, KCl , KBr ,...) представляют собой пространственные решетки с правильным чередованием ионов разных знаков. При наложении на ионный кристалл электрического поля происходит относительное смещение подрешеток, приводящее к возникновению дипольных моментов. Такая поляризация называется *ионной*.

Таким образом, *поляризацией* диэлектрика называется явление ориентации диполей или появление под воздействием электрического поля ориентированных по полю диполей.

11.2. Напряженность поля в диэлектрике

При помещении диэлектрика во внешнее электростатическое поле он поляризуется. Объем V диэлектрика приобретает дипольный момент $\vec{p}_V = \sum_{i=1}^n \vec{p}_i$, где \vec{p}_i - дипольный момент одной молекулы. Для количественной характеристики степени поляризации вводится векторная величина, определяемая дипольным моментом единицы объема:

$$\vec{P} = \frac{p_V}{V} = \sum_V p_i / V, \quad (11.1)$$

которая называется *поляризованностью*.

Поляризованность или вектор поляризации \vec{P} линейно зависит от напряженности поля \vec{E}

$$\vec{P} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}, \quad (11.2)$$

где ε – *диэлектрическая восприимчивость вещества*, характеризующая свойства диэлектрика. ε – величина безразмерная; всегда больше нуля ($\varepsilon > 0$) и для большинства диэлектриков составляет несколько единиц, кроме спирта ($\varepsilon \approx 25$) и воды ($\varepsilon \approx 80$).

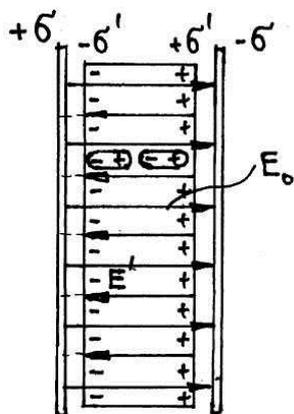


Рис.52

Для определения количественных характеристик поля в диэлектрике внесем его в однородное внешнее электростатическое поле, созданное двумя бесконечными параллельными разноименно заряженными плоскостями с поверхностной плотностью σ (рис.52). Внутри диэлектрика диполи ориентируются по полю, образуя цепочки, в которых положительный полюс диполя примыкает к отрицательному полюсу следующего диполя и т.д. (см. рис.52). Внутри диэлектрика полюса разного заряда компенсируют друг друга, в то время как боковые поверхности заряжаются противоположными зарядами с поверхностной плотностью

заряда σ' . Эти заряды создают электрическое поле с напряженностью E' , направленное в сторону, противоположную внешнему E_0 , и ослабляют его. Результирующее поле внутри диэлектрика

$$E = E_0 - E'. \quad (11.3)$$

Напряженность $E' = \sigma' / \varepsilon_0$ (поле, созданное двумя заряженными плоскостями (10.10)), поэтому

$$E = E_0 - \sigma' / \varepsilon_0. \quad (11.4)$$

Определим поверхностную плотность связанных зарядов σ' . По формуле (11.1) полный дипольный момент пластины диэлектрика $p_V = PV = PS \cdot d$, где S – площадь боковой поверхности, d – толщина диэлектрика. С другой стороны $p_V = \sum q_i d$, где $\sum q_i$ – связанный заряд, $\sum q_i = \sigma' S$. Тогда

$$\vec{P} \cdot S \cdot d = \sigma' S d, \quad (11.5)$$

или

$$\vec{P} = \sigma', \quad (11.6)$$

т.е. поверхностная плотность связанных зарядов σ' равна поляризованности.

Подставив в (11.5) выражения (11.4) и (11.6), получим $E = E_0 - \varkappa E$, откуда напряженность результирующего поля внутри диэлектрика равна

$$E = E_0 / (1 + \varkappa). \quad (11.7)$$

Величина $(1 + \varkappa) = \varepsilon$ называется **диэлектрической проницаемостью среды**. Она показывает, во сколько раз поле ослабляется диэлектриком и характеризует количественно свойство диэлектрика поляризоваться в электрическом поле.

Следовательно, при переходе из вакуума в среду напряженность электростатического поля всегда уменьшается. На границе двух диэлектриков нормальные составляющие напряженности поля меняются обратно пропорционально диэлектрическим проницаемостям, т.е. вектор напряженности на границе диэлектриков претерпевает скачкообразное изменение, также – на границе вакуум-диэлектрик. Все это создает неудобства при расчете электростатических полей. Поэтому для характеристики поля, кроме напряженности, употребляется **вектор электрического смещения (индукции)**, который для электрически изотропной среды равен

$$D = \varepsilon \varepsilon_0 E. \quad (11.8)$$

Вектор \vec{D} от свойств среды не зависит. Аналогично, как и поле \vec{E} , поле \vec{D} изображается с помощью **линий электрического смещения**, направление и густота которых определяются точно так же, как и для линий напряженности. Тогда, например, теорему Гаусса для потока вектора электрического смещения можно записать в виде

$$\Phi_D = \sum_{i=1}^n q_i. \quad (11.9)$$

11.3. Пьезоэлектрики и сегнетоэлектрики

Если кристаллический диэлектрик подвергается деформации, то относительные перемещения элементов структуры вызывают электронную и ионную

поляризации, что приводит к появлению зарядов на гранях кристалла. Это явление было названо **пьезоэлектрическим эффектом**, а диэлектрики, обладающие этим свойством, называются пьезоэлектриками. Пьезоэффект был открыт в 1880 г. братьями Кюри. В 1881 г. был открыт **обратный пьезоэлектрический эффект**, состоящий в том, что при внесении пьезокристалла в электрическое поле в нем возникают механические напряжения, под действием которых кристалл деформируется.

Пьезоэлектрическими свойствами обладают кварц, турмалин, сахар, сегнетовая соль, цинковая обманка. Эти свойства используются в датчиках, позволяющих регистрировать деформации и толчки, преобразуя их в электрические импульсы. Пьезоэффект кварца используется для возбуждения ультразвуковых волн.

Некоторые кристаллические диэлектрики в определенной области температур обладают спонтанной поляризацией, т.е. поляризованы в отсутствие электрического поля. Это явление было открыто у сегнетовой соли ($\text{NaKC}_4\text{H}_4\text{O}_6 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$), поэтому подобные вещества получили название **сегнетоэлектрики**. При комнатной температуре диэлектрическая проницаемость сегнетовой соли достигает $\epsilon=10000$. У титаната бария (BaTiO_3) сегнетоэлектрические свойства наблюдаются в широком интервале температур.

В кристаллах сегнетоэлектриков имеются макроскопические области, в которых дипольные моменты отдельных молекул ориентированы одинаково и в отсутствие внешнего электрического поля. Во внешнем поле по полю ориентируются целые поляризованные области (домены). Это объясняет громадное значение диэлектрической постоянной сегнетоэлектриков.

11. 4. Явление электростатической индукции. Распределение зарядов в проводнике

Проводник – это проводящие электрический ток тела, в которых носители заряда находятся в свободном состоянии (не связаны). Эти заряды способны перемещаться под действием сколь угодно слабого электрического поля. К проводникам относятся практически все металлы, а также растворы электролитов. В дальнейшем, если специально не оговаривается, мы будем рассматривать металлические проводники.

Если сообщить проводнику какой-либо заряд, поместив на него заряженные частицы, то эти заряженные частицы (одноименно) будут отталкиваться друг от друга, свободно перемещаясь. Удаляться друг от друга они будут до тех пор, пока не достигнут поверхности проводника. По поверхности они будут перемещаться до тех пор, пока не уравнивается сила со стороны соседних частиц. В результате внесенный на проводник заряд распределится по поверхности проводника с некоторой поверхностной плотностью, зависящей от формы поверхности. Что касается напряженности электрического поля внутри проводника, то она будет равна нулю и в этом случае.

Равенство напряженности поля внутри проводника нулю означает согласно (10.19), что потенциал во всех точках внутри проводника постоянен ($\varphi = \text{const}$), следовательно, и поверхность проводника также имеет одинако-

вый потенциал. Вектор \vec{E} на внешней поверхности проводника направлен по нормали к каждой точке его поверхности. Если бы существовала касательная направляющая \vec{E}_τ , то заряды начали бы перемещаться по поверхности, что противоречит равновесному распределению зарядов.

При внесении незаряженного проводника в электрическое поле свободные носители заряда приходят в движение: положительные в направлении вектора напряженности поля \vec{E} , отрицательные – в противоположную сторону. В результате этого на двух противоположных концах проводника появятся разноименные заряды, называемые **индукционными** зарядами. Поле этих зарядов направлено противоположно внешнему полю. Следовательно, накапливание зарядов у концов проводника приводит к ослаблению в нем поля. Перераспределение носителей заряда происходит до тех пор, пока напряженность поля внутри проводника не станет равной нулю. Индукционные (наведенные) на проводнике заряды распределяются по внешней поверхности проводника.

Явление, состоящее в разделении имеющихся в равных количествах положительных и отрицательных зарядов в незаряженном проводнике, помещенном во внешнее электростатическое поле, называется **электризацией через влияние** или **электростатической индукцией**.

Индукционные (наведенные) на проводнике заряды исчезают, когда проводник удаляют из электрического поля. Для того, чтобы отделить положительные индуцированные заряды от отрицательных, необходимо разъединить разноименно заряженные части проводника до его удаления из электростатического поля.

11.5. Электроемкость уединенного проводника

Рассмотрим уединенный проводник, т.е. проводник, который находится на достаточном удалении от других проводников, тел и зарядов. Сообщаем этому проводнику заряд q . Этот заряд распределяется по поверхности проводника так, что внутри проводника напряженность поля равна нулю. Характер распределения заряда q зависит только от формы проводника, причем каждая новая часть заряда распределяется по поверхности подобно предыдущей. Каждое увеличение заряда на проводнике связано с пропорциональным возрастанием потенциала, т.е. $q = C\varphi$, где C – коэффициент пропорциональности, который называют электрической емкостью проводника. Таким образом, **электроемкость** проводника численно равна величине заряда, который необходимо сообщить проводнику, чтобы увеличить его потенциал на единицу:

$$C = q/\varphi. \quad (11.10)$$

Электроемкость уединенного проводника зависит от его размеров, формы (так как избыточные заряды распределяются по внешней поверхности) и диэлектрической проницаемости среды, окружающей его, и не зависит от заряда на проводнике.

Единица электроемкости в СИ – **фарад** (Ф): один фарад – это электроемкость такого проводника, у которого потенциал возрастает на один вольт при сообщении ему заряда в один кулон – $1\text{Ф}=1\text{Кл}/1\text{В}$.

Найдем емкость сферической поверхности. Для этого определим потенциал сферической поверхности радиусом R с зарядом q . Напряженность сферической поверхности при $r \geq R$ определяется по формуле (10.11)

$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}$, и разность потенциалов между точками, лежащими на расстоянии r_1 и r_2 от центра сферы ($r_1 > R, r_2 > R$), равна

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E dr = \int_{r_1}^{r_2} \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_1} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_2}. \quad (11.11)$$

Если принять $r_1=R$ и $r_2=\infty$, то потенциал заряженной сферической поверхности

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R}. \quad (11.12)$$

Следовательно, согласно (11.10), емкость сферического проводника равна

$$C = \frac{q}{\varphi} = 4\pi\epsilon_0 R. \quad (11.13)$$

Отсюда следует, что емкостью в 1 Ф обладает уединенный шар радиусом $R=9 \cdot 10^6$ км, т.е. фарад – очень большая величина. Поэтому на практике используют более мелкие единицы: $1 \text{ мкФ} = 10^{-6} \text{ Ф}$, $1 \text{ пФ} = 10^{-12} \text{ Ф}$.

11.6. Конденсаторы

Для накопления большого заряда на уединенном проводнике проводник должен иметь очень большие размеры. На практике однако необходимо иметь устройства, которые могут накапливать большие заряды при малых размерах и небольших потенциалах относительно окружающих тел. Такие устройства должны состоять как минимум из двух проводников, и их называют конденсаторами.

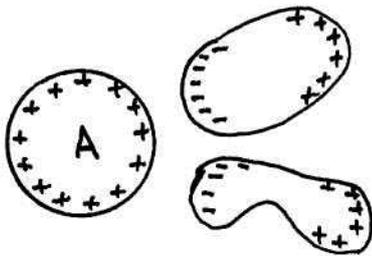


Рис.53

Если взять заряженный проводник A и вблизи другие незаряженные проводники, то его емкость будет больше, чем если бы он был уединенным. Дело в том, что при сообщении проводнику A заряда q окружающие его проводники заряжаются в результате электризации через влияние (электростатическая индукция), причем отрицательные заряды будут у ближнего конца проводника, положительные – у дальнего конца (рис.53). Эти заряды ослабляют поле, создаваемое зарядом q проводника A , т.е. понижают его потенциал, что приводит к повышению его емкости.

Еще больше будет емкость, если взять просто два близко расположенных друг от друга проводника, заряды которых численно равны, но противоположны по знаку (зарядка конденсатора). По форме конденсаторы могут быть плоские (две плоские пластины), цилиндрические (два коаксиальные цилиндра) и сферические (две концентрические сферы). Самая большая емкость у плоского конденсатора.

Еще больше будет емкость, если взять просто два близко расположенных друг от друга проводника, заряды которых численно равны, но противоположны по знаку (зарядка конденсатора). По форме конденсаторы могут быть плоские (две плоские пластины), цилиндрические (два коаксиальные цилиндра) и сферические (две концентрические сферы). Самая большая емкость у плоского конденсатора.

Если разность потенциалов между пластинами равна $\varphi_1 - \varphi_2$, а заряд q , то взаимная емкость двух проводников определяется по формуле

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}. \quad (11.14)$$

Взаимной емкостью двух проводников называется физическая величина, численно равная заряду, который нужно перенести с одного проводника на другой для изменения равности потенциалов между ними на единицу.

Величина емкости определяется геометрией конденсатора, а также диэлектрическими свойствами среды между обкладками. Для плоского конденсатора напряженность между пластинами из уравнения (10.10)

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{q}{\varepsilon\varepsilon_0 S},$$

где σ - поверхностная плотность заряда, ε - диэлектрическая проницаемость среды, ε_0 - вакуума, S - площадь обкладок. $\varphi_1 - \varphi_2 = Ed = \frac{qd}{\varepsilon\varepsilon_0 S}$ и

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}. \quad (11.15)$$

Для цилиндрического конденсатора емкость

$$C = \frac{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 l}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}, \quad (11.16)$$

где l - длина цилиндра, r_1 и r_2 - радиусы двух полых коаксиальных цилиндров ($r_2 > r_1$).

Для сферического конденсатора

$$C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1}, \quad (11.17)$$

где r_1 и r_2 - радиусы двух сфер ($r_2 > r_1$).

Для получения емкости определенного значения конденсаторы соединяют в батарею, при этом применяют параллельное и последовательное соединения.

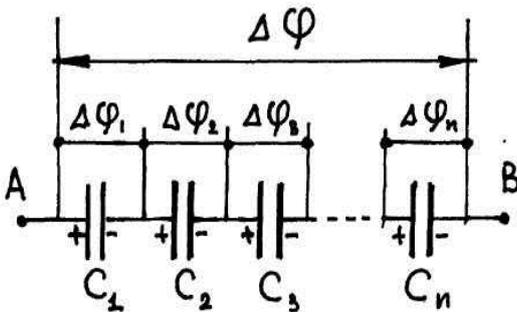


Рис.54

а) При последовательном соединении конденсаторов заряды всех обкладок равны по модулю, а разность потенциалов на зажимах батареи (рис. 54)

$$\Delta\varphi = \Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2 + \Delta\varphi_3 + \dots + \Delta\varphi_n = \sum_{i=1}^n \varphi_i,$$

где для любого из рассматриваемых конденсаторов $\Delta\varphi_i = q/C_i$.

Следовательно, емкость батареи последовательно соединенных конденсаторов

можно определить по формуле

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_n} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{C_i}\right). \quad (11.18)$$

Таким образом, при последовательном соединении конденсаторов результирующая емкость C всегда меньше наименьшей емкости, используемой в батарее.

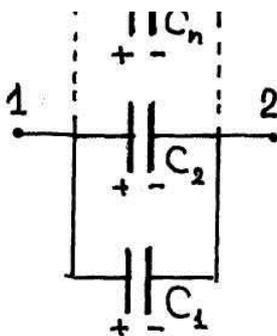


Рис.55

б) При параллельном соединении (рис.55) разность потенциалов на обкладках конденсаторов одинакова и равна $\varphi_1 - \varphi_2 = \Delta\varphi$. Общий заряд батареи параллельно соединенных конденсаторов равен сумме зарядов отдельных

конденсаторов: $q=q_1+q_2+q_3+\dots+q_n$.

Так как заряд каждого конденсатора равен $q_1 = C_1 \Delta\varphi$, $q_2 = C_2 \Delta\varphi$ и т.д., то $q = (C_1 + C_2 + \dots + C_n) \Delta\varphi$ и тогда

$$C = (C_1 + C_2 + \dots + C_n) = \sum_{i=1}^n C_i. \quad (11.19)$$

Таким образом, используя параллельное соединение большого числа конденсаторов, можно получить батареи, имеющие огромную емкость.

11.7. Энергия электростатического поля. Плотность энергии

а) *Энергия системы неподвижных точечных зарядов.* Если взять два точечных заряда q_1 и q_2 , то формула (10.15), записанная в виде $W = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r}$, будет определять энергию взаимодействия этих зарядов.

Энергия системы двух зарядов q_1 и q_2 измеряется работой, которую совершает сила электрического поля при удалении одного из этих зарядов в бесконечность. Если φ_{21} - потенциал поля первого заряда в точке, где находится второй заряд, и φ_{12} - потенциал поля второго заряда, где находится первый, то

$$W_{12} = q_1 \cdot \varphi_{12} = q_2 \cdot \varphi_{21} = \frac{1}{2} (q_1 \cdot \varphi_{12} + q_2 \cdot \varphi_{21}), \quad (11.20)$$

т.е. на каждый заряд приходится половина общей энергии взаимодействия зарядов q_1 и q_2 .

Для системы n неподвижных точечных зарядов

$$W_n = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n q_i \varphi_i, \quad (11.21)$$

где φ_i - потенциал, создаваемый всеми зарядами, кроме i -го в точке, где находится i -й заряд.

б) *Энергия заряженного проводника.* Увеличение энергии проводника dW при получении им заряда dq измеряется произведением потенциала проводника φ на dq :

$$dW = \varphi \cdot dq.$$

Энергия заряженного проводника

$$W = \int_0^q dW = \int_0^q \varphi \cdot dq = \int_0^q \frac{q}{C} dq = \frac{q^2}{2C}, \quad (11.22)$$

где q – полный заряд проводника, C – емкость проводника.

Учитывая связь заряда q , емкости C и потенциала φ : $C = \frac{q}{\varphi}$, найдем энергию проводника, заряженного зарядом q до потенциала φ

$$W = \frac{q\varphi}{2} = \frac{C\varphi^2}{2}. \quad (11.23)$$

в) *Энергия заряженного конденсатора.* При зарядке конденсатора совершается работа по переносу электрических зарядов с одной обкладки на другую против сил электрического поля с разностью потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2 = U$. Совершаемая работа идет на увеличение энергии конденсатора

$$dA = dW(\varphi_1 - \varphi_2) dq = U dq = \frac{q}{C} dq,$$

и энергия поля плоского конденсатора будет равна

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2}. \quad (11.24)$$

Используя выражение для энергии, можно найти силу, с которой пластины конденсатора притягиваются друг к другу. Если расстояние между пластинами x , то при смещении пластин на dx совершается работа

$$dA = F \cdot dx$$

за счет уменьшения потенциальной энергии системы

$$F dx = -dW,$$

или

$$F = -\frac{dW}{dx} = -\frac{d}{dx} \left(\frac{q^2}{2\epsilon\epsilon_0 S} \cdot x \right) = -\frac{q^2}{2\epsilon\epsilon_0 S}, \quad (11.25)$$

где знак минус указывает, что сила F стремится уменьшить x , т.е. является силой притяжения.

г) **Объемная плотность энергии электростатического поля.** Энергия поля плоского конденсатора будет равна

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{\epsilon\epsilon_0 SU^2}{2d} = \frac{\epsilon\epsilon_0 SE^2 d^2}{2d} = \epsilon\epsilon_0 \frac{E^2}{2} V,$$

где \vec{E} - напряженность электрического поля, V - объем плоского конденсатора.

Объемная плотность энергии электрического поля, т.е. энергия единицы объема, будет равна

$$\omega = \frac{W}{V} = \frac{1}{2} \epsilon\epsilon_0 \overline{E^2}. \quad (11.26)$$

Это соотношение остается справедливым и для произвольных полей.

Глава 12. Постоянный электрический ток

Если в проводнике создать электрическое поле, то носители заряда придут в упорядоченное движение. Это упорядоченное направленное движение называется **электрическим током**. Различают:

а) ток проводимости, когда микроскопические электрические заряды перемещаются внутри неподвижного макроскопического тела (твердого, жидкого или газообразного);

б) конвекционный ток, когда заряды переносятся вместе с макроскопическими частицами или телами, на которых они находятся;

в) ток в вакууме, когда заряженные частицы (ионы или электроны) движутся в вакууме.

12.1. Характеристики электрического тока

Электрический ток характеризуется **силой тока** - скалярной величиной, определяемой количеством электричества dq , проходящим через поперечное сечение проводника за малый промежуток времени dt

$$i = \frac{dq}{dt}. \quad (12.1)$$

Электрический ток может быть определен направленным движением положительных (dq_+) и отрицательных (dq_-) зарядов, тогда

$$i = \frac{dq_+}{dt} + \frac{dq_-}{dt},$$

но направление тока определяется направлением движения положительных зарядов.

Электрический ток может быть распределен по поверхности, через которую он течет, неравномерно. В этом случае ток можно характеризовать плотностью тока \vec{j} . Плотность тока – это вектор, численно равный отношению силы тока di через расположенную перпендикулярно к направлению движения носителей заряда площадку dS_\perp к величине этой площадки

$$\vec{j} = \frac{di}{dS_\perp}. \quad (12.2)$$

За направление вектора \vec{j} принимается направление вектора скорости \vec{U}_+ . Зная вектор плотности тока в каждой точке проводника, можно найти силу тока

$$i = \int_S \vec{j} dS.$$

Если известна концентрация носителей заряда (n_+ , n_-), элементарные заряды (e_+ и e_-) и скорости направленного движения (U_+ и U_-), то плотность тока можно определить по формуле

$$\vec{j} = n_+ e_+ U_+ + n_- e_- U_-,$$

или, если $en = \rho$ – объемная плотность заряда, то

$$\vec{j} = \rho_+ U_+ + \rho_- U_-.$$

Если за любые равные промежутки времени через поперечное сечение проводника проходят одинаковые заряды, ток называется постоянным (по величине и по направлению) и обозначается буквой I . Единица силы тока ампер (А) в СИ является основной.

12.2. Сторонние силы. Электродвижущая сила и напряжение

Пусть на концах проводника длиной l имеется разность потенциалов $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$, которая создает внутри него электрическое поле напряженностью \vec{E} , направленное в сторону падения потенциала (рис.56). При этом в проводнике возникает электрический ток, который идет от большего потенциала (φ_1) к меньшему (φ_2).

Движение положительных зарядов от φ_1 к φ_2 приводит к выравниванию потенциалов во всех точках. Электрическое поле в проводнике исчезнет, и ток прекратится. Очевидно, условием существования тока является наличие разницы потенциалов $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 \neq 0$, а для ее поддержания необходимо иметь специальное устройство, в котором сторонние силы неэлектрической природы производят разделение электрических зарядов на концах проводника (рис.56). Такое устройство называется источником тока. В качестве источников тока используются гальванические элементы, аккумуляторы, термоэлементы, электрические генераторы.

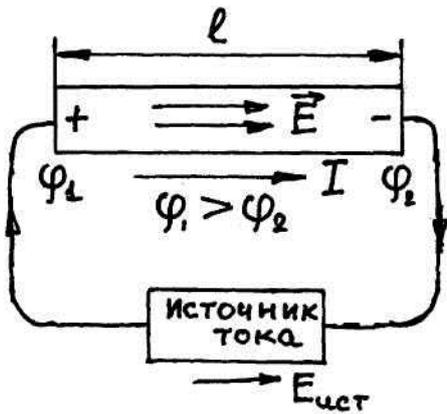


Рис.56

Сторонние силы, перемещая электрические заряды, совершают работу $A_{ст}$. Физическая величина, равная отношению работы, совершаемой сторонними силами при перемещении единичного положительного заряда вдоль всей цепи, включая и источник тока, к заряду, называется электродвижущей силой источника тока:

$$\mathcal{E} = \frac{A_{ст}}{q} \quad (12.3)$$

и измеряется в тех же единицах, что и потенциал φ , в вольтах (В).

Сторонняя сила $\vec{F}_{ст}$, действующая на заряд q , равна

$$\vec{F}_{ст} = \vec{E}_{ст} \cdot q,$$

где $\vec{E}_{ст}$ - напряженность поля сторонних сил. Тогда работа сторонних сил над зарядом q на замкнутом участке цепи

$$A_{ст} = \oint F_{ст} dl = q \oint E_{ст} dl,$$

а электродвижущая сила (ЭДС), действующая в цепи,

$$\mathcal{E} = \oint E_{ст} dl. \quad (12.4)$$

На некотором участке цепи 1-2 на заряд q кроме сторонних сил действуют также силы электростатического поля $\vec{F}_e = E_e \cdot q$, поэтому работа, совершаемая над зарядом q , на участке 1-2 равна

$$A_{12} = q \int_1^2 E_{ст} dl + q \int_1^2 E_e dl.$$

Используя выражения (12.4) и (10.19), можем записать

$$A_{12} = q\mathcal{E}_{12} + q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Физическая величина, равная работе, совершаемой электростатическими и сторонними силами, при перемещении единичного положительного заряда на данном участке, называется **падением напряжения** или просто **напряжением** U

$$U_{12} = (\varphi_1 - \varphi_2) + \mathcal{E}_{12}.$$

12.3. Закон Ома. Сопротивление проводников

Экспериментально исследуя прохождение тока через проводники, немецкий физик Г.Ом (1787-1854) в 1826 г. установил, что сила тока I , текущего по однородному металлическому проводнику, пропорциональна напряжению U на концах проводника:

$$I = GU, \quad (12.5)$$

где G – проводимость проводника. Величина, обратная проводимости $R = 1/G$, называется сопротивлением проводника, и формула (12.5) будет записана в виде

$$I = U/R. \quad (12.6)$$

Уравнение (12.6) выражает **закон Ома в интегральной форме для участка цепи**. Единицей измерения сопротивления является 1 Ом – сопротивление проводника, в котором при напряжении 1 В течет постоянный ток силой 1 А. Единица проводимости – сименс (См): 1 См – проводимость участка электрической цепи сопротивлением 1 Ом.

Сопротивление проводника цилиндрической формы сечением S и длиной l определяется соотношением

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (12.7)$$

где ρ - удельное сопротивление, которое измеряется в ом-метр (Ом·м). Самое маленькое удельное сопротивление у серебра ($1,6 \cdot 10^{-8}$ Ом·м) и меди ($1,7 \cdot 10^{-8}$ Ом·м). На практике кроме медных проводов применяют алюминиевые, хотя у них большее ρ ($2,6 \cdot 10^{-8}$ Ом·м), но зато они легче в 3,3 раза.

Если в выражение для сопротивления (12.7) подставим закон Ома (12.6), получим

$$\frac{l}{S} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{U}{l}, \quad (12.8)$$

и, учитывая, что $\frac{U}{l} = \vec{E}$ - напряженность электрического поля в проводнике, $\frac{l}{S} = j$ – плотность тока, формулу (12.8) можно записать в виде

$$j = \frac{1}{\rho} \vec{E} = \sigma \vec{E}, \quad (12.9)$$

где σ - удельная электрическая проводимость. Выражение (12.9) – закон Ома в дифференциальной форме.

При включении в цепь нескольких проводников при последовательном соединении их сопротивления складываются:

$$R = R_1 + R_2 + \dots + R_n,$$

а при параллельном – суммируются обратные значения сопротивлений

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}.$$

Удельное сопротивление металлических проводников, а следовательно, и сопротивление, как показывает опыт, зависит от температуры линейно:

$$\left. \begin{aligned} \rho &= \rho_0(1 + \alpha t) \\ R &= R_0(1 + \alpha t) \end{aligned} \right\}$$

где ρ и ρ_0 , R и R_0 – соответственно удельные сопротивления и сопротивления проводника при t и 0°C , α - температурный коэффициент сопротивления.

Так как для чистых металлов $\alpha=1/273$, то температурная зависимость сопротивления может быть представлена в виде

$$R = \alpha R_0 T,$$

где T – абсолютная температура. Исследования этой зависимости для некоторых металлов (например Al, Pb, Zn и др.) и их сплавов при очень низких температурах T (0,14-20 К) показали, что их сопротивление скачком становится равным нулю. Это явление называется сверхпроводимостью. Впервые явление сверхпроводимости было открыто в 1911 г. Г. Камерлинг-Оннесом для ртути.

12.4. Работа и мощность тока

В однородном проводнике, к которому приложено напряжение U , за время dt через его сечение переносится заряд $q=Idt$. При перемещении заряда под действием электрического поля ток I совершает работу

$$dA = qU = IUdt. \quad (12.10)$$

Используя закон Ома, формулу (12.10) можно записать в виде

$$dA = I^2 R dt = \frac{U^2}{R} dt. \quad (12.11)$$

Из (12.10) и (12.11) следует, что мощность тока

$$P = \frac{dA}{dt} = IU = I^2 R = U^2 / R. \quad (12.12)$$

Если в проводнике течет ток и он остается неподвижным, то вся работа тока идет на его нагревание, т.е. $dQ=dA$. Используя выражения (12.10) и (12.11), получим

$$dQ = IUdt = I^2 R dt = U^2 / R dt. \quad (12.13)$$

Формула (12.13) представляет собой **закон Джоуля-Ленца**, экспериментально установленный английским физиком Дж.Джоулем (1818-1889) в 1841 г. и независимо от него русским физиком Э.Х.Ленцем (1804-1865) в 1842 г.

Количество теплоты, выделяемой в единицу времени в единице объема, является плотностью тепловой мощности ω :

$$\omega = \frac{dQ}{S l dt},$$

где S – поперечное сечение проводника, l – длина проводника, dt – время прохождения тока.

Принимая во внимание, что $dQ = I^2 R dt$, а $R = \rho \frac{l}{S}$, получим

$$\omega = \frac{I^2 R dt}{S l dt} = \frac{I^2 \rho}{S^2}.$$

Так как $\frac{I}{S} = j$ – плотность тока, то

$$\omega = \rho j. \quad (12.14)$$

Используя закон Ома в дифференциальной форме ($j = \sigma E$) и соотношение $\rho = 1/\sigma$, получим

$$\omega = jE = \sigma E^2. \quad (12.15)$$

Формулы (12.14) и (12.15) являются законом Джоуля-Ленца в дифференциальной форме, пригодным для любого проводника, для постоянного и переменного тока.

12.5. Закон Ома для неоднородного участка и замкнутой цепи

Участок электрической цепи, на котором не действует ЭДС, называется однородным. Участок 1-2, где действует ЭДС, называется **неоднородным**. Напряжение на таком участке определяется по формуле

$$U_{12} = (\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon_{12}, \quad (12.16)$$

где $(\varphi_1 - \varphi_2)$ – разность потенциалов на концах участка 1-2, ε_{12} – ЭДС, действующая на участке 1-2.

Если сопротивление участка 1-2 равно R , то силу тока можно определить как

$$I = \frac{U_{12}}{R} = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon_{12}}{R}. \quad (12.17)$$

Выражение (12.17) представляет собой закон Ома для неоднородного участка цепи в интегральной форме.

Если неоднородный участок цепи 1-2 замкнут, то выбранные точки 1 и 2 совпадают и $\varphi_1 = \varphi_2$; тогда из (12.17) получаем закон Ома для замкнутой (полной) цепи:

$$I = \varepsilon_{12}/R, \quad (12.18)$$

где ε_{12} - ЭДС, действующая в цепи, а R - суммарное сопротивление всей цепи. В общем случае сопротивление $R = r + R_1$, r - внутреннее сопротивление источника, R_1 - внешнее сопротивление цепи. Поэтому закон Ома для замкнутой (полной) цепи будет иметь вид

$$I = \varepsilon_{12}/(R_1 + r). \quad (12.19)$$

12.6. Правило Кирхгофа для разветвленных цепей

Закон Ома позволяет рассчитать параметры замкнутой цепи без разветвлений. Однако на практике такие цепи редкое исключение. Обычно встречаются цепи, содержащие смешанные соединения проводников, и, кроме того, в этих цепях могут быть участки, содержащие ЭДС. Для расчета таких цепей используются два правила, которые были установлены в 1847 г. немецким физиком Г. Кирхгофом (1824-1887).

Первое правило Кирхгофа: алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю, если считать подходящие к узлу токи положительными и отходящие - отрицательными:

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0. \quad (12.20)$$

Узлом в разветвленной цепи называется точка, где сходятся три и более проводников. Первое правило выражает закон сохранения электрического заряда. В противном случае в узлах осуществилось бы накопление заряда, так как за единицу времени к узлу подходило бы и от узла уходило бы разное количество электричества.

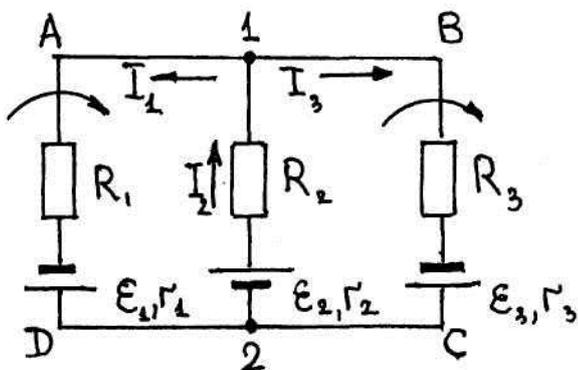


Рис.57

Например, в цепи с разветвлениями, изображенной на рис.57, узлов два (1 и 2). При выбранном направлении токов для узла 1 первое правило запишется в виде

$$I_2 - I_1 - I_3 = 0.$$

Если значение какого-либо из токов в результате решения получится отрицательным, это значит, что выбранное направление следует изменить на противоположное.

Второе правило Кирхгофа, которое является обобщенным законом Ома для разветвленных цепей, гласит, что в любом замкнутом контуре, произвольно

выбранном в разветвленной электрической цепи, алгебраическая сумма произведений сил токов на сопротивления (включая и внутренние) соответствующих участков этого контура (падения напряжений) равна алгебраической сумме ЭДС ε , встречающихся в этом контуре

$$\sum_{i=1}^n I_i R_i = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i. \quad (12.21)$$

Контуром называется замкнутый участок в разветвленной цепи. В представленной на рис.57 цепи таких контуров три: первый A12DA, второй 1BC21, третий ABCDA. Для первого контура второе правило запишется в виде:

$$-I_1 R_1 - I_1 r_1 - I_2 R_2 - I_2 r_2 = -\varepsilon_1 - \varepsilon_2;$$

для второго контура

$$I_2 R_2 + I_2 r_2 + I_3 R_3 + I_3 r_3 = \varepsilon_2 + \varepsilon_3.$$

При обходе контура ЭДС берется со знаком «+», если ЭДС потенциал повышается.

Глава 13. Электрические токи в различных средах и вакууме

13.1. Электрический ток в металлах

В начале прошлого столетия голландским физиком Г.А. Лоренцем (1853-1928) и немецким физиком П. Друде (1863-1906) была создана классическая электронная теория проводимости металлов, основанная на том, что электроны в металлах свободно перемещаются по всему объему проводника.

а) **Электронная теория проводимости металлов.** В металлической связи атомы при сближении теряют с внешней электронной оболочки так называемые валентные электроны и образовавшиеся положительные ионы объединяются в виде правильной кристаллической решетки. Потерявшие связь со своими атомами свободные электроны хаотически движутся в металле, как бы стягиваемые положительными ионами. Поведение свободных электронов можно рассматривать подобно поведению молекул газа, т.е. свободные электроны будут представлять собой своеобразный *электронный газ*, к которому применимы законы кинетической теории идеального газа.

Если приложить к металлическому проводнику разность потенциалов, то возникшее электрическое поле напряженностью \vec{E} вызовет упорядоченное движение свободных электронов со скоростью V , которое будет накладываться на их хаотическое движение.

Основное положение электронной теории о том, **что ток в металлах обусловлен направленным движением свободных электронов**, было подтверждено рядом экспериментов. Первый опыт провел в 1901 г. немецкий физик К. Рикке (1845-1915). Он пропускал в течение года ток через три металлических цилиндра, плотно прижатых торцами друг к другу; наружные были медные, внутренний – алюминиевый. За год через цилиндры прошел заряд 3,5 МКл, но никакого взаимопроникновения металлов не произошло. Отсюда был сделан вывод: ток в металлах обусловлен не движением ионов, а движением одинаковых для всех металлов частиц – электронов.

В 1913 г. русские физики Л.И. Мандельштам (1879-1944) и Н.Д. Папалекси (1880-1947) провели опыт, который стал более доказательным, что проводимость в металлах обусловлена электронами. Они брали намотанный на катушку металлический проводник, к концам которого присоединяли телефон. Катушку приводили в колебательное движение вокруг оси. За счет движения свободных электронов по инерции в проводнике возникал электрический ток, и телефон издавал звук.

Эксперимент был усовершенствован американскими физиками Т. Стюартом и Р. Толменом (1916 г.). Катушка приводилась в быстрое вращательное движение вокруг оси и затем резко тормозилась. Выводы катушки замкнуты на баллистический гальванометр. При торможении через гальванометр проходит импульс тока, связанный с инерцией свободных зарядов в проводнике катушки. Проведенный опыт позволил определить отношение заряда к массе элементарного носителя заряда в металле $\frac{e}{m} = 1,76 \cdot 10^{11}$ Кл/кг (удельный заряд). Полученный результат совпадает с отношением $\frac{e}{m}$ для электрона. Таким образом, опыт Стюарта и Толмена установил, что носителями электрического тока в металлах являются свободные электроны.

Электронная теория дала качественное объяснение законов Ома, Джоуля-Ленца, взаимосвязь теплопроводности и электропроводности и количественно объяснила их. Рассмотрим, как это было сделано.

Если внутри металла создано однородное электрическое поле напряженностью \vec{E} , то на электрон действует сила $\vec{F} = e\vec{E}$, сообщая ему ускорение в промежутке между положительными ионами кристаллической решетки металла. За время свободного пробега τ скорость направленного движения электрона возрастает от 0 до $V_{max} = \frac{eE}{m} \tau$.

Если $\tau = \lambda/\bar{U}$, где λ - длина свободного пробега, \bar{U} - средняя скорость хаотического движения электрона, то в среднем электрон движется направленно со скоростью

$$V_{cp} = \frac{e\vec{E}}{2m} \lambda/\bar{U}.$$

Если концентрация свободных зарядов n , то плотность тока

$$j = enV_{cp} = \frac{ne^2\lambda}{2m\bar{U}} \vec{E}.$$

Это выражение есть закон Ома в электронной теории Друде-Лоренца, записанный в дифференциальной форме, удельная проводимость

$$\sigma = \frac{ne^2\lambda}{2m\bar{U}} = \frac{1}{\rho}, \quad (13.1)$$

где ρ – удельное сопротивление.

В конце свободного пробега электрон приобретает дополнительную кинетическую энергию, средняя величина которой равна

$$\Delta W = \frac{mV_{max}^2}{2} = \frac{e^2 E^2 \lambda^2}{2m\bar{U}^2} = \frac{e^2 \lambda^2}{2m\bar{U}} E^2.$$

Следовательно, в единице объема за единицу времени должно выделяться

$$\mathcal{W} = \frac{n\Delta W}{\tau} = n \frac{e^2 \lambda}{2m\bar{U}} \overline{E^2},$$

где $\sigma = \frac{ne^2\lambda}{2m\bar{U}}$ и $\mathcal{W} = \sigma \overline{E^2}$. Это есть закон Джоуля-Ленца в дифференциальной форме по теории Друде-Лоренца.

Из опыта известно, что металлы с высокой электропроводностью имеют и большую теплопроводность. Видеман и Франц в 1853 г. экспериментально доказали, что отношение теплопроводности α к удельной электропроводности σ для всех металлов при одной и той же температуре одинаково и увеличивается пропорционально абсолютной температуре

$$\frac{\alpha}{\sigma} = \beta T,$$

где β - постоянная, не зависящая от рода металла.

Электронная теория проводимости металлов позволила найти значение β :

$\beta = 3 \left(\frac{k^2}{e^2} \right)$, где k – постоянная Больцмана, e – заряд электрона. Это значение хорошо согласуется с экспериментальными результатами, полученными Видеманом и Францем.

б) **Недостатки классической электронной теории проводимости металлов.** Классическая теория металлов дала объяснение законов Ома и Джоуля-Ленца, а также качественно объяснила закон Видема-Франца, однако некоторые выводы электронной теории оказались противоречащими опытными данным. Это прежде всего касается зависимости удельного сопротивления от температуры. Согласно опыту

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t) = \rho_0 \left(1 + \frac{1}{273} t \right) = \rho_0 \frac{273+t}{273} = \rho_0 \frac{T}{T_0} \sim T,$$

где ρ_0 - удельное сопротивление при $T_0=273$ К.

Из теории же согласно формуле (13.1)

$$\rho = \frac{2m\bar{U}}{e^2 n \lambda} = \frac{2m}{e^2 n \lambda} \sqrt{\frac{8RT}{\pi m}} \sim T^{1/2},$$

т.е. удельное сопротивление по электронной теории пропорционально \sqrt{T} , а на практике ρ пропорционально T .

Электронная теория проводимости вступает в противоречие с опытом и по поводу количественной оценки мольной теплоемкости металлов. Согласно закону Дюлонга и Пти теплоемкость металлов равна $3R$. Учитывая, что теплоемкость электронного газа равна $3/2R$, получаем теплоемкость $4,5R$. Однако опыт показывает, что она равна $3R$, т.е. наличие электронов проводимости не оказывает влияние на теплоемкость металлов.

Несмотря на неспособность классической электронной теории дать объяснение ряду явлений, она сохранила значение до сих пор, так как обладает значительной простотой и наглядностью.

13.2. Работа выхода электронов из металла. Термоэлектронная эмиссия

Электроны в металле, совершая беспорядочное тепловое движение, могут вылететь за пределы металла, и у его поверхности образуется электронное облако. Сама поверхность заряжается положительно. Эти заряды и электронное облако образуют двойной электрический слой, электрическое поле которого препятствует вылету электронов из металла.

Наименьшая работа, которую должен совершить электрон для выхода из металла в вакуум, называется работой выхода. Работа выхода зависит от химической природы металла и состояния его поверхности. Загрязнения поверхности заметно уменьшают работу выхода. Работа выхода для чистых металлов составляет от 1,8 эВ до 6,3 эВ ($1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$).

Если сообщить электронам в металлах энергию, необходимую для преодоления работы выхода, то часть электронов может покинуть металл. Это явление называется электронной эмиссией («испарение»). Эмиссию можно получить следующими способами:

1) Нагреть металл до очень высокой температуры, при этом электроны в результате теплового движения приобретают большую кинетическую энергию и могут преодолевать работу выхода. Такая эмиссия будет **термоэлектронной**;

2) Воспользоваться сильным электрическим полем, которое «срывало» бы электроны с поверхности металла. Такая эмиссия электронов называется **холодной** или **автоэлектронной**;

3) Облучить металл электромагнитным излучением (светом, ультрафиолетовыми или рентгеновскими лучами). Такой способ эмиссии называется **фотоэлектрическим эффектом**;

4) Произвести бомбардировку поверхности металла электронами, ионами или другими частицами. Если эта бомбардировка производится электронами, то эмиссия обусловлена тем, что число вылетающих электронов больше, чем число бомбардирующих электронов, в $1,2 \div 1,8$ раза, а для поверхностей, покрытых тонким слоем окислов, – в десятки раз; такой способ вырывания называется **вторичной электронной эмиссией**.

13.3. Термоэлектрические явления

В 1797 г. итальянский физик А.Вольта (1745-1827) экспериментально установил, что при плотном контакте двух различных металлов возникает между ними разность потенциалов. Он установил два закона:

1. Контактная разность потенциалов зависит от химического состава металлов и температуры.

2. Контактная разность потенциалов при последовательном соединении нескольких металлов равна разности потенциалов, которая возникнет, если бы были соединены только концевые проводники.

Рассмотрим причины, вызывающие контактную разность потенциалов. Приведем в контакт два металла 1 и 2, причем $A_2 > A_1$ (A_1 и A_2 – работы выхода). Очевидно, что электрон, попавший на раздел металлов, будет втянут во второй металл, так как со стороны второго металла действует большая сила ($A_2 > A_1$).

Следовательно, через поверхность соприкосновения происходит перекачка свободных электронов из первого во второй металл. Происходить это будет до тех пор, пока работа по перемещению электрона за счет контактной разности потенциалов не станет равной разности работ выхода:

$$e(\varphi_1' - \varphi_2') = A_2 - A_1,$$

или

$$\varphi_1' - \varphi_2' = -\frac{(A_1 - A_2)}{e}. \quad (13.2)$$

Различие в работах выхода не единственная причина появления контактной разности потенциалов. Формула (13.2) получена при условии, что концентрация свободных электронов в металлах одинакова. Если же предположить, что концентрация электронов n_1 в металле 1 больше, чем концентрация электронов n_2 в металле 2 ($n_1 > n_2$), то начнется преимущественный перенос электронов из первого металла во второй, в результате чего первый металл зарядится положительно, а второй отрицательно. Между металлами возникнет разность потенциалов $\varphi_1'' - \varphi_2''$, которая равна

$$\varphi_1'' - \varphi_2'' = \frac{kT}{e} \ln \frac{n_1}{n_2}, \quad (13.3)$$

где k – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура.

Полная контактная разность потенциалов будет равна

$$\varphi_1 - \varphi_2 = -\frac{(A_1 - A_2)}{e} + \frac{kT}{e} \ln \frac{n_1}{n_2}. \quad (13.4)$$

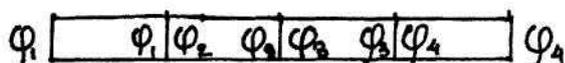


Рис.58

Из формулы (13.4) непосредственно следует первый закон Вольта. Для вывода второго закона составим цепь из нескольких металлических проводников, соединенных последовательно (например, четырех) и имеющих одинаковую температуру (рис.58). Очевидно, что

$$\varphi_1 - \varphi_4 = (\varphi_1 - \varphi_2) + (\varphi_2 - \varphi_3) + (\varphi_3 - \varphi_4),$$

и, учитывая (13.4), получим

$$\varphi_1 - \varphi_4 = -\frac{(A_1 - A_4)}{e} + \frac{kT}{e} \ln \frac{n_1}{n_4}.$$

Если теперь соединить между собой концевые проводники (т.е. цепь замкнуть), то существующая между ними разность потенциалов компенсируется равной разностью потенциалов $\varphi_1 - \varphi_4$, возникающей в месте контакта проводников 1 и 4. Поэтому контактная разность потенциалов не создает тока в замкнутой цепи металлических проводников, имеющих одинаковую температуру. Однако если температура контактов неодинакова, то в цепи возникает электрический ток, называемый термоэлектрическим. Это явление обнаружил немецкий физик Т. Зеебек (1770-1831).

Рассмотрим замкнутую цепь, состоящую из двух металлических проводников 1 и 2 с температурами спаев T_a и T_b ($T_a > T_b$) (рис.58). При разной температуре спаев в цепи появляется ЭДС

$$\varepsilon = (\varphi_1 - \varphi_2)_a + (\varphi_2 - \varphi_1)_b = \left(-\frac{(A_1 - A_2)}{e} + \frac{kT_a}{e} \ln \frac{n_1}{n_2} \right) - \left(-\frac{(A_2 - A_1)}{e} + \frac{kT_b}{e} \ln \frac{n_1}{n_2} \right) = \frac{k}{e} \ln \frac{n_1}{n_2} (T_a - T_b),$$

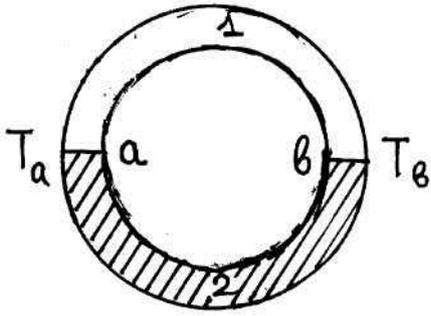


Рис.59

откуда

$$\varepsilon = \alpha(T_a - T_b),$$

(13.5)

где $\alpha = \frac{k}{e} \ln \frac{n_1}{n_2}$ - удельная термоэлектродвижущая сила (в мкВ/град).

Такое устройство, состоящее из двух раз-

нородных проводников, может быть использовано для измерения температур. Оно носит название термопары. Термопары также могут использоваться в качестве источника тока, если их соединить в батарею. Правда, КПД такой батареи не превышает 5%.

Явление, обратное возникновению термоэдс, было открыто в 1834 г. французским физиком Ж. Пельтье (1785-1845). Он обнаружил, что если через термопару, спаи которой находятся при одинаковой температуре ($T_1=T_2$) пропускается электрический ток от внешнего ЭДС, то температура одного спаи начнет повышаться, а другого понижаться, т.е. дополнительно к джоулевой теплоте в одном спае будет выделяться, а в другом поглощаться теплота. Явление Пельтье можно использовать для создания холодильных машин.

13.4. Ток в полупроводниках
Проводники имеют удельное сопротивление $\rho_{\text{п}} \approx 10^{-7}$ Ом·м, а диэлектрики $\rho_{\text{д}} \approx 10^8$ Ом·м. Вещество, у которых удельное сопротивление ρ лежит между $\rho_{\text{п}}$ и $\rho_{\text{д}}$, называют полупроводниками. При высоких температурах полупроводники по электропроводности приближаются к металлам, а при низких температурах являются хорошими изоляторами. Типичными представителями полупроводников являются кремний, германий, селен, теллур (элементы IV группы таблицы Менделеева), менее ярко полупроводниковые свойства проявляются у оксидов, сульфидов, селеноидов и некоторых сплавов.

13.4. Ток в полупроводниках

Как и у металлов, проводимость полупроводников обусловлена перемещением электронов. Но в полупроводниках характер поведения электронов обуславливают, в отличие от металлов, некоторые особенности. Во-первых, *сопротивление полупроводников уменьшается с повышением температуры*. Во-вторых, *электрический ток обусловлен не только перемещением свободных электронов, но и перемещением связанных (с атомами) вакансий* (получивших название *дырок*). В-третьих, *небольшое количество примеси может сильно изменить сопротивление полупроводника*.

Как и у металлов, проводимость полупроводников обусловлена перемещением электронов. Но в полупроводниках характер поведения электронов обуславливают, в отличие от металлов, некоторые особенности. Во-первых, *сопротивление полупроводников уменьшается с повышением температуры*. Во-вторых, *электрический ток обусловлен не только перемещением свободных электронов, но и перемещением связанных (с атомами) вакансий* (получивших название *дырок*). В-третьих, *небольшое количество примеси может сильно изменить сопротивление полупроводника*.

Различают *собственные* и *примесные* полупроводники. Собственными полупроводниками являются химически чистые полупроводники. Рассмотрим например, германий. Этот элемент четырехвалентный, т.е. у него на внешней электронной оболочке четыре электрона, каждый из которых одновременно принадлежит одному из четырех соседних атомов германия. Таким образом, связи между атомами осуществляются парами электронов. Плоская схема электронных связей изображена на рис. 60 (линиями показаны электронные связи).

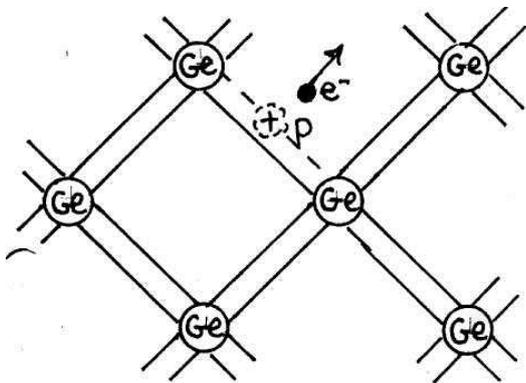


Рис.60

При низких температурах и отсутствии других внешних факторов полупроводники ведут себя как диэлектрики. Под влиянием внешнего воздействия (нагревание, освещение и т.п.) некоторые связи рвутся и электрон становится свободным. Уход электрона равносителен появлению в области бывшей связи положительного заряда P, равного по величине заряду электрона (рис.60). Такой положительный заряд принято называть *дыркой*.

Итак, *одновременно* с возникновением свободного электрона образуется дырка. Проводимость собственных полупроводников, обусловленная электронами, называется *электронной проводимостью* или *проводимостью n-типа* (от лат. negative – отрицательный). Проводимость, обусловленная квазичастицами (дырками), называется *дырочной проводимостью* или *проводимостью p-типа* (от лат. positive – положительный).

При повышении температуры число свободных электронов в полупроводнике возрастает; увеличение концентрации свободных электронов повышает проводимость и соответственно снижает сопротивление полупроводников. С другой стороны, с ростом температуры усиливается хаотическое движение атомов полупроводника, тем самым затрудняется упорядоченное движение электронов, что вызывает увеличение сопротивления полупроводника. Однако влияние роста концентрации свободных электронов на сопротивление полупроводника преобладает над влиянием усиления хаотического движения атомов. Поэтому с повышением температуры сопротивление полупроводника уменьшается. В металле же концентрация свободных электронов при увеличении температуры не меняется, а усиление хаотического движения атомов металла приводит при повышении температуры к возрастанию сопротивления.

При повышении температуры число свободных электронов в полупроводнике возрастает; увеличение концентрации свободных электронов повышает проводимость и соответственно снижает сопротивление полупроводников. С другой стороны, с ростом температуры усиливается хаотическое движение атомов полупроводника, тем самым затрудняется упорядоченное движение электронов, что вызывает увеличение сопротивления полупроводника. Однако влияние роста концентрации свободных электронов на сопротивление полупроводника преобладает над влиянием усиления хаотического движения атомов. Поэтому с повышением температуры сопротивление полупроводника уменьшается. В металле же концентрация свободных электронов при увеличении температуры не меняется, а усиление хаотического движения атомов металла приводит при повышении температуры к возрастанию сопротивления.

В *чистых* полупроводниках проводимости n- и p-типа одинаковы. Такая *электронно-дырочная* проводимость называется *собственной проводимостью полупроводника*. Однако идеально чистых полупроводников в природе нет. Между тем наличие даже небольшой концентрации примеси оказывает большое влияние на проводимость полупроводника, создавая *примесную проводимость*. Примеси, приводящие к увеличению концентрации свободных электронов, называются *донорными* (дающими), а такие примесные полупроводники называются полупроводниками n-типа. Примеси, которые приводят к

увеличению концентрации дырок, называются **акцепторными** (принимающими), а полупроводники будут р-типа.

Рассмотрим возникновение примесных полупроводников n- и р-типа на примере того же германия. Введем в германий **пятивалентный мышьяк**, который станет на место атома германия. Каждый атом мышьяка войдет в связь четырьмя своими валентными электронами с четырьмя соседними атомами германия. Пятый электрон окажется свободным. Примесь мышьяка в количестве 0,0001% увеличивает число свободных электронов в германии в 1000 раз.

Введение в германий трехвалентного индия приводит к тому, что атом индия войдет в соединение тремя внешними электронами с тремя соседними атомами германия, а одна связь будет отсутствовать, т.е. образуется дырка. В результате при введении трехвалентной примеси германий обогатится дырками и примесная дырочная проводимость станет в нем основной. Таким образом, путем введения в полупроводник малых доз соответствующих примесей можно в широких пределах изменять величину и тип проводимости полупроводника.

Важное значение с практической точки зрения имеет контакт двух полупроводников с различным типом проводимости – электронным и дырочным. Такой контакт носит название n-p-переход. Так как в контактирующих полупроводниках в одном много электронов, а в другом – много дырок, то начнется диффузия электронов из полупроводника n-типа в полупроводник р-типа. В результате пограничный слой со стороны р-полупроводника заряжается отрицательно, а со стороны n-проводника – положительно (рис.61).

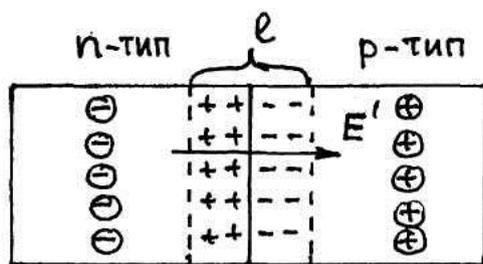


Рис.61

В этом слое возникает электрическое поле с напряженностью E' , которое будет препятствовать дальнейшему переходу электронов. Толщина слоя $l \approx 10^{-5}$ см, а контактная разность в слое – порядка 0,1 В. Такую разность потенциалов могут преодолеть только электроны и дырки с большой кинетической энергией, соответствующие температуре в несколько тысяч кельвинов. При нормальных

температурах переход электронов из полупроводников n-типа в полупроводник р-типа затруднен, а из р-типа в n-типа затруднен переход дырок. Поэтому пограничный слой l называется **запирающим**.

Сопротивление запирающего слоя можно изменить с помощью внешнего электрического поля. Если напряженность внешнего электрического поля E будет совпадать с напряженностью запирающего слоя E' , то электроны и дырки еще дальше уйдут от места контакта полупроводников. Запирающий слой расширится, и его сопротивление возрастет. Ток через контакт проходить не будет. Точнее, ток будет очень слабый, обусловленный собственной проводимостью. Такая ситуация будет наблюдаться, если на полупроводнике n-типа будет положительная полярность, а на р-типа – отрицательная.

Если изменить полярность приложенного внешнего напряжения, то напряженность E внешнего поля будет направлена противоположно напряженности E' и электроны и дырки будут перемещаться навстречу друг другу. Запирающий слой сузится и даже может исчезнуть, и его сопротивление уменьшится. Через полупроводники пойдет сильный ток. Таким образом, р-п-переход обладает односторонней проводимостью, т.е. является *диодом*.

Из полупроводников п- и р-типа можно составить термопару. ТермоЭДС полупроводниковых термопар в 100 раз больше, чем у металлических термопар, а их коэффициент полезного действия доходит до 8%.

13.5. Ток в жидкостях

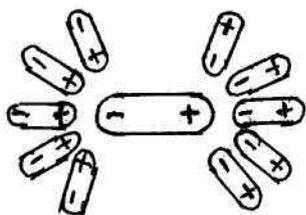


Рис.62

Вещества, раствор которых в воде и других диэлектрических жидкостях проводит электрический ток, называются *электролитами*. Электропроводность электролитов обусловлена наличием в них положительных и отрицательных ионов, образовавшихся при *электролитической диссоциации* как молекул самой жидкости, так и молекул растворенного вещества.

Молекулы электролита и растворителя являются дипольными. Поэтому в растворе каждую молекулу электролита окружает группа молекул растворителя, которые разрывают молекулу электролита (рис. 62). В результате большинство молекул электролита распадаются на положительные ионы (*катионы*) и отрицательные ионы (*анионы*). Например, молекулы NaCl распадаются в воде на катионы Na^+ и анионы Cl^- . Этот процесс и называется электролитической диссоциацией. В отсутствие электрического поля ионы электролита движутся хаотически. При наличии электрического поля начинается упорядоченное движение катионов и анионов. В жидкости возникает электрический ток. Такого рода проводимость называется *ионной*.

Плотность тока j в жидкости равна

$$j = q_+ \cdot n_+ \cdot U_+ + q_- \cdot n_- \cdot U_-, \quad (13.6)$$

где q_+ и q_- - заряды катионов и анионов, n_+ и n_- - концентрации этих ионов, U_+ и U_- - средние скорости упорядоченного движения этих ионов.

Учитывая, что $q_+ \cdot n_+ = q_- \cdot n_- = qn$ и что $q = ze$, где z - валентность иона, e - заряд электрона, получим

$$j = ezn(U_+ + U_-). \quad (13.7)$$

Скорости движения ионов определяются из условия, что в электрическом поле на ион действуют две силы. С одной стороны, электрическая сила $F_3 = qE$, где E - напряженность поля. С другой стороны если считать ион шаром с радиусом r , то на ион действует сила сопротивления, определяемая законом Стокса

$$F_{тр} = 6\pi\eta rU,$$

где η - вязкость жидкости. При установившемся движении $F_3 = F_{тр}$, тогда

$$U = \frac{qE}{6\pi\eta r} = \alpha E, \quad (13.8)$$

где $\alpha = \frac{q}{6\pi\eta r}$ - подвижность иона.

При комнатной температуре $\alpha \approx 5 \cdot 10^{-8} \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$.

Учитывая (13.8), выражение для плотности тока запишем в виде

$$j = ezn(\alpha_+ + \alpha_-)E. \quad (13.9)$$

С учетом закона Ома в дифференциальной форме $j = \sigma E$, получим удельную электропроводность жидкости в виде

$$\sigma = ezn(\alpha_+ + \alpha_-). \quad (13.10)$$

Подходя к электродам при прохождении тока через жидкость, ионы электролита нейтрализуются и оседают на электродах или же выделяются около электрода в виде газа. Выделение на электродах продуктов разложения раствора электролита называется *электролизом*. Количественные закономерности при электролизе в 1836 г. установил английский физик М.Фарадей.

Если за время t у электрода нейтрализуется n' ионов, т.е. нейтрализуется заряд $q = eZn'$, то на электроде оседает масса вещества $M = mn'$, где m – масса иона. Отношение $M/q=k$ является *электрохимическим эквивалентом*. Тогда

$$M = qk = kIt \quad (13.11)$$

выражает первый закон Фарадея.

Электрохимический эквивалент

$$k = \frac{M}{q} = \frac{mn'}{eZn'} = \frac{m}{eZ}.$$

Домножим числитель и знаменатель на число Авагадро и после преобразований получим

$$k = \frac{N_A m}{N_A e Z} = \frac{\mu}{N_e e Z} = \frac{\mu}{FZ}, \quad (13.12)$$

где $F = N_A e = 9,65 \cdot 10^4$ Кл/моль – число Фарадея, μ/Z - химический эквивалент. Следовательно, электрохимический эквивалент пропорционален химическому эквиваленту – это второй закон Фарадея.

Объединив оба закона, получим

$$M = \frac{1}{F} \cdot \frac{\mu}{Z} \cdot q = \frac{1}{F} \cdot \frac{\mu}{Z} \cdot I \cdot t. \quad (13.13)$$

Электролиз находит весьма широкое применение в технике. В 1838 г. русский физик Б.С. Якоби (1801-1874) применил электролиз для изготовления металлических слепков с рельефных изделий (*гальванопластика*). Модель из воска покрывается проводящим слоем графита, а затем включается в качестве катода при электролизе. Электролитом служит раствор соли, содержащий металл, из которого хотят получить слепок. Полученный слепок легко отделяется от катода.

С помощью электролиза наносят на поверхность металлических изделий тонкий слой другого металла (*гальваностегия*). Это делается с декоративными целями (золочение, серебрение, платинирование), а также для создания антикоррозийных покрытий (никелирование, хромирование, кадмирование и др.). Путем электролиза расплавленных руд получают алюминий, натрий, магний, бериллий и некоторые другие металлы. Например, сырьем для получения алю-

миния служат обычно бокситы, содержащие глинозем (Al_2O_3). В качестве электродов применяются угольные электроды.

Электролиз применяют также для рафинирования (очистки) металла. Для этого пластина из очищаемого металла включается в качестве анода. Электролитом служит раствор соли очищаемого металла. При соответствующем токе на катоде будет только данный металл, а примеси выпадут в осадок.

13.6. Электрический ток в газах

Газы при атмосферном давлении являются хорошими изоляторами. Переносчики зарядов в них почти отсутствуют. Проводящим электрический ток газ становится только в том случае, когда происходит ионизация молекул газа. При ионизации из молекулы газа под влиянием внешнего воздействия вырывается электрон, в результате чего молекула становится *положительным ионом*. Вырвавшийся электрон может оставаться свободным или может присоединиться к нейтральной молекуле, превращая ее в *отрицательный ион*. Таким образом, в ионизированном газе имеются катионы, анионы и свободные электроны. Ионизация происходит под действием тепла, при облучении ультрафиолетовым, рентгеновским или γ - излучением.

Наряду с ионизацией в газе идет и обратный процесс, процесс рекомбинации электронов. В результате устанавливается равновесное состояние, характеризующееся определенной концентрацией носителей зарядов, зависящей от мощности внешнего воздействия (ионизатора).

При приложении внешнего электрического поля в ионизированном газе возникает ток. Если действие ионизатора прекращается, концентрация ионов в газе быстро падает до нуля и ток исчезает. Ток, для существования которого необходим внешний ионизатор, называется *несамостоятельным газовым разрядом*.

Если приложить настолько большую разность потенциалов, чтобы имеющиеся в газе ионы, разгоняясь в электрическом поле, приобретали энергии, достаточные для ионизации нейтральных молекул при столкновении с ними, в этом случае каждый ион при одном столкновении вызывает появление двух или нескольких ионов; эти ионы в свою очередь разгоняются в поле и разбивают нейтральные молекулы на ионы. Таким образом, число ионов в газе быстро растет и газ приобретает заметную проводимость; такая проводимость называется самостоятельной.

На рис.63 представлен экспериментальный график зависимости силы тока I в газе от напряженности E поля или от напряжения между катодом и анодом

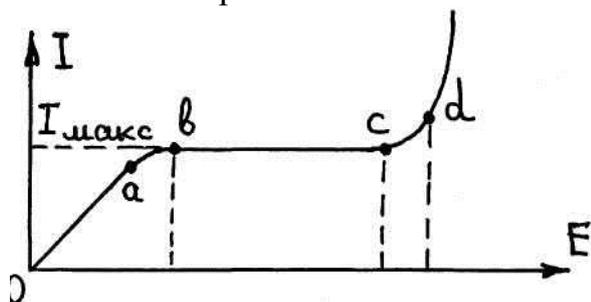


Рис.63

источника поля, поскольку $E=U/l$, где l – расстояние между электродами.

На участке кривой Oa сила тока возрастает приблизительно пропорционально напряженности поля, т.е. по закону Oма. Это объясняется тем, что с увеличением напряженности возрастает скорость упорядоченного движения

ионов, а следовательно, и количество электричества, приходящего к электродам. На этом участке плотность тока определяется по формуле

$$j = qn_0(\alpha_+ + \alpha_-)E, \quad (13.14)$$

где q – заряд иона, n_0 – количество положительных (и отрицательных) ионов в единице объема, α_+ и α_- – подвижности положительных и отрицательных ионов.

Возрастание силы тока прекращается тогда, когда напряженность поля достигнет величины, при которой все ионы и электроны, создаваемые внешним ионизатором за 1 с, будут за это же время подходить к электродам. Максимальный ток I_{\max} называется **током насыщения** (участок bc). Сила тока насыщения пропорциональна мощности ионизатора.

При достаточно большой напряженности поля начинается самоионизация газа, а при дальнейшем увеличении напряженности наступает самостоятельный газовый разряд. Таким образом, участок кривой Od соответствует несамостоятельному газовому разряду, а ветвь кривой, лежащая правее точки d, – самостоятельному газовому разряду. Характер и тип самостоятельного газового разряда зависит от давления, температуры и химического состава газа, а также от материала, формы, размеров и взаимного расположения электродов. Различают следующие виды самостоятельных газовых разрядов:

1) **тихий разряд** происходит при слабой плотности тока в газе и не сопровождается испусканием света и звука;

2) **тлеющий разряд** представляет собой ток через разряженный газ при высоких напряжениях (давление ≈ 1 мм рт.ст., напряжение – несколько сот вольт). Проводимость в этом случае обусловлена главным образом движением электронов и положительных ионов, выбивающих электроны с катода. Сопровождается заряд холодным свечением. Газосветные трубки, наполненные гелием, неоном, криптоном и другими газами, испускают излучение различного цвета;

3) **дуговой разряд** происходит при больших плотностях тока (1000 А/мм^2) и небольших напряжениях (десятки вольт), сопровождается сильным свечением и высокой температурой ($3000\text{-}6000^\circ\text{C}$). Электрический ток представляет собой движение электронов, вылетающих из раскаленного катода, и ионов, образующихся при тепловых столкновениях. Применяется при сварке и освещении;

4) **искровой разряд**, представляющий собой электрический пробой газов при кратковременном лавинообразном возрастании числа ионов в нем. Для этого необходимо приложить к газу высокое напряжение, необходимое для обеспечения ионизации при столкновениях;

5) **коронный разряд** происходит при слабых электрических токах в газах при атмосферном давлении в том случае, если в некоторых точках возникает очень большое значение напряженности электрического поля; это происходит возле остриев, возле тонких проводов высокого напряжения. Наблюдается слабое свечение около электродов.

13.7. Электрический ток в вакууме

Электрический ток через вакуум осуществляется с помощью вакуумированной трубки, к электродам которой подводится напряжение.

Носителями зарядов являются электроны, которые возникают при нагревании катода в результате термоэмиссии. Пучок электронов иногда называется в этом случае *катодными лучами*.

Ток в вакууме между накаленным катодом и анодом не подчиняется закону Ома. Причина этого в образовании вблизи катода электронного облака, создающего объемный отрицательный заряд.

Ток подчиняется в этом случае закону Богуславского-Ленгмюра, согласно которому ток I растет пропорционально разности потенциалов U в степени $3/2$:

$$I = \alpha U^{3/2}, \quad (13.15)$$

где α – коэффициент пропорциональности.

При больших разностях потенциалов ток достигает насыщения. Ток насыщения $I_{\text{нас}}$ определяется числом электронов, испускаемых катодом в единицу времени.

Глава 14. Электромагнетизм

Магнитные явления были известны еще в глубокой древности. История магнетизма уходит корнями к античным цивилизациям Малой Азии. Именно на территории Малой Азии, в Магнезии, находили горную породу, образцы которой притягивали друг друга. По названию местности такие образцы и стали называть «магнитами». Магнитными свойствами обладает природный магнитный железняк (закись-окись железа $\text{FeO-Fe}_2\text{O}_3$), который способен притягивать скрепки, гвозди и другие железные предметы, а также их намагничивать.

Любой магнит в форме стержня или подковы имеет два торца, которые называют полюсами. Если подвесить прямой магнит в центре тяжести на нить, то один полюс всегда будет указывать на север. Точно не известно, когда этот факт был обнаружен, но китайские мореплаватели уже в XI веке, а возможно и раньше, использовали его для целей навигации. Речь, естественно, идет о компасе – магнитной стрелке, с точкой опоры в центре масс, так что она может свободно вращаться. Обращенный на север полюс свободно висящего магнита называют северным полюсом (N). Противоположный полюс направлен на юг и называется южным полюсом (S). Ориентация магнита вдоль географического меридиана говорит о том, что Земля обладает магнитными свойствами, то есть является большим магнитом.

Хорошо известно, что, если поднести два магнита друг к другу, между ними действует сила. Это напоминает действие зарядов или наэлектризованных тел. Недаром на протяжении многих веков эти явления путали. Лишь английскому физику и врачу У. Гильберту (1544-1603) в конце XVI века удалось доказать, что это не одно и то же. В самом деле: магнит не нуждается в трении, чтобы притягивать. И эта способность не исчезает со временем, как у наэлектризованных тел, если только не нагреть его очень сильно.

У. Гильберт выяснил, что у постоянного магнита два полюса, которые взаимодействуют с полюсами другого магнита, и в середине находится нейтральная зона. Одноименные полюса магнита отталкиваются, разноименные – притягиваются, нейтральная зона с полюсами не взаимодействует. Возникшая идея о существовании положительной и отрицательной «магнитной массы» подверглась сомнению, так как при делении большого магнита образовывались два маленьких, которые также имели два полюса и нейтральную зону. Получить изолированный магнитный полюс никому не удавалось, несмотря на то, что на это было затрачено немало усилий.

Загадку магнетизма после исследований У. Гильберта не могли решить в течение двух столетий до тех пор, пока в 1800 г. итальянский физик А. Вольта (1745-1827) не изобрел электрическую батарею («вольтов столб»), с помощью которой он впервые получил постоянный электрический ток. Вольтов столб оказался поистине «рогом изобилия». Новые открытия непрерывно следовали одно за другим. Английский химик и физик Г. Дэви (1778-1829) разложил токком щелочи и получил металлический натрий и калий, русский физик А.А. Петров (1761-1834) открыл электрическую дугу и так далее. Наконец, в 1820 г. датский физик Х. Эрстед (1777-1851) сделал важное открытие. Поместив магнитную стрелку вблизи провода с током, он обнаружил, что она поворачивается, т.е. магнитная стрелка реагировала на движущиеся заряды. Находясь рядом с неподвижными зарядами, стрелка оставалась в покое. Магнетизм связан не со статическим электричеством, а с электрическим током.

Открытие Х. Эрстеда через несколько месяцев в том же 1820 г. позволило французскому физику А. Амперу (1755-1836) дать ответ на вопрос, что определяет магнитные свойства тел. Он предположил, что внутри молекул, слагающих любое вещество, циркулируют элементарные электрические токи. Если эти токи ориентированы хаотично, то их действие взаимно компенсируется и никаких магнитных свойств у тела не обнаруживается. В намагниченном состоянии элементарные токи ориентируются определенным образом так, что их действия складываются.

А. Ампер не только объяснил магнитное взаимодействие, но также установил, что токи одного направления притягиваются, а противоположно направленные – отталкиваются. Идеи и исследования А. Ампера привели впоследствии английского физика М. Фарадея (1791-1867) в новому величайшему открытию. Он в 1831 г. открыл явление электромагнитной индукции – возникновение электрического тока в проводнике при изменении магнитного поля.

14.1. Магнитное поле тока

Магниты, даже находясь на некотором расстоянии, взаимодействуют друг с другом. Это говорит о том, что вокруг магнитов существует особое *магнитное поле*, посредством которого передается воздействие одного магнита на другой. Магнит ведет себя в магнитном поле так же, как электрический диполь в электрическом поле: он стремится повернуться по полю.

В 1820 г. Х. Эрстедом было установлено, что проводники, по которым текут электрические токи, действуют на магнитную стрелку. Магнитная стрелка,

помещенная рядом с проводником с током, меняет свое положение при изменении величины и направления тока, но совершенно не реагирует на неподвижные заряды. Следовательно, магнитное поле возникает только около движущихся электрических зарядов.

Магнитное поле, возникающее в пространстве вокруг проводников с током, является одним из *видов материи*. Оно обладает определенными физическими свойствами, как силовыми, так и энергетическими. Для определения силовой характеристики магнитного поля выбирают *пробное тело* в виде очень малой рамки с током. Если пробную рамку с током поместить в изучаемую точку магнитного поля, то на нее будет действовать момент сил M , зависящий от многих факторов, в том числе от ориентации. Максимальное значение M_{\max} пропорционально силе тока в рамке I и площади рамки S , т.е.

$$M_{\max} \sim IS. \quad (14.1)$$

Величина $\vec{p}_m = IS$ называется *магнитным моментом контура с током*.

Магнитный момент p_m – векторная величина и для плоского контура совпадает с направлением положительной нормали к рамке (рис.64).

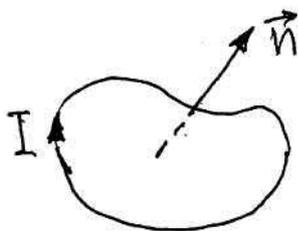


Рис.64

Если в данную точку магнитного поля помещать рамки с различными магнитными моментами, то на них действуют различные вращающие моменты, но отношение M_{\max}/p_m для всех контуров одно и то же и поэтому может служить силовой характеристикой магнитного поля, называемой магнитной индукцией:

$$\vec{B} = M_{\max}/p_m. \quad (14.2)$$

Магнитная индукция в данной точке магнитного поля определяется максимальным вращающим моментом, действующим на рамку с магнитным моментом, равным единице, когда нормаль к рамке перпендикулярна направлению поля. Единицей магнитной индукции является *тесла* (Тл): $1 \text{ Тл} = \frac{1 \text{ Н}\cdot\text{м}}{1 \text{ А}\cdot\text{м}^2} = 1 \frac{\text{Н}}{\text{А}\cdot\text{м}}$. За направление магнитного поля в данной точке принимается направление, вдоль которого располагается положительная нормаль к рамке, или может быть принято также направление, совпадающее с направлением силы, которая действует на северный полюс магнитной стрелки, помещенной в данную точку (рис. 65).

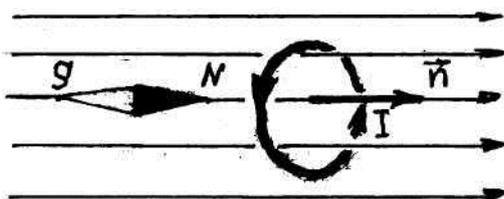


Рис.65

Так как магнитное поле является *силовым*, то его, как и электрическое, изображают с помощью *линий магнитной индукции*, касательные к которым совпадают с направлением вектора \vec{B} . Густота линий, т.е. линий, проходящих через единичную площадку, расположенную перпендикулярно к ним, пропорциональна модулю вектора \vec{B} . Линии магнитной индукции всегда *замкнуты* и охватывают проводники с током. Этим они отличаются от силовых линий электростатического поля, которые *разомкнуты*,

индукции всегда *замкнуты* и охватывают проводники с током. Этим они отличаются от силовых линий электростатического поля, которые *разомкнуты*,

начинаясь на положительных зарядах и кончаясь на отрицательных. Поле, обладающее замкнутыми силовыми линиями, называется **вихревым**.

Рассмотрим площадку dS , находящуюся в некоторой точке магнитного

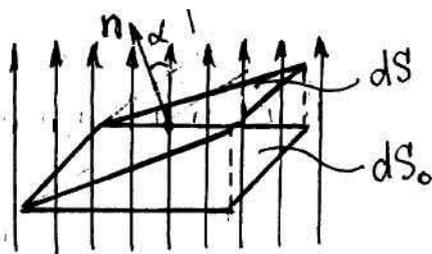


Рис.66

поля с индукцией \vec{B} (рис.66). Число линий магнитной индукции, пронизывающих площадку dS и ее проекцию dS_0 на плоскость, перпендикулярную линиям, одинаково. Общее число линий (густота), пронизывающих обе площадки, называется **магнитным потоком (Φ)**.

Магнитный поток пропорционален модулю индукции \vec{B} и площадке dS_0 :

$$d\Phi = B dS_0. \quad (14.3)$$

Так как $dS_0 = dS \cos \alpha$, то

$$d\Phi = B dS \cos \alpha, \quad (14.4)$$

где α – угол между вектором \vec{B} и нормалью \vec{n} к площадке dS (рис.66).

Единицей магнитного потока является вебер (Вб): $1 \text{ Вб} = 1 \text{ Тл} \cdot 1 \text{ м}^2$.

В общем случае, когда магнитное поле неоднородное или когда рассматривается произвольная поверхность, магнитный поток также пропорционален числу линий. Магнитный поток вычисляется интегрированием по поверхности:

$$\Phi = \int_S B_n dS, \quad (14.5)$$

где B_n – проекция вектора \vec{B} на направление нормали \vec{n} к площадке dS .

Наряду с текущими в проводниках макротоками, в любом теле существуют микротоки, обусловленные движением электронов в атомах и молекулах. Эти молекулярные микротоки, ориентируясь в магнитных полях макротоков, создают в теле дополнительное магнитное поле. **Результирующее магнитное поле**, создаваемое всеми макро- и микротоками в среде, определяется вектором магнитной индукции \vec{B} , то есть при прочих равных условиях вектор \vec{B} в различных средах имеет разное значение.

Магнитное поле **макротоков** описывается **вектором напряженности \vec{H}** . В однородной изотропной среде вектор магнитной индукции \vec{B} связан с вектором напряженности \vec{H} соотношением:

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}, \quad (14.6)$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Н/А}^2$ – магнитная постоянная, μ – **магнитная проницаемость среды**, показывающая, во сколько раз магнитное поле макротоков \vec{H} изменяется за счет микротоков.

14.2. Закон Био-Савара-Лапласа и его применение

В 1820 г. французские ученые Ж. Био (1774-1862) и Ф. Савар (1791-1841) исследовали магнитные поля постоянных токов в воздушном пространстве.

На основании многочисленных опытов они пришли к выводу, что напряженность магнитного поля в произвольной точке пространства: 1) пропорциональна силе тока; 2) зависит от формы и размеров проводника с током; 3) зависит от расположения этой точки по отношению к проводнику с током.

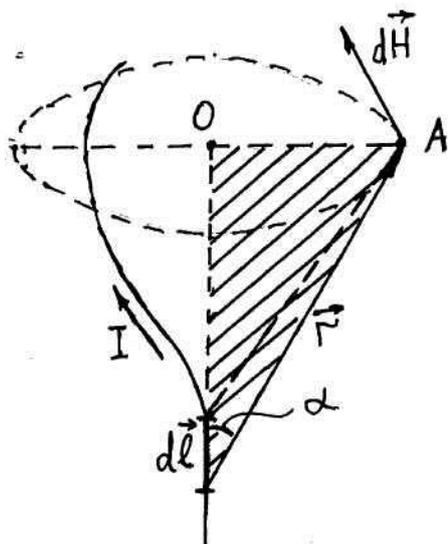


Рис.67

Результаты опытов Био и Савара обобщены выдающимся французским математиком и физиком П. Лапласом (1749-1827) в виде дифференциального закона, называемого законом Био-Савара-Лапласа:

$$d\vec{H} = \frac{I dl \sin \alpha}{4\pi r^2}, \quad (14.7)$$

где dl – длина проводника, совпадающего по направлению с током, r – радиус-вектор, проведенный из элемента проводника dl в рассматриваемую точку поля A, alpha – угол между вектором элемента тока dl и радиусом-вектором r (рис. 67).

Вектор dH перпендикулярен плоскости, в которой лежат векторы dl и r, и совпадает с касательной к линии магнитного поля, а его направление определяется по правилу правого винта: направление вращения головки винта определяет направление dH, если поступательное движение винта соответствует направлению тока в элементе dl.

Закон Био-Савара-Лапласа позволяет найти напряженность H и индукцию B магнитного поля электрического тока, текущего по проводнику произвольной формы в любой точке пространства. Для этого в соответствии с принципом суперпозиции (наложения) напряженность магнитного поля в произвольной точке проводника с током I равна векторной сумме

$$\vec{H} = \int_l d\vec{H}, \quad (14.8)$$

где dH – напряженность магнитного поля, создаваемого элементом проводника длиной dl. Интегрирование производится по всей длине проводника l.

Расчет характеристик магнитного поля (B и H) по формулам (14.7) и (14.8) в общем случае довольно сложен. Однако если распределение тока имеет определенную симметрию, то применение закона Био-Савара-Лапласа совместно с принципом суперпозиции позволяет довольно просто рассчитать

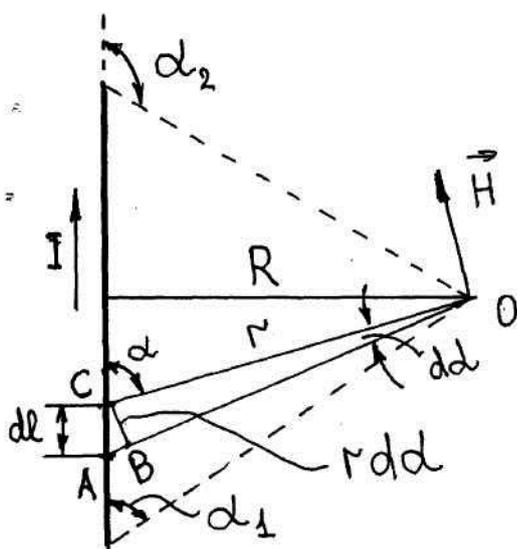


Рис.68

некоторые магнитные поля проводников с током. Рассмотрим три примера расчета магнитных полей.

1. **Конечный прямолинейный проводник с током.** Обозначим через R расстояние от проводника с током I до точки O , в которой определяется напряженность поля (рис.68). Выделим в проводнике элементарный участок dl на расстоянии r от точки O . Так как для всех элементарных участков проводника сила тока I имеет одно значение, то полная напряженность магнитного поля в точке O , согласно формулам (14.7) и (14.8), равна

$$H = \int_l dH = \frac{1}{4\pi} \int_l \frac{I \sin \alpha}{r^2} dl. \quad (14.9)$$

Из точки O проведем радиусом r отрезок дуги $CB=r d\alpha$. Ввиду малости участка $\angle CAB = \alpha$, и тогда получим $r d\alpha = dl \sin \alpha$, откуда $\frac{dl}{r^2} = \frac{d\alpha}{r \sin \alpha}$, или $\frac{dl}{r^2} = \frac{d\alpha}{R}$.

Вводя последнее выражение в формулу (14.9) и переходя от интегрирования по длине к интегрированию по углу α в пределах от α_1 до α_2 , получим

$$H = \frac{I}{4\pi} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{\sin \alpha}{R} d\alpha = \frac{I}{4\pi R} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha d\alpha = -\frac{I}{4\pi R} (\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1),$$

или окончательно

$$H = \frac{I}{4\pi R} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2). \quad (14.10)$$

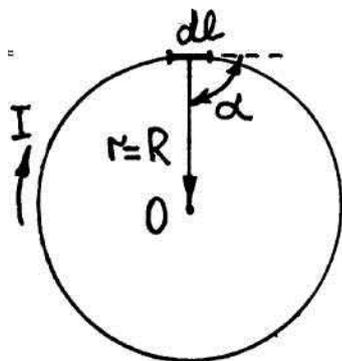
Напряженность \vec{H} перпендикулярна плоскости листа (обращена от нас).

2. **Бесконечный прямолинейный проводник с током.** Пользуясь формулой (14.10) для конечного проводника, легко получить выражение для бесконечного проводника, так как в случае бесконечного проводника $\alpha_1 = 0^\circ, \alpha_2 = 180^\circ$. Тогда $\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2 = 1 - (-1) = 2$. Поэтому напряженность магнитного поля бесконечного прямолинейного тока равна

$$H = I/2\pi R. \quad (14.11)$$

Практически по этой формуле можно рассчитать напряженность в том случае, когда расстояние R значительно меньше длины проводника l ($R \ll l$).

3. **Центр кругового тока.** При определении напряженности в центре кругового тока $\alpha=90^\circ$, I и $r=R$ (где R – радиус кругового контура) имеют постоянные значения для всех участков dl (рис. 69). Поэтому по формуле (14.9) напряженность магнитного поля в центре кругового тока равна



$$H = \frac{1}{4\pi R^2} \int_l dl = \frac{1}{4\pi R^2} l,$$

или, поскольку $l = 2\pi R$,

$$H = I/2R. \quad (14.12)$$

Зная напряженность магнитного поля \vec{H} и магнитную проницаемость среды μ , получим индукцию поля для:

а) конечного прямолинейного проводника

Рис.69

$$\vec{B} = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi R} (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2); \quad (14.13)$$

б) бесконечно длинного проводника

$$\vec{B} = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi R}; \quad (14.14)$$

в) кругового тока

$$\vec{B} = \frac{\mu\mu_0 I}{2 R}. \quad (14.15)$$

14.3. Магнитное поле движущегося заряда

Электрический ток – это упорядоченное движение электрических зарядов. Поэтому любой движущийся в вакууме или среде заряд создает вокруг себя магнитное поле. Для определения напряженности магнитного поля движущегося заряда воспользуемся законом Био-Савара-Лапласа (14.7)

$$dH = \frac{Idl \sin\alpha}{4\pi r^2}.$$

Найдем в этом уравнении произведение Idl . Сила тока I равна $I = jS$, где j – плотность тока, $j = ne\vec{V}$ (n – концентрация носителей зарядов, e – элементарный заряд, \vec{V} – скорость движения заряда). Тогда $Idl = ne\vec{V}Sdl$, где $nSdl = dN$ – число носителей заряда, и

$$dH = \frac{e\vec{V}dN}{4\pi r^2}.$$

Поделив на число носителей заряда, получим напряженность магнитного поля движущегося заряда на расстоянии r

$$H = \frac{e\vec{V}}{4\pi r^2} \quad (14.16)$$

и индукцию магнитного поля

$$B = \frac{\mu_0 \mu e\vec{V}}{4\pi r^2}. \quad (14.17)$$

14.4. Закон Ампера и его применение

Действие магнитного поля на проводники с током было обнаружено Г. Эрстедом и А. Ампером в 1820 г. Ампер подробно исследовал это явление и пришел к выводу, что сила dF , которая действует на элемент проводника dl , пропорциональна силе тока I в проводнике, длине dl , магнитной индукции \vec{B} и синусу угла α между направлением тока в проводнике и вектором \vec{B}

$$dF = BIdl \sin\alpha. \quad (14.18)$$

Если проводник длиной l находится в *однородном магнитном поле*, т.е. поле, во всех точках которого векторы индукции равны по величине и одинаковы по направлению, то сила Ампера равна

$$F = BIl \sin\alpha. \quad (14.19)$$

Направление силы F , действующей на проводник с током в магнитном поле, определяется по *правилу левой руки*: если ладонь левой руки расположить так, чтобы в нее входили линии магнитной индукции, а четыре вытянутых

пальца расположить по направлению тока в проводнике, то отогнутый большой палец покажет направление силы, действующей на ток.

Для определения взаимодействия двух проводников с током применяется закон Ампера (14.19).

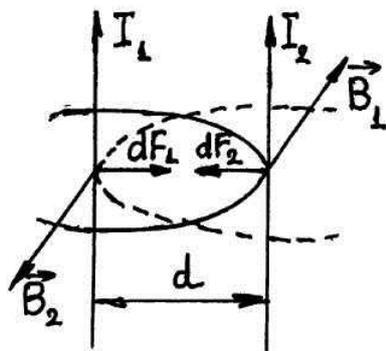


Рис.70

Проводники будут либо отталкиваться, либо притягиваться друг к другу, так как каждый проводник с током находится в магнитном поле другого проводника. Рассмотрим два бесконечных прямолинейных параллельных проводника с токами I_1 и I_2 (направление токов указано на рис.70), расстояние между которыми равно d . Каждый из проводников создает магнитное поле, которое действует по закону Ампера на другой проводник с током. Определим, с какой силой действует магнитное поле тока I_1 на элемент dl второго проводника с током I_2 . Ток

I_1 создает вокруг себя магнитное поле, линии магнитной индукции которого представляют собой концентрические окружности. Направление вектора \vec{B}_1 определяется правилом правого винта, и его величина определяется по формуле (14.14)

$$B_1 = \frac{\mu_0 \mu I_1}{2\pi d}.$$

Направление силы dF_2 , действующей на элемент dl тока I_2 со стороны поля с индукцией \vec{B}_1 , определяется по правилу левой руки. Модуль силы согласно (14.16) с учетом того, что угол α между направлением тока I_2 и вектором \vec{B}_1 прямой, равен

$$dF_2 = B_1 I_2 dl = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi} \cdot \frac{I_1 \cdot I_2}{d} \cdot dl. \quad (14.20)$$

Рассуждая аналогично, можно показать, что сила dF_1 , с которой магнитное поле тока I_2 действует на элемент dl проводника с током I_1 , будет определяться также по формуле (14.17), т.е. $dF_1 = dF_2$, и два параллельных тока одинакового направления притягиваются друг к другу.

Если токи имеют противоположные направления, то легко доказать, что между ними действует сила отталкивания, определяемая по той же формуле (14.20).

Пользуясь взаимодействием двух параллельных бесконечных токов, ввели основную единицу измерения силы тока – ампер. Ампер – единица силы электрического тока СИ, равная силе неизменяющегося тока, который при прохождении по двум параллельным прямолинейным проводникам бесконечной длины и ничтожно малой площади кругового поперечного сечения, расположенным в вакууме на расстоянии 1 м один от другого, вызвал бы на каждом участке проводника длиной 1 м силу взаимодействия, равную $2 \cdot 10^{-7}$ Н.

При действии силы Ампера на проводник с током в магнитном поле, магнитное поле совершает работу по перемещению проводника. Определим эту работу. Пусть отрезок проводника, имеющий длину l , перемещается из положения 1 в положение 2 (рис. 71). Поле направлено перпендикулярно току и про-

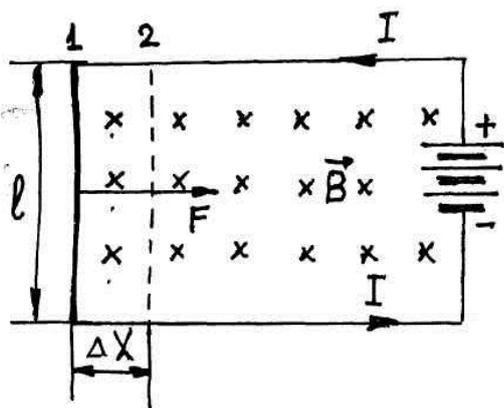


Рис.71

проводнику, поэтому сила, действующая на проводник с током, равна $F = BI$, а работа $\Delta A = F \Delta x = BI \Delta x$.

Величина $I \Delta x$ равна площади ΔS магнитного поля, которую пересек при своем движении отрезок проводника, а произведение $\vec{B} \Delta S$ равно изменению потока вектора магнитной индукции $\Delta \Phi$, пронизывающего весь контур с током, составной частью которого является подвижный проводник 1, то есть $\Delta A = I \Delta \Phi$. (14.21)

Работа, совершаемая силами Ампера при перемещении проводника с постоянным током в магнитном поле, равна произведению силы тока на магнитный поток сквозь поверхность, которую пересекает проводник при своем движении.

14.5. Контур с током в магнитном поле

Рассмотрим прямоугольный контур со сторонами a и b , по которому течет ток I ; контур помещен в однородное магнитное поле с индукцией \vec{B} , направленной вдоль плоскости контура (рис.72). В соответствии с законом Ампера на все четыре стороны действуют силы. На стороны AD и BC силы в начальный момент не действуют, так как $\sin \alpha = 0$. На сторону AB действует сила $F = B I a$, на сторону CD — $F' = B I a$. Эти силы образуют пару сил, которая создает вращающий момент $M = F b = B I a b = B I S$, где S — площадь контура.

Величина, равная произведению силы тока I в контуре на площадь контура S , является магнитным моментом

$$p_m = I S. \quad (14.22)$$

Магнитный момент контура с током — векторная величина. Направление вектора p_m совпадает с направлением нормали к плоскости контура, которая определяется **правилом правого винта** (рис.72).

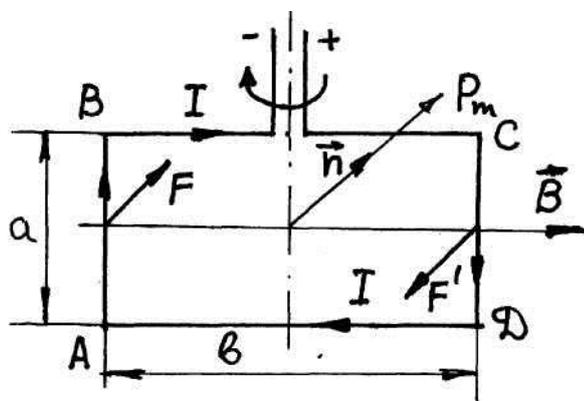


Рис.72

Вращающий момент $M = B p_m$ стремится повернуть контур так, чтобы его магнитный момент p_m установился по направлению вектора магнитной индукции \vec{B} .

Все закономерности, установленные для прямоугольного контура, будут верны и для плоского контура любой формы. При произвольной ориентации контура,

когда угол между векторами \vec{p}_m и \vec{B} равен α , вращающий момент определяется по формуле

$$M = p_m B \sin \alpha. \quad (14.23)$$

Для того, чтобы угол α между векторами p_m и \vec{B} увеличить на $d\alpha$, нужно совершить работу против сил, действующих в магнитном поле на контур с током

$$dA = M d\alpha = p_m B \sin \alpha d\alpha. \quad (14.24)$$

14.6. Закон полного тока для магнитного поля в вакууме

Циркуляцией вектора индукции магнитного поля \vec{B} по замкнутому контуру называется интеграл

$$\oint_{(l)} \vec{B} d\vec{l} = \int_{(l)} B dl \cos(B \wedge dl), \quad (14.25)$$

где $d\vec{l}$ - вектор элементарной длины контура, $(B \wedge dl) = \alpha$ - угол между векторами \vec{B} и $d\vec{l}$.

Циркуляция вектора \vec{B} вдоль замкнутого контура не равна нулю и зависит от выбора контура. Рассмотрим в качестве примера магнитное поле бесконечного прямолинейного проводника с током I , находящегося в вакууме. Найдем циркуляцию вектора \vec{B} вдоль линии магнитной индукции радиусом r . Во всех точках линии индукции вектор \vec{B} равен по модулю

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I}{r} \quad (14.26)$$

и направлен по касательной к этой линии (рис.73), так что $\cos \alpha = 1$.

Следовательно,

$$\oint_{(l)} B dl = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{r} \int_0^{2\pi r} dl = \mu_0 I. \quad (14.27)$$

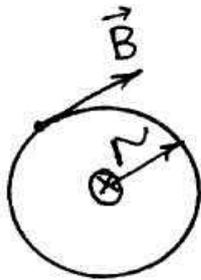


Рис.73

Из (14.27) можно сделать два вывода:

а) магнитное поле прямолинейного тока – **вихревое**, так как в нем циркуляция вдоль линии магнитной индукции не равна нулю;

б) циркуляция вектора \vec{B} равна $\mu_0 I$ вдоль магнитной линии и не зависит от \vec{r} .

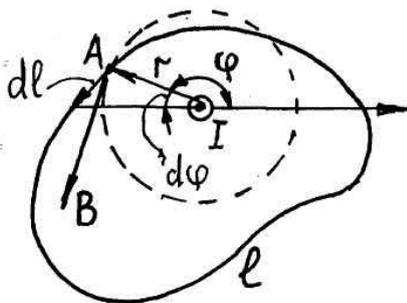


Рис.74

Если бесконечно длинный прямолинейный проводник с током I охватывает замкнутый контур l произвольной формы (рис.74), то формула (14.27) также будет верна. Действительно, в точке A контура l вектор \vec{B} перпендикулярен радиусу-вектору \vec{r} . Поэтому проекция $d\vec{l}$ на направление \vec{B} , равная $dl \cos(B \wedge dl)$, совпадает с элементарной дугой окружности радиуса r , т.е. $dl \cos(B \wedge dl) = r d\varphi$, где $d\varphi$ - угол, под которым виден элемент dl . Тогда

$$B \cdot dl \cos(B \wedge dl) = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I}{r} r d\varphi = \frac{\mu_0 I}{2\pi} d\varphi. \quad (14.28)$$

Интегрируя вдоль всего замкнутого контура с учетом того, что угол φ изменяется от нуля до 2π , находим

$$\oint_l B dl \cos(B \wedge dl) = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi = \mu_0 I.$$

Таким образом, формула (14.27) справедлива для любого замкнутого контура, охватывающего проводник, независимо от формы этого контура.

Рассмотрим теперь, что замкнутый контур l не охватывает проводник с током (рис.75). Тогда

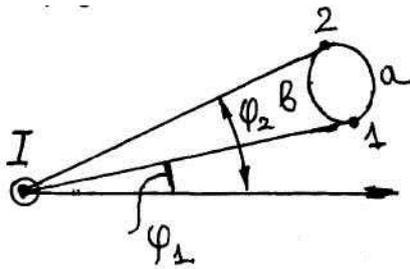


Рис.75

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \int_{1-a-2} \vec{B} d\vec{l} + \int_{2-b-1} \vec{B} d\vec{l},$$

где $1-a-2$ и $2-b-1$ – участки контура l . Заменив подынтегральное выражение по формуле (14.28), получим

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left(\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi + \int_{\varphi_2}^{\varphi_1} d\varphi \right) = 0. \quad (14.29)$$

Итак, **циркуляция вектора магнитной индукции прямолинейного проводника с током вдоль замкнутого контура, не охватывающего этот проводник, равна нулю.**

Можно доказать, что соотношения (14.27) и (14.29) для магнитного поля в вакууме справедливы для проводника с током любой формы и размеров.

В общем случае, когда магнитное поле создают n проводников с токами $I_1, I_2, I_3, \dots, I_n$, то индукция результирующего магнитного поля равна

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^n \vec{B}_i.$$

Циркуляция вектора \vec{B} вдоль замкнутого контура определяется как

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \oint_l \left(\sum_{i=1}^n B_i \right) d\vec{l} = \oint_l \sum_{i=1}^n (B_i dl) = \sum_{i=1}^n \oint_l B_i dl.$$

В соответствии с (14.27) и (14.29) получим

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \begin{cases} \mu_0 I_i & (l \text{ охватывает ток } I_i) \\ 0 & (l \text{ не охватывает ток } I_i) \end{cases}$$

Таким образом, если из n проводников с током k проводников охватываются контуром l , то циркуляция результирующего магнитного поля равна

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^k I_i = \mu_0 I_{\text{охв}}, \quad (14.30)$$

где k – число токов, охватываемых контуром l . Уравнение (14.30) является **законом полного тока для магнитного поля в вакууме**, который формулируется следующим образом: циркуляция магнитной индукции поля в вакууме вдоль произвольного замкнутого контура l равна произведению магнитной постоянной μ_0 на алгебраическую сумму токов, охватываемых этим контуром.

С помощью закона постоянного тока можно найти индукцию магнитного поля внутри **соленоида** – цилиндрической катушки, состоящей из большого

числа витков, равномерно намотанных на общий сердечник. Рассмотрим соленоид длиной l , имеющий N витков, равномерно намотанных на общий сердечник, по которому течет ток I (рис.76). Длину соленоида считаем во много раз большей, чем диаметр его витков ($l \gg d$), поэтому соленоид можно считать бесконечным и внутри соленоида поле будет однородным. Вне соленоида магнитное поле будет слабым, и его можно считать практически равным нулю.

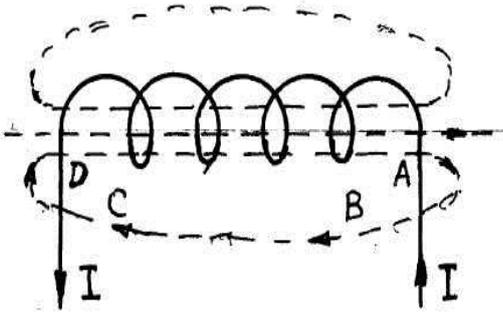


Рис.76

Индукция вектора \vec{B} по замкнутому контуру, совпадающему с одной из линий магнитной индукции ABCDA и охватывающему все N витков, равна

$$\oint_{ABCD} \vec{B} d\vec{l} = Bl = \mu_0 NI. \quad (14.31)$$

Из (14.31) находим выражение для магнитной индукции поля внутри соленоида

$$\vec{B} = \mu_0 \frac{N}{l} I = \mu_0 n I, \quad (14.32)$$

где $n = \frac{N}{l}$ - число витков на единицу длины.

Важное значение для практики имеет также магнитное поле *тороида* – кольцевой катушки, витки которой намотаны на сердечник, имеющий форму тора. Торойд можно рассматривать как достаточно длинный соленоид, свитый в кольцо, и для расчета индукции магнитного поля тороида можно воспользоваться формулой (14.32):

$$B = \mu_0 \frac{N}{l} I = \mu_0 \frac{N}{2\pi R} I, \quad (14.33)$$

где R – радиус средней линии.

Глава 15. Движение заряженных частиц в электрических и магнитных полях

15.1. Действие магнитного поля на движущийся заряд

Сила Ампера, действующая на проводник с током со стороны магнитного поля, является суммой сил, действующих на каждую, отдельно заряженную частицу. Получим выражение для этой силы.

В законе Ампера произведение $I dl$ представим в виде

$$I dl = j dS dl = j dV = q n \vec{v} dV = q \vec{v} N,$$

где q – заряд, n – концентрация зарядов, \vec{v} – скорость движения зарядов, N – число зарядов.

Подставим получившееся выражение в закон Ампера $dF = B I dl \sin \alpha$, получим

$$dF = B q N \sin \alpha.$$

Разделив dF – силу, действующую на участок проводника со стороны магнитного поля на N – полное число заряженных частиц, находящихся в этом участке проводника, получим силу F_L , действующую на отдельную частицу со стороны магнитного поля:

$$F_L = Bq\vec{v}\sin\alpha, \quad (15.1)$$

где α – угол между вектором скорости и вектором \vec{B} .

Эта сила называется силой Лоренца. Направление силы Лоренца определяется по правилу левой руки.

Для определения характера движения заряженной частицы в магнитном поле будем считать, что магнитное поле однородное и на частицу не действует электрическое поле. Если заряженная частица движется в магнитном поле со скоростью v вдоль линии магнитной индукции, то угол α между векторами \vec{v} и \vec{B} равен 0 или π . Тогда в формуле (15.1) $\sin\alpha = 0$ и сила Лоренца равна нулю, т.е. магнитное поле на частицу не действует и она движется равномерно и прямолинейно.

Если же заряженная частица движется в магнитном поле со скоростью v перпендикулярно вектору \vec{B} , то есть угол $\alpha = \pi/2$, то на нее действует сила Лоренца F_L , модуль которой

$$F_L = qBv.$$

Под действием этой силы частица движется в однородном поле равномерно по дуге окружности, плоскость которой перпендикулярна линиям индукции. Радиус окружности R находится из условия, что сила Лоренца играет роль центростремительной силы

$$qBv = \frac{mv^2}{R},$$

откуда

$$R = \frac{mv}{qB}. \quad (15.2)$$

Период вращения частицы, т.е. время T , затрачиваемое ею на один полный оборот,

$$T = 2\pi R/v.$$

Подставив сюда выражение для R (15.2), получим

$$T = \frac{2\pi m}{Bq}, \quad (15.3)$$

т.е. период вращения частицы в однородном магнитном поле определяется только величинами массы m и заряда q частицы и магнитной индукции поля B , но не зависит от скорости частицы (при $v \ll c$).

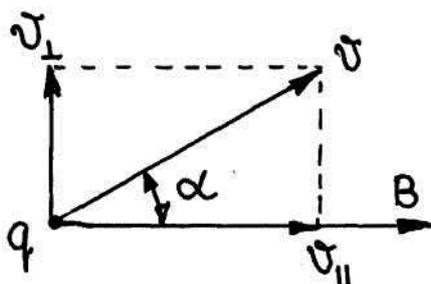


Рис.77

В общем случае, когда заряженная частица движется в однородном магнитном поле со скоростью v под произвольным острым углом α к вектору магнитной индукции \vec{B} поля (рис. 77). Разложим вектор v на две составляющие: парал-

лельную вектору B (v_{\parallel}) и перпендикулярную ему (v_{\perp}):

$$v_{\parallel} = v \cos \alpha, \quad v_{\perp} = v \sin \alpha. \quad (15.4)$$

Частица одновременно участвует в двух движениях: она равномерно вращается со скоростью v_{\perp} по окружности радиуса

$$R = \frac{mv \sin \alpha}{qB} \quad (15.5)$$

и движется поступательно со скоростью v_{\parallel} в направлении, перпендикулярном плоскости вращения. Поэтому траектория заряженной частицы представляет собой винтовую линию, ось которой совпадает с линией индукции магнитного поля. Радиус витков выражается формулой (15.5), а расстояние между соседними витками (шаг винтовой линии) равно $h = v_{\parallel} T$.

Заменив T по формуле (15.3), а v_{\parallel} по (15.4), получим

$$h = \frac{2\pi m v \cos \alpha}{qB}. \quad (15.6)$$

Направление закручивания спирали зависит от знака заряда частицы.

15.2. Определение удельного заряда частиц

Величина отношения заряда частицы к ее массе q/m называется удельным зарядом. Зная удельный заряд частицы и ее заряд, можно определить массу частицы. Впервые измерение удельного заряда частиц было произведено английским физиком Дж.Дж. Томсоном (1856-1940). Он определял удельный заряд электрона на установке, состоящей из катода, анода, конденсатора и устройства для создания магнитного поля (рис.78).

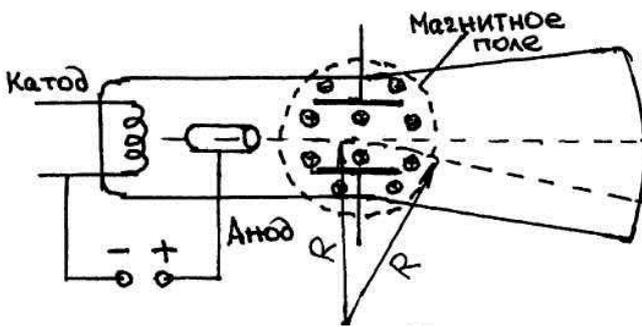


Рис.78

С нагретого катода в результате термоэлектронной эмиссии испускается пучок электронов, который разгоняется электрическим полем между катодом и анодом до определенной скорости. Поскольку кинетическая энергия электрона $\frac{mv^2}{2}$ равна работе электрического поля eU (e – заряд электрона, U – напряжение между катодом и анодом), то приобретаемая электронами скорость

$$v = \sqrt{2 \frac{e}{m} U}. \quad (15.7)$$

Магнитное поле, индукция которого \vec{B} направлена перпендикулярно плоскости чертежа на рис. 78, действует на частицу с силой

$$F = eBv$$

и отклоняет пучок электронов по окружности радиуса R , причем

$$\frac{v^2}{R} = \frac{e}{m} v \vec{B}.$$

Создавая между обкладками конденсатора электрическое поле с напряженностью $E = \frac{U'}{d}$, U' - разность потенциалов между обкладками и d - расстояние между ними, можно посредством электрического поля компенсировать действие магнитного поля на пучок электронов и добиться, чтобы их траектория была прямолинейна, при этом

$$eE = eBv.$$

Из последнего равенства, а также соотношения, определяющего радиус окружности, описываемой электронами в магнитном поле, вытекает что

$$\frac{e}{m} = \frac{E}{RB^2}, \quad (15.8)$$

где R – радиус траектории электронов в магнитном поле при отсутствии электрического поля. Заменяя R его выражением через скорость v и учитывая зависимость v от ускоряющей разности потенциалов U , получим

$$\frac{e}{m} = \frac{E^2}{2UB^2}. \quad (15.9)$$

Точные измерения для электрона дали результат $\left(\frac{e}{m}\right) = -1,7588 \cdot 10^{11} \frac{\text{Кл}}{\text{кг}}$.

Зная, что заряд электрона $e = -1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, Томпсон определил массу электрона $m = \frac{1,6 \cdot 10^{-19}}{1,7588 \cdot 10^{11}} = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг. Подобным же образом можно определить удельный заряд и массу любых заряженных частиц. Однако метод, предложенный Томсоном, оказался недостаточно точным при определении удельного заряда положительных ионов большой массы.

В 1919 г. английский физик и химик Ф. Астон (1877-1945) сконструировал масс-спектрограф, позволяющий измерять удельные заряды ионов и соответственно их массы с весьма высокой степенью точности. На рис.79 показана принципиальная схема масс-спектрографа.

Пучок A исследуемых ионов проходит сначала через селектор (или фильтр) скоростей, который выделяет из пучка ионы с определенным значением скорости. В селекторе C ионы подвергаются одновременному действию взаимно перпендикулярных электрического и магнитного полей, отклоняющих ионы в противоположные стороны. Через выходную щель B селектора проходят только те ионы, для которых действия электрического и магнитного полей компенсируют друг друга, т.е. $eE = eBv$. Следовательно, скорости вышедших из селектора ионов, независимо от их массы и заряда, имеют одинаковое значение, равное $v = E/B$.

Выйдя из селектора, ионы попадают в область перпендикулярного к их скорости однородного магнитного поля M с индукцией B' . В этом поле они движутся по окружности, радиусы которых зависят от e/m и определяются по формуле (15.2):

$$R = \frac{mv}{eB'}$$

Описав половину окружности, ионы попадают на фотопластинку НК на расстояниях от щели, равных $2R$. Ионы с определенным значением e/m остав-

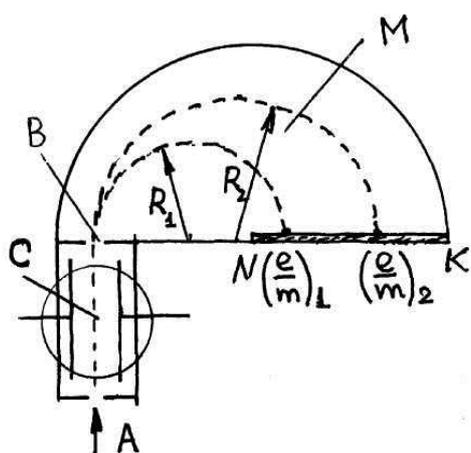


Рис.79

ляют на пластинке след в виде узкой полоски. Зная v и B' , можно вычислить удельные заряды ионов и затем определить массы ионов. С помощью масс-спектрографа Ф. Астон доказал наличие изотопов у многих химических элементов.

15.3. Ускорители заряженных частиц

Ускорителями заряженных частиц называются устройства, в которых под действием электрических и магнитных полей создаются и управляются пучки высокоэнергетических заряженных частиц. По форме траектории и механизму ускорения частиц ускорители делятся на

линейные, циклические и индукционные.

В *электростатическом линейном ускорителе* заряженная частица проходит через ускоряющее электрическое поле однократно. Если q – заряд частицы, а φ_1 и φ_2 – потенциалы в начале и конце траектории частицы в поле, то энергия, приобретенная частицей в ускорителе, равна

$$W = q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

В ускорителях этого типа поле создается либо высоковольтным генератором Ван-де-Граафа, либо высоковольтным импульсным генератором. Таким образом удается получить $(\varphi_1 - \varphi_2)$ не больше 15 МВ.

Значительно больше энергии можно сообщить заряженным частицам в *линейных резонансных ускорителях*. В этих ускорителях энергия частиц увеличивается под действием переменного электрического поля сверхвысокой частоты, *синхронно* изменяющимся с движением частиц. Таким образом, протоны ускоряются до энергий порядка десятков МэВ, электроны – до десятков ГэВ.

Наиболее мощные современные ускорители протонов и других положи-

тельно заряженных частиц построены по циклическому принципу. В 1931 г. американский физик Э.Лоуренс (1901-1957) построил первый циклический ускоритель, получивший название *циклотрона*.

Циклотрон состоит из двух металлических дуантов М и N (рис.80), представляющих собой две половины невысокой тонкостенной цилиндрической коробки, разделенные узкой щелью. Дуанты заключены в плоскую замкнутую вакуумную камеру А, помещенную между полюсами сильного электромагнита.

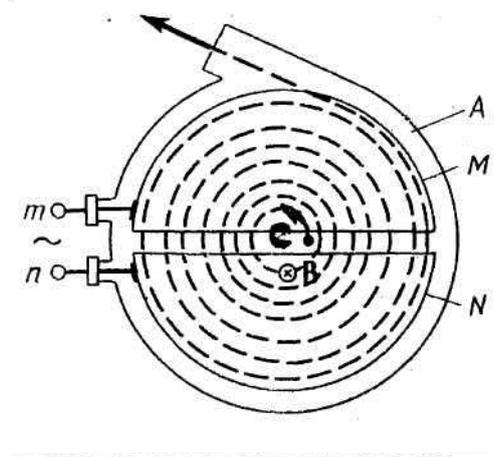


Рис.80

Магнитная индукция \vec{B} направлена перпендикулярно плоскости чертежа. Дуанты с помощью электродов m и n присоединены к полюсам электрического генератора, создающего в щели между ни-

ми переменное электрическое поле. Если ввести в точку С положительный ион в тот момент, когда электрическое поле между дуантами максимально, то под действием электрического поля ион начнет равноускоренно перемещаться в плоскости чертежа снизу вверх. Как только он войдет в дуант М, ускоряющее действие электрического поля прекратится, так как металлические стенки дуанта экранируют его внутреннюю полость от электрического поля в зазоре. Внутри дуанта М ион под действием магнитного поля опишет полуокружность, радиус которой можно определить по формуле (15.2). К тому моменту времени, когда ион, двигаясь в дуанте М, будет подходить к зазору между дуантами, направление вектора \vec{E} электрического поля изменится на противоположное первоначальному и поле снова будет ускорять движение иона. Затем внутри дуанта N ион опишет полуокружность, но уже несколько большего радиуса, соответствующего возросшей скорости, и т.д. В результате многократного ускорения иона электрическим полем его кинетическая энергия может стать очень большой. На последнем витке, когда энергия частиц и радиус орбиты доведены до максимально допустимых значений, пучок частиц посредством отклоняющего электрического поля выводится из циклотрона.

Для непрерывного ускорения частицы в циклотроне необходимо выполнять *условие синхронизма* – периоды вращения частицы в магнитном поле (15.3) и колебаний электрического поля должны быть равны.

Циклотроны позволяют ускорять протоны до энергий примерно 20 МэВ ($1 \text{ МэВ} = 1,6 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}$). Дальнейшее их ускорение в циклотроне ограничивается релятивистским возрастанием массы со скоростью (7.15), что приводит к увеличению периода обращения (по (15.2) он пропорционален массе), и синхронизм нарушается.

Ускорение релятивистских частиц в циклических ускорителях можно, однако, осуществить, если применять предложенный в 1944 г. советским физиком В.И. Векслером (1907-1966) и в 1945 г. американским физиком Э.Мак-Милланом (р. 1907) *принцип автофазировки*. Принцип автофазировки используется в фазотроне (синхроциклотроне), синхротроне, бетатроне и синхрофазотроне.

15.4. Эффект Холла

В 1879 г. американский физик Э.Холл обнаружил, что в проводнике (или полупроводнике), помещенном в магнитное поле, возникает разность потенциалов в направлении, перпендикулярном вектору магнитной индукции \vec{B} и плотности тока \vec{j} , вследствие действия силы Лоренца на заряды, движущиеся в этом проводнике.

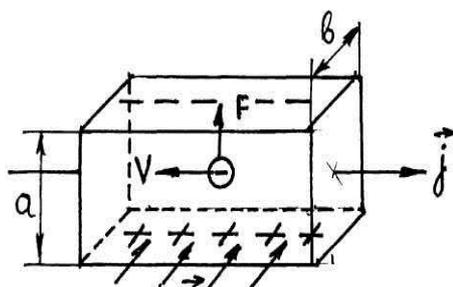


Рис.81

Поместим металлическую пластинку с током плотностью \vec{j} в магнитное поле \vec{B} , перпендикулярное \vec{j} (рис.81).

При данном направлении \vec{j} скорость носите-

лей тока в металле – электронов – направлена справа налево. Электроны испытывают действие силы Лоренца $F_{\perp} = qvB$, которая в данном случае направлена вверх. Таким образом, у верхнего края пластинки возникает повышенная концентрация электронов (он зарядится отрицательно), а у нижнего – их недостаток (зарядится положительно). Заряды, скопившиеся на верхней и нижней гранях пластины, создают электрическое поле напряженностью E , которое тоже воздействует на заряды с силой

$$F = qE = q \frac{\Delta\varphi}{a}.$$

Когда устанавливается стационарное распределение зарядов в поперечном сечении проводника, то $F_{\perp} = F$, т.е.

$$q \frac{\Delta\varphi}{a} = qvB \text{ или } \Delta\varphi = vBa, \quad (15.10)$$

где a – ширина пластинки, $\Delta\varphi$ – *поперечная (холловская) разность потенциалов*.

Учитывая, что сила тока $I = jS = nqvS$ (S – площадь поперечного сечения пластинки толщиной b , n – концентрация электронов, v – средняя скорость упорядоченного движения электронов), получим

$$\Delta\varphi = \frac{1}{nqab} Ba = \frac{1}{qn} \cdot \frac{IB}{b} = R \cdot \frac{IB}{b}, \quad (15.11)$$

где $R = \frac{1}{qn}$ – постоянная Холла.

По измеренному значению постоянной Холла можно определить концентрацию носителей тока в проводнике, а также судить о природе проводимости полупроводников.

Глава 16. Электромагнитная индукция

До сих пор мы обсудили две стороны связи между электрическими и магнитными явлениями: 1) электрический ток создает магнитное поле и 2) со стороны магнитного поля на электрический ток или на движущийся электрический заряд действует сила. Эти открытия были сделаны в 1820-1821 годах. Затем ученые задались вопросом: если электрический ток создает магнитное поле, то не может ли магнитное поле создавать электрический ток? Десять лет спустя американец Д. Генри (1797-1878) и англичанин М.Фарадей (1791-1867) независимо друг от друга обнаружили этот эффект, но Фарадей первым опубликовал свои результаты и провел более детальные исследования. В настоящей главе мы обсудим это явление и ряд его приложений, которые произвели революцию в жизни человечества.

16.1. Явление электромагнитной индукции

В 1831 г. М.Фарадей открыл, что во всяком замкнутом проводящем контуре при изменении потока магнитной индукции $\Phi = BS \cos\alpha$ (см. (14.4)) через поверхность S , ограниченную этим контуром, возникает электрический ток.

Опыт проводился с помощью свитого в катушку проводника, замкнутого на гальванометр, и полосового постоянного магнита (рис. 82).

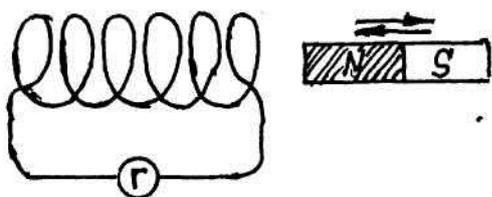


Рис.82

Если вдвигать в катушку постоянный магнит, то гальванометр покажет наличие тока в течение всего промежутка времени, пока магнит перемещается относительно катушки. При выдвигании магнита из катушки гальванометр показывает наличие тока противоположного направления. Изменение

направления тока происходит при изменении вдвигаемого (или выдвигаемого) полюса магнита. Кроме того, Фарадей обнаружил, что электрический ток возбуждается при деформации контура, а также при вращении жесткого контура в магнитном поле, при поступательном движении в неоднородном магнитном поле или когда неподвижный контур находится в изменяющемся со временем магнитном поле.

Ток, возбуждаемый магнитным полем в замкнутом контуре, называется индукционным, само явление возбуждения тока посредством магнитного поля – электромагнитной индукцией. Электродвижущая сила, обуславливающая индукционный ток, называется электродвижущей силой индукции.

Общее правило для нахождения направления индукционного тока было указано в 1833 г. русским физиком Э.Х. Ленцем (1804-1865). Правило Ленца формулируется следующим образом: индукционный ток имеет такое направление, что создаваемое им магнитное поле стремится компенсировать изменение магнитного потока, вызвавшее этот индукционный ток.

16.2. ЭДС индукции

Рассмотрим плоский контур, одна сторона которого представляет собой проводящий проводник, способный перемещаться по проводящим шинам (рис.83).

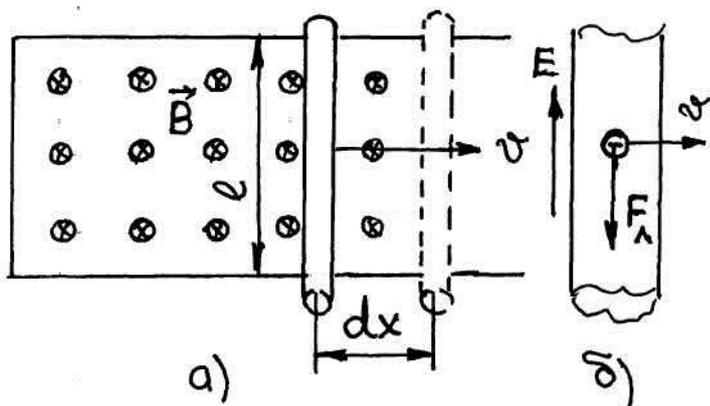


Рис.83

Контур помещен в магнитное поле с индукцией \vec{B} , перпендикулярной плоскости контура. При перемещении проводника длиной l на заряд (электрон), движущийся в магнитном поле, действует сила Лоренца $F_L = evB$ (рис.83,б). Это приведет к перемещению зарядов в проводнике таким образом, что на его концах образуются

избытки зарядов противоположного знака и создается электрическое поле напряженностью \vec{E} , препятствующее дальнейшему перемещению. Поэтому

$$eE = eBv \text{ или } E = vB. \quad (16.1)$$

Возникающее электрическое поле имеет неэлектростатическое происхождение. Из формулы взаимосвязи напряженности поля и потенциала (1.19) имеем

$$E = -\frac{\Delta\varphi}{l}, \quad (16.2)$$

где $\Delta\varphi$ - разность потенциалов на концах проводника.

Величина разности потенциалов между концами проводника выражает величину ЭДС индукции

$$\varepsilon_i = \Delta\varphi = -El = -vBl = -B \frac{lvdt}{dt}. \quad (16.3)$$

Так как $vdt = dx$ - расстояние, на которое перемещается проводник, $ldx = dS$ - площадь, пересекаемая проводником за время dt , то $BdS = d\Phi$ - поток вектора магнитной индукции, пересекаемый проводником.

Таким образом, электродвижущая сила индукции пропорциональна скорости изменения потока магнитной индукции (закон Фарадея-Максвелла):

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}, \quad (16.4)$$

где знак минус является математическим выражением правила Ленца.

Закон Фарадея-Максвелла применим не только к отдельному контуру или витку, но и к катушке, которую можно рассматривать как N витков, соединенных последовательно. В этом случае суммарная ЭДС будет в N раз больше, чем ЭДС отдельного витка, т.е.

$$\varepsilon_i = -N \frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\Psi}{dt}, \quad (16.5)$$

где $\Psi = N\Phi$ - величина, называемая *потокосцеплением*, Φ - поток через виток.

16.3. Вихревые токи (токи Фуко)

Одним из проявлений электромагнитной индукции является возникновение замкнутых индукционных токов в сплошных массивных проводниках. Отличие этих токов от индукционных в линейных проводниках состоит в том, что для их возникновения нет необходимости включать проводник в замкнутую цепь. Поэтому индукционные токи в массивных проводниках носят вихревой характер.

Сила вихревого тока по закону Ома равна

$$I_{\text{вихр}} = \frac{\varepsilon_i}{R} = -\frac{1}{R} \cdot \frac{d\Phi}{dt}, \quad (16.6)$$

где Φ - магнитный поток сквозь контур, R - сопротивление цепи вихревого тока.

Сопротивление R рассчитать очень трудно, но совершенно очевидно, что в массивных проводниках оно будет мало и вихревые токи могут достигать большой силы даже в не очень быстро меняющихся магнитных полях (например, в магнитном поле, создаваемом переменным током частотой 50 Гц).

Вихревые токи вызывают сильное нагревание проводников. На это впервые обратил внимание французский физик Л.Фуко (1819-1868), поэтому вихревые токи обычно называют *токами Фуко*. Из закона Джоуля-Ленца ($Q = I^2Rt$)

и формулы (16.6) следует, что количество теплоты, выделяемое в единицу времени вихревым током, пропорционально квадрату частоты изменения магнитного поля. Поэтому в индукционных печах, служащих для плавки металлов при помощи токов Фуко, магнитное поле создается переменным током высокой частоты.

Во многих случаях токи Фуко бывают нежелательны, и приходится применять для борьбы с ними специальные меры. Магнитные цепи электрических машин и сердечники трансформаторов делают не сплошными, а собирают из отдельных тонких листов железа, изолированных друг от друга специальным лаком или окалиной. Пластины располагаются так, чтобы возможные направления токов Фуко были к ним перпендикулярны.

В соответствии с правилом Ленца токи Фуко выбирают внутри проводника такие пути и направления, чтобы своим действием возможно сильнее противодействовать причине, которая их вызывает. Поэтому движущиеся в сильном магнитном поле хорошие проводники испытывают сильное торможение, обусловленное взаимодействием токов Фуко с магнитным полем. Этим свойством пользуются для демпфирования (успокоения) подвижных частей амперметров, сейсмографов и других приборов. На подвижной части прибора устанавливается хорошо проводящая (например, алюминиевая) пластинка в виде маятника, которая вводится в зазор между полюсами сильного постоянного магнита. При движении пластины в ней возникают токи Фуко, вызывающие торможение системы.

16.4. Явление самоиндукции

Возникновение ЭДС индукции в контуре или катушке вследствие изменения магнитного потока, создаваемого током в самом контуре, называется *самоиндукцией*. Ток I в контуре или катушке и создаваемый им полный магнитный поток (потокосцепление) Ψ через контур пропорциональны друг другу

$$\Psi = LI, \quad (16.7)$$

где L – коэффициент пропорциональности, называемый *коэффициент самоиндукции*, или просто *индуктивность контура*.

При изменении силы тока меняется также магнитный поток, а так как контур находится в собственном изменяющемся магнитном потоке, то в нем индуцируется ЭДС. Если размер контура и магнитная проницаемость среды μ , окружающей контур, не изменяются, то индуктивность контура L остается постоянной и, используя формулу закона Фарадея-Максвелла (16.5), выражение для ЭДС самоиндукции можно получить в виде:

$$\varepsilon_s = -L \frac{dI}{dt}, \quad (16.8)$$

т.е. ЭДС самоиндукции пропорциональна скорости изменения тока в контуре и индуктивности.

Рассмотрим, чему равна индуктивность катушки (соленоида). Будем считать катушку очень длинной, а магнитное поле внутри нее – однородным. Тогда магнитная индукция по формуле (14.32) будет равна $\vec{B} = \mu\mu_0 nI$, а полный маг-

нитный поток (потокосцепление) $\Psi = N\Phi = NBS = \mu\mu_0 nINS$, где μ - магнитная проницаемость сердечника, μ_0 - магнитная постоянная, n - количество витков на единицу длины катушки, I - сила тока, N - количество витков катушки, S - площадь поперечного сечения. Из выражения (16.7) имеем

$$L = \frac{\Psi}{I} = \mu\mu_0 nNS = \mu\mu_0 \frac{N^2}{l} S = \mu\mu_0 n^2 V, \quad (16.9)$$

где $V = Sl$ - объем соленоида.

За единицу индуктивности в СИ принимают индуктивность такого проводника, у которого при силе в нем в 1А возникает сцепленный с ним полный поток Ψ , равный 1 Вб. Эту единицу называют *генри* (Гн).

Если $\frac{dI}{dt} > 0$, то $\varepsilon_S < 0$, т.е. ток самоиндукции имеет направление, противоположное возрастающему току в контуре, и тормозит его возрастание в соответствии с правилом Ленца. Если $\frac{dI}{dt} < 0$, то ток самоиндукции и ток в контуре совпадают по направлению.

16.5. Взаимная индукция. Трансформатор

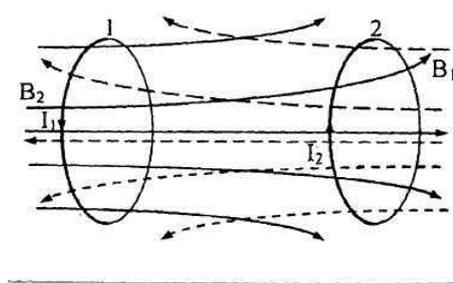


Рис.84

Явление взаимной индукции заключается в наведении ЭДС индукции во всех проводниках, находящихся вблизи цепи переменного тока, или возникновении ЭДС индукции в одном контуре при изменении тока в другом соседнем контуре. Впервые это наблюдал Фарадей для двух контуров.

Возьмем два контура 1 и 2, расположенных близко друг к другу (рис.84). Если в контуре 1 течет ток силы I_1 , он создает в области контура 2 полный магнитный поток, пропорциональный I_1

$$\Psi_{21} = M_{21} I_1, \quad (16.10)$$

где M_{21} - взаимная индуктивность (поле, создающее этот поток, изображено на рис.84 сплошными линиями).

При изменениях тока I_1 в контуре 2 возникает ЭДС взаимной индукции

$$\varepsilon_{21} = -M_{21} \frac{dI_1}{dt}. \quad (16.11)$$

Аналогично, при протекании в контуре 2 тока I_2 магнитный поток (его поле изображено на рис.84 пунктиром) пронизывает первый контур. При изменениях тока I_2 в контуре 1 возникает ЭДС взаимной индукции

$$\varepsilon_{12} = -M_{12} \frac{dI_2}{dt}. \quad (16.12)$$

Коэффициенты M_{21} и M_{12} , как показывают расчеты, подтвержденные опытом, равны друг другу

$$M_{21} = M_{12},$$

зависят от геометрической формы, размеров, взаимного расположения контуров и от магнитной проницаемости окружающей среды. Единица взаимной индуктивности та же, что и для индуктивности при самоиндукции, - генри (Гн).

Явление взаимной индукции используется для повышения или понижения напряжения переменного тока с помощью трансформатора. Впервые трансформаторы были сконструированы и введены в практику русским электротехником П.Н. Яблочковым (1847-1894) и русским физиком И.Ф. Усагиным (1855-1919). Принципиальная схема трансформатора приведена на рис. 85.

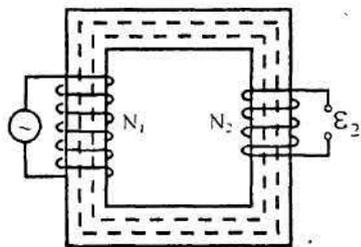


Рис.85

Первичная и вторичная катушки (обмотки), имеющие соответственно N_1 и N_2 витков, укреплены на замкнутый железный сердечник. Концы первичной обмотки присоединены к источнику переменного тока с ЭДС ε_1 , ток I_1 которого создает в сердечнике трансформатора переменный магнитный поток Φ . Магнитный поток Φ пронизывает витки вторичной обмотки.

Изменение этого потока вызывает во вторичной обмотке появление ЭДС взаимной индукции, а в первичной – ЭДС самоиндукции.

По закону Ома, ток I_1 первичной обмотки определяется алгебраической суммой внешней ЭДС и ЭДС самоиндукции:

$$\varepsilon_1 - N_1 \frac{d\Phi}{dt} = I_1 R_1, \quad (16.13)$$

где R_1 – сопротивление первичной обмотки. Падение напряжения $I_1 R_1$ на сопротивление R при быстропеременных полях мало, поэтому

$$\varepsilon_1 \approx N_1 \frac{d\Phi}{dt}. \quad (16.14)$$

ЭДС взаимной индукции, возникающая во вторичной обмотке,

$$\varepsilon_2 \approx -N_2 \frac{d\Phi}{dt}. \quad (16.15)$$

Из выражений (16.14) и (16.15)

$$\varepsilon_2 = -\frac{N_2}{N_1} \varepsilon_1, \quad (16.16)$$

где знак минус показывает, что ЭДС в первичной и вторичной обмотках противоположны по фазе.

Пренебрегая потерями энергии, которые в современных трансформаторах не превышают 2%, можно считать, что мощности тока в обеих обмотках трансформатора практически одинаковы

$$\varepsilon_2 I_2 \approx \varepsilon_1 I_1,$$

откуда, учитывая соотношение (16.16), получим

$$\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1}, \quad (16.17)$$

то есть токи в обмотках обратно пропорциональны числу витков в этих обмотках.

Отношение числа витков $k = \frac{N_2}{N_1}$ называется *коэффициентом трансформации*. Если $k > 1$, то трансформатор будет повышающим, увеличивающим

переменную ЭДС и понижающим ток; если $k < 1$, то трансформатор будет понижающим, уменьшающим ЭДС и повышающим ток (применяется при электро-сварке, так как для нее требуется большой ток при низком напряжении).

16.6. Токи при замыкании и размыкании цепи

Ток самоиндукции, возникающий в цепи, содержащей индуктивность L , источник ЭДС ε_0 и сопротивление R , после ее замыкания, называется током замыкания.

По закону Ома

$$IR = \varepsilon_0 + \varepsilon_S = \varepsilon_0 - L \frac{dI}{dt}. \quad (16.18)$$

Подставим ток I в виде суммы постоянной составляющей ε_0/R и тока самоиндукции

$$I = \frac{\varepsilon_0}{R} + I_S. \quad (16.19)$$

Тогда для I_S справедливо уравнение

$$\frac{dI_S}{dt} + \frac{R}{L} I_S = 0. \quad (16.20)$$

Его интегрирование дает $I_S = -\frac{\varepsilon_0}{R} e^{-\frac{R}{L}t}$,

следовательно,

$$I = \frac{\varepsilon_0}{R} (1 - e^{-\frac{R}{L}t}) = I_0 (1 - e^{-\frac{R}{L}t}). \quad (16.21)$$

График зависимости тока от времени изображен на рис. 86.

Ток самоиндукции, протекающий в контуре после выключения внешней ЭДС, называется током размыкания.

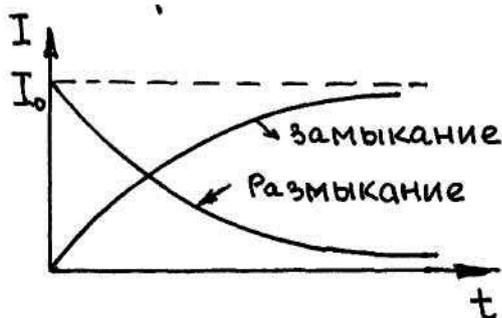


Рис.86

В каждый момент времени при размыкании по закону Ома

$$IR = \varepsilon_S = -L \frac{dI}{dt}. \quad (16.22)$$

Разделив в выражении (16.22) переменные, имеем $\frac{dI}{I} = -\frac{R}{L} dt$. Интегрируя это уравнение, получим

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t}. \quad (16.23)$$

При резком размыкании контура с индуктивностью ЭДС самоиндукции на короткое время может значительно повысить рабочее напряжение ε_0 , что приводит к пробое изоляции и порче аппаратуры.

Если вводить сопротивление R_0 медленно, ЭДС самоиндукции не достигает опасных значений.

16.7. Энергия магнитного поля

При пропускании тока по проводнику около него возникает магнитное поле, на создание которого затрачивается энергия. Следовательно, магнитное

поле является носителем энергии. Эта энергия равна работе, которая затрачивается током на создание магнитного поля.

Рассмотрим контур с индуктивностью L , по которому течет ток I . Данный контур охватывает магнитный поток $\Phi=LI$, который при изменении тока на dI меняется на $d\Phi=LdI$. Для изменения магнитного потока на величину $d\Phi$ необходимо совершить работу $dA = Id\Phi = LI dI$ (14.21). Тогда работа по созданию магнитного потока Φ будет равна

$$A = \int_0^I LI dI = \frac{LI^2}{2}.$$

Следовательно, энергия магнитного поля, связанного с контуром, равна

$$W_M = \frac{LI^2}{2}. \quad (16.24)$$

Выразим энергию магнитного поля на примере длинного соленоида. Магнитное поле такого соленоида однородно и в основном расположено внутри него. Индуктивность соленоида (16.9) $L = \mu\mu_0 n^2 V$, а сила тока из (15.32) $I = \frac{B}{\mu\mu_0 n}$. Подставляя L и I в (16.24), получаем

$$W_M = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} V. \quad (16.25)$$

Разделив обе части (16.25) на объем V соленоида, находим объемную плотность энергии магнитного поля

$$\omega_M = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}, \quad (16.26)$$

или, учитывая (14.6),

$$\omega_M = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}. \quad (16.27)$$

Выражения (16.26) и (16.27) справедливы для любого магнитного поля, независимо от его происхождения, и определяют энергию магнитного поля в единице объема.

Глава 17. Магнитные свойства вещества

Все материальные тела в той или иной мере обладают магнитными свойствами, поэтому термин «магнетики» имеет отношение ко всем веществам без исключения, хотя многие из них обладают очень слабо выраженными магнитными свойствами. Магнитными свойствами обладают не только макроскопические тела, но и отдельные молекулы, атомы, атомные ядра, а также электроны.

Магнитные свойства веществ зависят от структуры их атомов и атомных ядер, а также от характера взаимодействия между молекулами и атомами.

17.1. Магнитные моменты атомов и молекул

Все вещества, помещенные в магнитное поле, намагничиваются. Причиной этого явления является, согласно гипотезе Ампера, существование микроскопических токов, обусловленных движением электронов в атомах и молекулах.

Электрон, двигаясь по орбите, эквивалентен круговому току, величина которого определяется по формуле

$$I = \frac{e}{T} = e\nu, \quad (17.1)$$

где e – заряд электрона, T – период вращения, ν – частота вращения.

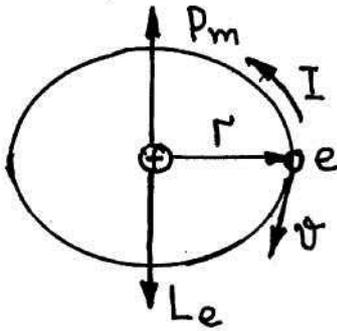


Рис.87

Орбитальный магнитный момент электрона в этом случае равен

$$p_m = IS = e\nu S, \quad (17.2)$$

где S – площадь орбиты (рис.87).

С другой стороны, электрон, двигаясь по орбите, обладает механическим моментом импульса

$$L_e = mvr = 2m\nu S, \quad (17.3)$$

где $v = 2\pi\nu r$, $\pi r^2 = S$. Сравнивая выражения (8.2) и (8.3), получим

$$p_m = -\frac{e}{2m} L_e = -g L_e, \quad (17.4)$$

где $g = \frac{e}{2m}$ называется **гиромагнитным отношением орбитальных моментов**.

Экспериментальное определение гиромагнитного отношения дало значение $g = \frac{e}{m}$, т.е. оказалось в два раза большим, чем расчетное. Для объяснения такого результата было предположено, что электрон имеет еще и собственный механический момент импульса L_{eS} (вращение вокруг собственной оси), получивший название **спин**. Спину электрона L_{eS} соответствует **собственный** магнитный момент

$$p_{mS} = -g_S L_{eS}. \quad (17.5)$$

Общий магнитный момент складывается из магнитных моментов электронов и магнитного момента ядра, но так как магнитные моменты ядер много меньше магнитных моментов электронов, то магнитными моментами ядер пренебрегают. Таким образом, общий магнитный момент атома (молекулы) равен

$$p_a = \sum p_{me} + \sum p_{mS}. \quad (17.6)$$

Для объяснения намагничивания веществ имеет значение поведение магнитных моментов во внешнем магнитном поле.

17.2. Магнитное поле в веществе

При помещении магнетика во внешнее магнитное поле с магнитной индукцией \vec{B}_0 , в нем создается магнитное поле микротоков \vec{B}' , которое накладывается на внешнее магнитное поле

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'. \quad (17.7)$$

Для количественного описания намагничивания магнетика вводится векторная величина – **намагниченность**, которая определяется магнитным моментом единицы объема магнетика

$$\vec{j} = \frac{\sum_{\Delta V} p_a}{\Delta V}. \quad (17.8)$$

Вектор \vec{j} связан с вектором B' соотношением

$$B' = \mu_0 \vec{j}. \quad (17.9)$$

Единица измерения \vec{j} , как следует из (17.8), – А/м.

В несильных магнитных полях намагниченность пропорциональна напряженности поля \vec{H} , т.е.

$$\vec{j} = \varkappa \vec{H}, \quad (17.10)$$

где \varkappa – безразмерная величина, называемая *магнитной восприимчивостью вещества*.

Зная, что $B_0 = \mu_0 H$ и из формул (17.9) и (17.10) $B' = \mu_0 \varkappa H$, выражение (17.7) можно записать в виде

$$\vec{B} = \mu_0 (1 + \varkappa) \vec{H} = \mu_0 \mu \vec{H}, \quad (17.11)$$

где $\mu = 1 + \varkappa$ – безразмерная величина, которая представляет собой магнитную проницаемость вещества. Магнитная проницаемость μ показывает, во сколько раз магнитное поле макроскопических токов усиливается вследствие намагничивания вещества.

По значению магнитной проницаемости μ все вещества делятся на три группы: диамагнетики ($\mu \leq 1$), парамагнетики ($\mu \geq 1$) и ферромагнетики ($\mu \gg 1$ и меняется в зависимости от напряженности поля макроскопических токов).

17.3. Диа- и парамагнетизм

В диамагнетиках, помещенных во внешнее магнитное поле B_0 , возникают намагниченность и внутреннее поле, направленное навстречу внешнему полю.

В отсутствие внешнего магнитного поля диамагнетик имеет результирующие магнитные моменты, как орбитальные, так и спиновые, равные нулю. Поэтому суммарный магнитный момент диамагнитного поля также равен нулю. К диамагнетикам относятся многие металлы (например, Вi, Ag, Au, Cu), большинство органических соединений, смолы, углерод и т.д.

Когда диамагнитное тело помещают во внешнее магнитное поле, то вследствие вихревого характера магнитного поля в диамагнетике индуцируются незатухающие молекулярные токи. Эти молекулярные токи, по правилу Ленца, имеют такое направление, что созданное ими внутреннее магнитное поле стремится ослабить внешнее магнитное поле. Следовательно, у диамагнетика магнитная проницаемость μ будет чуть меньше единицы ($\mu \leq 1$).

Диамагнитный эффект присущ всем без исключения веществам, в том числе и парамагнетикам, но в парамагнетиках его превышает эффект, обусловленный ориентацией магнитных моментов отдельных молекул. У парамагнетиков в отсутствие внешнего магнитного поля магнитные моменты электронов не компенсируют друг друга и атомы (молекулы) обладают магнитными моментами. При тепловом движении магнитные моменты ориентированы беспорядочно

и парамагнитные вещества без внешнего поля имеют суммарный магнитный момент, равный нулю. Попадая во внешнее магнитное поле, магнитные моменты молекул парамагнетика ориентируются таким образом, что собственное поле парамагнетика усиливает внешнее намагничивающее поле, и для парамагнетиков $\mu \geq 1$. При ослаблении внешнего магнитного поля до нуля ориентация магнитных моментов вследствие теплового движения нарушается и парамагнетик размагничивается.

17.4. Ферромагнетики и их свойства

Кроме двух классов веществ – диа- и парамагнетиков, которые являются слабомагнитными веществами, есть еще *сильномагнитные вещества* – ферромагнетики – вещества, которые намагничены даже при отсутствии внешнего магнитного поля. К ферромагнетикам относятся железо (от него и идет название «ферромагнетизм»), никель, кобальт, гадолиний, их сплавы и соединения.

Ферромагнитные вещества обладают большой проницаемостью, для них $\mu \gg 1$, иногда порядка 100000. У ферромагнетиков, так же как и у парамагнетиков, собственное поле при намагничивании усиливает внешнее поле, но ферромагнетики обладают отличительными свойствами: 1) магнитная проницаемость имеет очень большие значения и зависит от напряженности внешнего магнитного поля; 2) намагниченность ферромагнетиков сохраняется и после прекращения действия внешнего поля; 3) между \vec{B} и \vec{H} существует зависимость, которая имеет характерный вид, называемый «петлей гистерезиса».

Эти свойства ферромагнетиков объясняются особенностью их структуры, так называемой *доменной структурой*. В ферромагнетике имеются небольшие области, которые называются *доменами*.

Домены имеют размеры порядка (1 ÷ 10) мкм и представляют собой маленькие магнитики, внутри которых магнитные моменты всех молекул направлены в одну сторону. Так как расположение самих доменов беспорядочно, то суммарный магнитный момент большого куска ненамагниченного ферромагнетика равен нулю.

Когда образец помещается во внешнее магнитное поле, происходит ориентация магнитных моментов доменов, домены начинают вращаться и ориентироваться вдоль внешнего поля, и в результате возникает макроскопическое намагничивание. При очень больших значениях напряженности \vec{H} внешнего магнитного поля магнитные моменты всех доменов выстраиваются параллельно и наступает состояние насыщения, т.е. при дальнейшем увеличении напряженности \vec{H} внешнего поля намагниченность J образца не растет (рис. 88).

Зависимость магнитной индукции \vec{B} от напряженности \vec{H} внешнего магнитного поля имеет сложный характер. Согласно формуле (17.7) имеем

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}',$$

где B_0 – вектор магнитной индукции внешнего поля, \vec{B}' – вектор индукции собственного поля ферромагнетика.

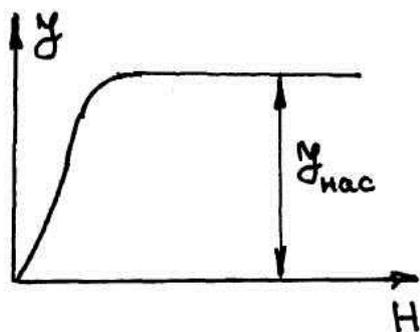


Рис.88

В состоянии насыщения индукция B' перестает расти и на увеличение B не влияет, но B_0 с ростом H продолжает увеличиваться. Поэтому в состоянии насыщения магнитная индукция внутри ферромагнетика продолжает возрастать, хотя и очень медленно (кривая OA , рис.89).

При изменении направления напряженности поля \vec{H} индукция поля в ферромагнетике не идет по старой кривой роста OA , а проходит по кривой с большими значениями индукции $A-B_r$. При напряженности поля \vec{H} , равной нулю, индукция магнитного поля в ферромагнетике отлична от нуля и равна B_r , которая называется *остаточной индукцией*. При значении напряженности H_c , которое называется *коэрцитивной силой*, магнитная индукция ферромагнетика становится равной нулю.

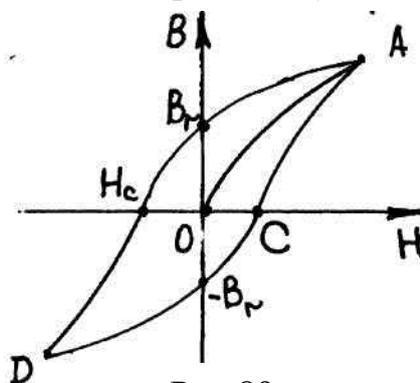


Рис.89

При дальнейшем возрастании напряженности поля \vec{H} обратного направления индукция магнитного поля тоже растет по модулю, направленная так же, как и вектор \vec{H} , проходя по кривой H_c-D . После достижения точки D меняем направление и получим кривую DCA . Замкнутая кривая, которая получается при вычерчивании зависимости $B=f(H)$, называется *петлей гистерезиса*.

В зависимости от величины коэрцитивной силы ферромагнетики делятся на мягкие и жесткие. Мягкие ферромагнетики имеют узкую петлю гистерезиса и малые значения коэрцитивной силы. Для жестких ферромагнетиков характерна широкая петля гистерезиса и, соответственно, большие значения коэрцитивной силы.

При перемагничивании ферромагнитные сердечники нагреваются, процесс перемагничивания связан с затратами энергии, которые называются *потерями энергии* на гистерезис.

Глава 18. Электромагнитные колебания и волны

Электромагнитные колебания были открыты при изучении первого конденсатора (лейденской банки). В 1826 г. французский ученый Ф. Савар заметил, что при замыкании лейденской банки через катушку стальная спица внутри катушки намагничивается. Но это было неудивительно, удивительно было то, что нельзя было определить, где какой будет у спицы полюс. Долго не могли понять этот процесс, пока не пришли к выводу, что происходит периодическое изменение величины заряда, тока, электрических и магнитных полей. Так как периодические изменения происходят за счет запаса энергии электрического поля при зарядке конденсатора, то такие колебания называются *свободными* электромагнитными колебаниями.

Вынужденные электромагнитные колебания возникают под действием внешней периодически изменяющейся ЭДС. Переменную ЭДС можно получить в катушке, вращающейся в постоянном магнитном поле.

18.1. Свободные колебания в контуре без потерь

Электрическая цепь, в которой происходят свободные электрические колебания, называют колебательным контуром. Колебательный контур состоит из конденсатора с электрической емкостью C и катушки с индуктивностью L , соединенных между собой последовательно. Если считать сопротивление катушки и соединительных проводов равным нулю, то контур называют идеальным.

Рассмотрим, почему в колебательном контуре возникают колебания. Для наглядности будем сравнивать процессы в контуре с колебаниями шарика на пружине.

Для возбуждения в контуре колебаний конденсатор предварительно заряжают, сообщая его обкладкам заряды $\pm q$. Тогда в начальный момент времени $t=0$ (рис.90,1) между обкладками конденсатора возникает электрическое поле, энергия которого $W = \frac{1}{2} q_m^2 / C$, где q_m – заряд конденсатора, C – его емкость. В случае шарика на пружине это эквивалентно тому, что мы изменим длину пружины на x , сообщив системе потенциальную энергию $\frac{kx^2}{2}$ (k – жесткость пружины), но пока держим шарик, не позволяя ему двигаться.

После замыкания конденсатора на катушку индуктивности в колебательном контуре появится электрический ток, конденсатор начнет разряжаться. Но разряжается он не мгновенно, так как при увеличении силы тока нарастает магнитное поле, изменение которого порождает ЭДС самоиндукции, направленную, согласно правилу Ленца, навстречу току разрядки. Нарастание силы тока и магнитного поля по мере уменьшения величины заряда на конденсаторе идет медленнее и становится равным нулю, когда конденсатор разрядится.

Через промежуток времени $t=T/4$ – четверти периода колебания (рис.90,2), ЭДС самоиндукции, препятствующая току разрядки, уменьшится до нуля, сила тока в катушке в этот момент времени достигнет максимального значения, и энергия магнитного поля в катушке будет равна $W_M = \frac{LI^2}{2}$, где L – индуктивность катушки. Точно так же вследствие инертности шарика его скорость увеличивается постепенно и в момент времени $t=T/4$ достигнет максимального значения.

В следующие моменты времени начинает уменьшаться сила тока в контуре, а следовательно, и магнитное поле в катушке. При этом теперь возникает ЭДС самоиндукции, знак которой противоположен знаку ЭДС самоиндукции, действовавшей в первой четверти периода, стремящейся поддержать ток разрядки конденсатора, заставляя электроны двигаться в том же направлении, что и раньше. В результате этого происходит перезарядка конденсатора. Через промежуток времени $t=T/2$ – половине периода колебания (рис.90,3) сила тока в

контуре и магнитное поле станут равными нулю, а заряд конденсатора и его электрическое поле достигнут максимума.

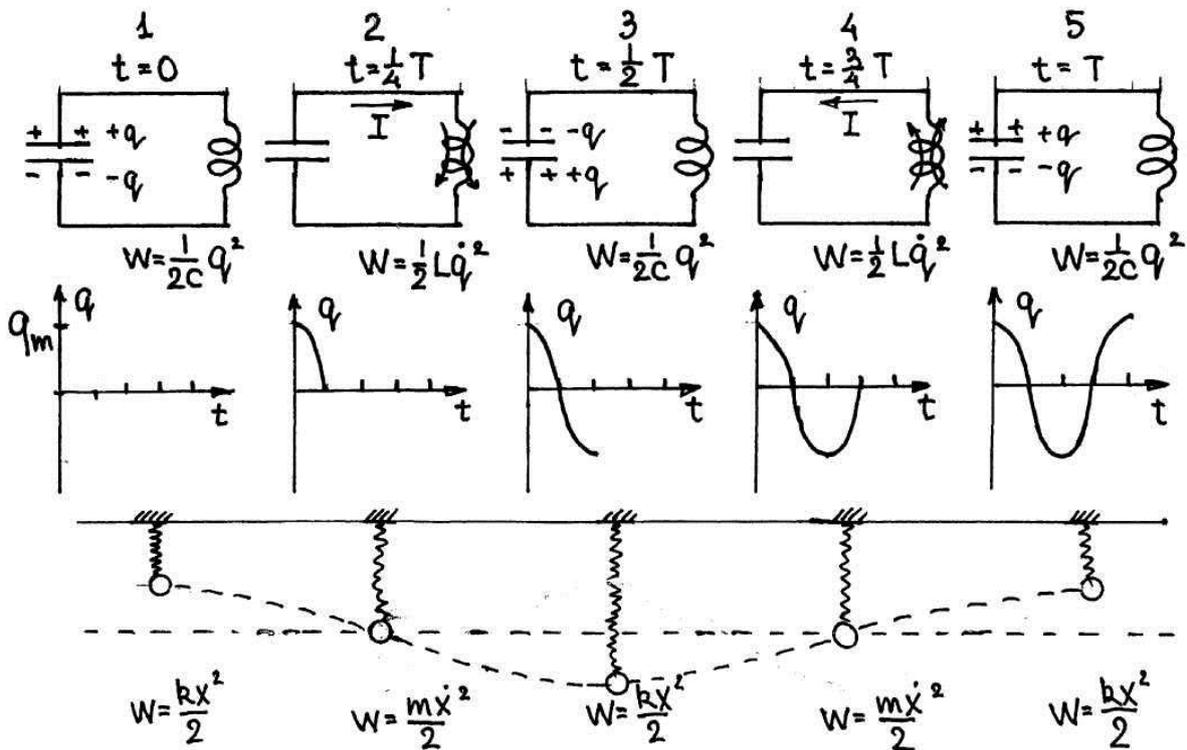


Рис.90

После перезарядки конденсатора процессы повторяются в обратном порядке. Колебания в контуре сопровождаются периодическими превращениями энергии электрического поля конденсатора в энергию магнитного поля катушки и наоборот. Поэтому эти колебания называются электромагнитными.

Для определения периода электромагнитных колебаний в контуре применим второе правило Кирхгофа для цепи, содержащей катушку индуктивности L , конденсатор емкостью C и резистор сопротивлением R :

$$IR + U_C = \varepsilon_S,$$

где IR – напряжение на резисторе, $U_C = q/C$ – напряжение на конденсаторе, $\varepsilon_S = -L \frac{di}{dt}$ – ЭДС самоиндукции. Следовательно,

$$L \frac{di}{dt} + IR + \frac{q}{C} = 0. \quad (18.1)$$

Если сопротивление $R=0$ (идеальный контур), то свободные электромагнитные колебания в контуре являются гармоническими. Разделив (18.1) на L и подставив $I = \frac{dq}{dt}$ и $\frac{di}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2}$, получим дифференциальное уравнение колебаний заряда q в контуре:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC} q = 0. \quad (18.2)$$

Обозначим $\frac{1}{LC} = \omega_0^2$. Тогда уравнение (18.2) примет вид

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \omega_0^2 q = 0. \quad (18.3)$$

Решением этого уравнения является функция $q = q_m \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$, где q_m - амплитуда колебаний заряда конденсатора с циклической частотой ω_0 , называемой *собственной частотой заряда q в контуре*

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad (18.4)$$

и периодом

$$T = 2\pi\sqrt{LC}. \quad (18.5)$$

Формула (18.5) впервые была получена английским физиком У. Томсоном (Кельвином) (1824-1907) и называется *формулой Томсона*.

18.2. Свободные затухающие колебания в колебательном контуре

Дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний заряда в контуре (при $R \neq 0$) имеет вид (см.18.1)

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = 0. \quad (18.6)$$

Учитывая собственную частоту ω_0 и принимая коэффициент затухания

$$\beta = R/(2L), \quad (18.7)$$

дифференциальное уравнение (18.6) можно записать в виде:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + 2\beta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0. \quad (18.8)$$

Решение дифференциального уравнения (18.8) показывает изменение заряда q в контуре

$$q = q_0 e^{-\beta t} \sin(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (18.9)$$

где $a(t) = q_0 e^{-\beta t}$ - амплитуда заряда в различные моменты времени,

$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$ - частота затухающих колебаний, которая меньше собственной частоты контура ω_0 .

Зависимость (18.9) показана на рис.91 сплошной линией, а зависимость $a(t) = a_0 e^{-\beta t}$ - пунктирными линиями.

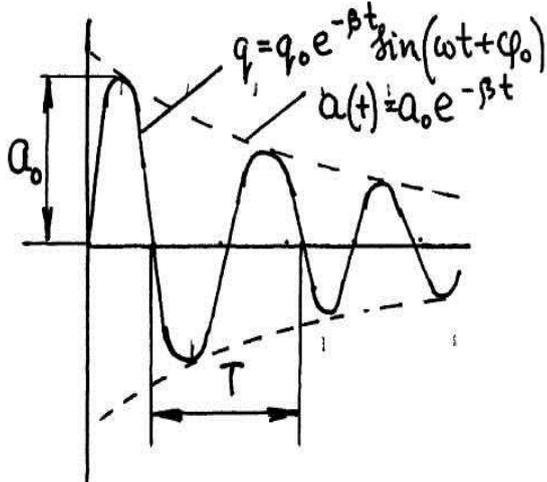


Рис.91

Если $a(t)$ и $a(t+T)$ - амплитуды двух последовательных колебаний, соответствующих моментам времени, отличающихся на период, то отношение $\frac{a(t)}{a(t+T)} = e^{\beta T}$ называется *декрементом затухания*, а его логарифм

$$\lambda = \ln \frac{a(t)}{a(t+T)} = \beta T - \quad (18.10)$$

логарифмическим *декрементом затухания*.

Добротность колебательного контура равна

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (18.11)$$

18.3. Переменный ток

Вынужденные электромагнитные колебания возникают при подключении электрических цепей к источнику переменного ЭДС, которая получается, в первую очередь, в генераторах переменного тока, вырабатывающих синусоидальное напряжение. С помощью генераторов переменного тока производят основную часть всей электроэнергии в мире. Кроме того, в цепях переменного тока важную роль играет поведение резисторов, конденсаторов и катушек индуктивности.

1. *Получение переменного тока.* Переменный ток получается при равномерном вращении плоской рамки (катушки) в магнитном поле (рис.92).

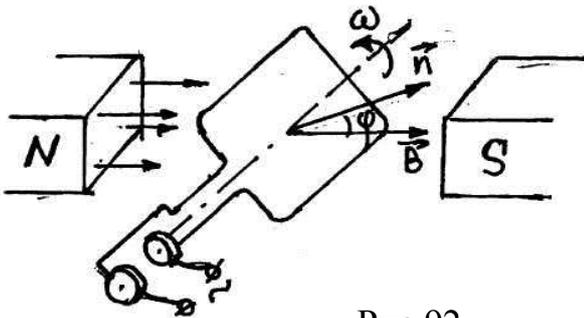


Рис.92

Магнитный поток Φ , сцепленный с рамкой, меняется по закону

$$\Phi = BS \cos \varphi = BS \cos \omega t, \quad (18.12)$$

где B – индукция магнитного поля, S – площадь рамки, ω – циклическая частота вращения.

По закону электромагнитной индукции в рамке возникает ЭДС индукции

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} = BS\omega \sin \omega t = \varepsilon_0 \sin \omega t, \quad (18.13)$$

где $\varepsilon_0 = BS\omega$ – амплитуда ЭДС.

Для катушки, состоящей из N витков, $\varepsilon_0 = NBS\omega$. Во внешней цепи, присоединенной к выводам рамки (катушки) через щетки (см. рис.92), течет переменный ток. Стандартная частота переменного тока в России равна 50 Гц.

2. *Сопротивление в цепи переменного тока.* Если цепь состоит из резистора сопротивлением R , то сила тока через резистор определяется законом Ома:

$$I = \frac{\varepsilon_i}{R} = \left(\frac{\varepsilon_0}{R}\right) \sin \omega t = I_0 \sin \omega t, \quad (18.14)$$

где амплитуда силы тока $I_0 = \frac{\varepsilon_0}{R}$.

Применяя метод векторных диаграмм, получим совпадение по направлению амплитудных значений тока I_0 и напряжения $U_0 = \varepsilon_0$ (сдвиг по фазе между I_0 и U_0 равен нулю) (рис.93).

Если в цепь включена катушка индуктивностью L (при $R \rightarrow 0$ и $C \rightarrow 0$), то при приложении переменного напряжения по цепи потечет переменный ток $I = I_0 \sin \omega t$, в результате чего в катушке возникает ЭДС самоиндукции

$$\varepsilon_s = -L \frac{dI}{dt} = -LI_0 \omega \cos \omega t. \quad (18.15)$$

Так как сопротивление катушки равно нулю, то ЭДС самоиндукции в ней в любой момент времени равна по модулю и противоположна по знаку напряжению на концах катушки

$$U = -\varepsilon_s = LI_0 \omega \cos \omega t. \quad (18.16)$$

Следовательно, при изменении тока в катушке напряжение на ее концах изменяется со сдвигом фазы на $\pi/2$:

$$U = LI_0\omega\sin(\omega t + \frac{\pi}{2}), \quad (18.17)$$

т.е. напряжение на концах катушки опережает по фазе силу тока на $\pi/2$ (рис. 94).

Амплитуда колебаний напряжения на катушке равна

$$U_0 = I_0L\omega. \quad (18.18)$$

Отношение амплитуды колебаний напряжения на катушке к амплитуде колебаний силы тока в ней называется индуктивным сопротивлением (обозначается X_L):

$$X_L = \frac{U_0}{I_0} = L\omega. \quad (18.19)$$

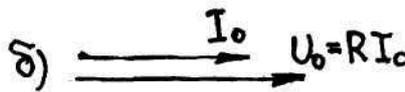
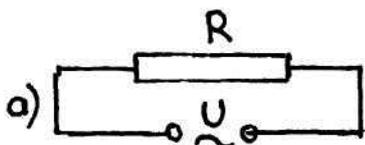


Рис.93

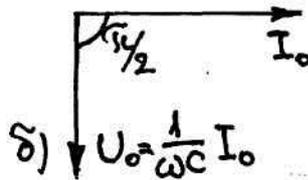
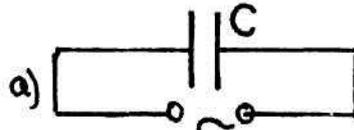


Рис.94

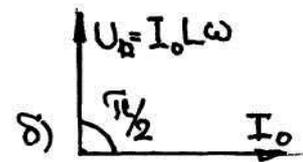
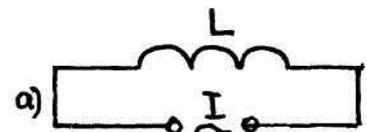


Рис.95

Рассмотрим далее процессы, протекающие в электрической цепи переменного тока с конденсатором емкостью C (при $R \rightarrow 0$ и $L \rightarrow 0$). В цепи постоянного тока через диэлектрик, разделяющий обкладки конденсатора, электрические заряды не проходят. Но в результате периодически повторяющихся процессов зарядки и разрядки конденсатора по проводам, соединенным с его выводами, течет переменный ток.

Установим связь между амплитудой колебаний напряжения на обкладках конденсатора и амплитудой колебаний силы тока. При изменениях напряжения на обкладках конденсатора

$$U_C = \frac{q}{C} = U_0 \sin \omega t \quad (18.20)$$

заряд на его обкладках меняется по закону

$$q = U_C C = U_0 C \sin \omega t. \quad (18.21)$$

При изменении заряда конденсатора в цепи возникает электрический ток

$$I = \frac{dq}{dt} = U_0 \omega C \cos \omega t = U_0 \omega C \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}). \quad (18.22)$$

Следовательно, колебания напряжения на обкладках конденсатора в цепи переменного тока отстают по фазе от колебаний силы тока на $\frac{\pi}{2}$ (рис.95). Если амплитуда силы тока $I_0 = U_0 \omega C$, то отношение амплитуды напряжения на кон-

денсаторе к амплитуде силы тока называется *емкостным сопротивлением* конденсатора (обозначается X_C)

$$X_C = \frac{U_0}{I_0} = \frac{U_0}{U_0 \omega C} = \frac{1}{\omega C}. \quad (18.23)$$

В цепи переменного тока сопротивление резистора R называется *активным сопротивлением*, а индуктивное и емкостное сопротивления (X_L и X_C) называются *реактивными сопротивлениями*.

18.4. Закон Ома для цепи переменного тока

Рассмотрим цепь, содержащую резистор сопротивлением R , катушку индуктивностью L и конденсатор емкостью C , на концы которой подается переменное напряжение (рис.96).

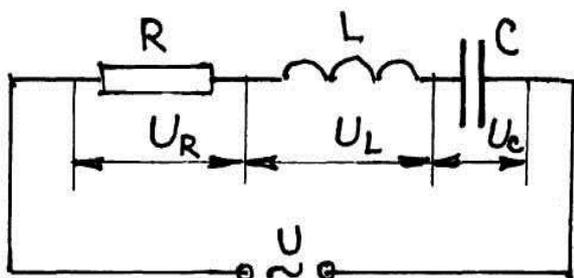


Рис.96

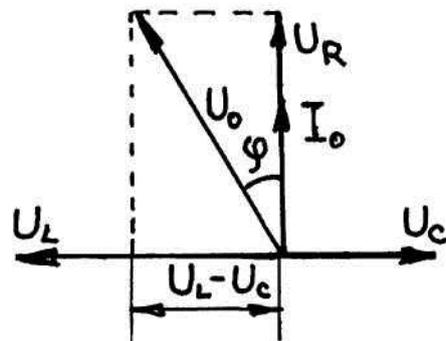


Рис.97

В цепи возникает переменный ток, который вызовет на всех элементах цепи соответствующие падения напряжения U_R, U_L и U_C . Векторная диаграмма амплитуд падений напряжений на резисторе (U_R), катушке (U_L) и конденсаторе (U_C) представлена на рис.97. Амплитуда U_0 приложенного напряжения равна геометрической сумме этих падений напряжений.

Как видно из рис.97, угол φ определяет разность фаз между напряжением и силой тока. Из рис.97 следует, что

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{U_L - U_C}{U_R} = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{\omega L - 1/\omega C}{R}, \quad (18.24)$$

а амплитуда приложенного напряжения

$$U_0 = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2},$$

или

$$U_0 = \sqrt{(I_0 R)^2 + \left[\left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) I_0 \right]^2} = I_0 \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2},$$

откуда амплитуда силы тока равна

$$I_0 = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}}. \quad (18.25)$$

Величина

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad (18.26)$$

называется полным сопротивлением цепи переменного тока, и закон Ома будет иметь вид

$$I_0 = \frac{U_0}{Z}. \quad (18.27)$$

Если напряжение в цепи переменного тока изменяется по закону $U = U_0 \sin \omega t$, то при полном сопротивлении в цепи течет ток

$$I = I_0 \sin(\omega t + \varphi), \quad (18.28)$$

где φ и I_0 определяются соответственно по (18.27) и (18.28).

18.5. Мощность в цепи переменного тока

Мгновенное значение мощности переменного тока равно произведению мгновенных значений напряжения и силы тока

$$P(t) = U(t)I(t) = U_0 \sin \omega t \cdot I_0 \sin(\omega t + \varphi). \quad (18.29)$$

Используя тригонометрические формулы преобразования, получим

$$P(t) = \frac{I_0 U_0}{2} [\cos \varphi - \cos(2\omega t + \varphi)]. \quad (18.30)$$

Практический интерес представляет собой не мгновенное значение мощности, а ее среднее значение за время, равное периоду. Учитывая, что среднее значение $\cos(2\omega t + \varphi)$ равно нулю, имеем

$$\langle P \rangle = \frac{1}{2} I_0 U_0 \cos \varphi. \quad (18.31)$$

Из векторной диаграммы (рис.97) следует, что $U_0 \cos \varphi = RI_0$. Тогда

$$\langle P \rangle = \frac{1}{2} RI_0^2.$$

Такую же мощность развивает постоянный ток $I = I_0/\sqrt{2}$.

Величины

$$I = I_0/\sqrt{2}, \quad U = U_0/\sqrt{2} \quad (18.32)$$

называют соответственно *действующими (или эффективными) значениями тока и напряжения*.

Если учесть действующие значения тока и напряжения, средняя мощность переменного тока равна

$$\langle P \rangle = IU \cos \varphi, \quad (18.33)$$

где $\cos \varphi$ называется коэффициентом мощности. Допустимое значение $\cos \varphi$ для промышленных участков должно составлять не менее 0,85.

18.6. Основы электромагнитной теории Максвелла

Основные законы электрических и магнитных полей: теорема Гаусса-Остроградского, закон полного тока, закон электромагнитной индукции - являются обобщением экспериментальных фактов. Они позволяют по заданному распределению зарядов и токов найти в каждой точке пространства характеристики электрических и магнитных полей.

В 1864 г. английский физик Д.Максвелл (1831-1879) создал теорию единого электромагнитного поля, согласно которой переменное магнитное поле порождает переменное электрическое поле, а переменное электрическое поле –

магнитное поле. Эти вторичные поля имеют вихревой характер и переносят энергию. Плотность энергии электромагнитного поля равна

$$w_{ЭМ} = \left(\frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} \right).$$

По теории Максвелла, переменные электрические и магнитные поля, будучи первоначально связанными с зарядами и токами, в дальнейшем могут существовать независимо от зарядов и токов и, порождая друг друга, перемещаться в пространстве со скоростью

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4\pi\cdot 9\cdot 10^9} \cdot 4\pi\cdot 10^{-7} \varepsilon\mu}} = \frac{3\cdot 10^8}{\sqrt{\varepsilon\mu}} \text{ м/с.}$$

В вакууме $\mu = 1, \varepsilon = 1$ и $v = 3 \cdot 10^8$ м/с. Совпадение со скоростью света не случайно, так как свет – это электромагнитные волны.

1. **Первое уравнение Максвелла.** Это уравнение является обобщением закона электромагнитной индукции. Из закона электромагнитной индукции

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}, \text{ а } \varepsilon_i = \oint_l E dl,$$

т.е.

$$\oint_l E dl = -\frac{\partial\Phi}{\partial t}. \quad (18.34)$$

Это уравнение для проводящего контура Максвелл предложил считать справедливым не только для проводящего контура, но и для любого другого замкнутого произвольно выбранного в переменном магнитном поле. Иными словами: переменное магнитное поле в любой точке пространства создает вихревое электрическое поле.

Таким образом, первое уравнение Максвелла показывает, **что циркуляция вектора \vec{E} по произвольному замкнутому контуру l равна взятой с обратным знаком скорости изменения магнитного потока сквозь замкнутую поверхность контура (18.34).**

2. **Второе уравнение Максвелла.** Это уравнение является обобщением закона полного тока, из которого следует, что источником магнитных полей являются движущиеся электрические заряды (токи).

Максвелл предположил, что источником магнитных полей кроме токов могут быть также переменные электрические поля, и ввел понятие – **ток смещения**. Определим, как возникает ток смещения.

По теореме Гаусса-Остроградского поток вектора электрического смещения через поверхность S равен заряду внутри поверхности

$$\oint_S D dS = q.$$

Продифференцируем это выражение

$$\frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt} \oint_S D dS.$$

Если S неподвижна и недеформируема, то

$$\frac{dq}{dt} = \oint_S \frac{\partial D}{\partial t} dS. \quad (18.35)$$

Так как $\frac{dq}{dt} = I$ и $I = \int_S j dS$, то из (18.35) получим

$$j_{\text{см}} = \frac{\partial D}{\partial t}, \quad (18.36)$$

это плотность тока, связанная не с движением зарядов, а с изменением во времени электрического поля. Максвелл назвал этот ток – током смещения.

С учетом тока смещения закон полного тока можно записать в виде

$$\oint_l H dl = \sum_{i=1}^n I_i + I_{\text{см}} = I_{\text{полн}}, \quad (18.37)$$

где $I_{\text{см}} = \oint_S \frac{\partial D}{\partial t} dS$ - ток смещения, $I_{\text{полн}}$ - полный ток, т.е. циркуляция вектора \vec{H} по произвольному замкнутому контуру l равна полному току, пронизывающему поверхность, ограниченную этим контуром.

$$\oint_l H dl = I + \frac{\partial \Phi_D}{\partial t} = \int_S \left(j + \frac{\partial D}{\partial t} \right) dS. \quad (18.38)$$

Уравнение (18.38) является вторым уравнением Максвелла.

3. **Другие уравнения Максвелла.** Третье уравнение Максвелла – это теорема Гаусса-Остроградского для электрического смещения

$$\oint_S D dS = q. \quad (18.39)$$

Четвертое уравнение определяет поток вектора магнитной индукции через любую замкнутую поверхность, который равен нулю

$$\oint_S B dS = 0. \quad (18.40)$$

Вместе с соотношениями $D = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}$ и $B = \mu \mu_0 H$ четыре рассмотренных уравнения образуют систему уравнений электромагнитной теории Максвелла.

18.7. Электромагнитные волны

Существование электромагнитных волн переменного электромагнитного поля, распространяющегося в пространстве с конечной скоростью, - вытекает из уравнений Максвелла. Решающую роль для утверждения максвелловской теории сыграли опыты немецкого физика Г.Р. Герца (1857-1894), доказавшие, что электрические и магнитные поля действительно распространяются в виде волн.

Источником электромагнитных волн может быть любой электрический колебательный контур или проводник, по которому течет переменный электрический ток, поскольку для возбуждения электромагнитных волн необходимо создать в пространстве переменное электрическое поле (ток смещения) или соответственно переменное магнитное поле. Однако излучающая способность источника определяется его формой, размерами и частотой колебаний. Чтобы излучение было эффективным, необходимо увеличить объем пространства для создания переменного электромагнитного поля. Закрытые колебательные контуры для этого непригодны, так как в них электрическое поле сосредоточено между обкладками конденсатора, а магнитное – внутри катушки индуктивности. С другой стороны, эффективность излучения будет зависеть от быстроты изменения электрических и магнитных полей. Следовательно, для образования интенсивных электромагнитных волн необходимо создать электромагнитные колебания достаточно высокой частоты в сравнительно большом пространстве.

Колебания высокой частоты можно получить в колебательном контуре

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (18.41)$$

Из формулы (18.41) следует, что частота тем больше, чем меньше емкость конденсатора C и индуктивность катушки L . Герц, уменьшая число витков и площадь пластин контура, а также раздвигая их, совершил переход от закрытого колебательного контура к открытому колебательному контуру, представляющему собой два стержня, разделенных искровым промежутком (вibrator Герца). Колебания в системе поддерживаются за счет источника ЭДС, подключенного к обкладкам конденсатора, а искровой промежуток применяется для того, чтобы увеличить разность потенциалов, до которой первоначально заряжаются обкладки (рис.98).

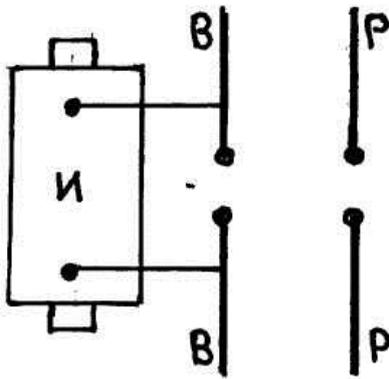


Рис.98

Для возбуждения электромагнитных волн vibrator Герца присоединяется ко вторичной обмотке индукционной катушки (рис.98). Когда разность потенциалов на искровом промежутке достигала пробивного значения, возникала искра, замыкающая обе половины vibratorа, и в vibratorе возникали свободные затухающие колебания. При исчезновении искры контур размыкался и колебания прекращались. Затем индуктор снова заряжал vibrator, возникала искра и в контуре опять наблюдались колебания и т.д. Для регистрации волн Герц пользовался вторым точно таким же

vibratorом, называемым резонатором P (рис.98). Когда в резонаторе P наступал резонанс, в его зазоре проскакивала искра.

С помощью vibratorа Герц достиг частот порядка 100 МГц и получил электромагнитные волны, длина которых составляла примерно 3 м. Зная частоту и длину волны, Герц определил скорость волн $v = v\lambda = 3 \cdot 10^8$ м/с.

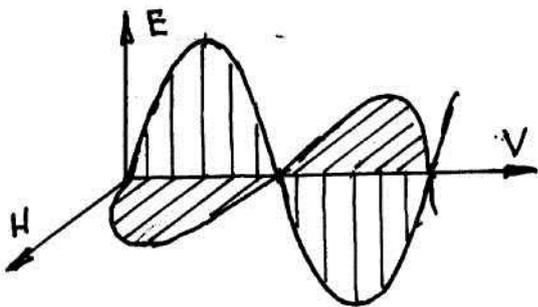


Рис.99

Следствием теории Максвелла является поперечность электромагнитной волны: векторы \vec{E} и \vec{H} напряженностей электрического и магнитного полей волны взаимно перпендикулярны (рис.99). Из уравнений Максвелла также следует, что в электромагнитной волне векторы \vec{E} и \vec{H} всегда колеблются в одинаковых фазах. Максвелл

предсказал наличие электромагнитных волн теоретически, а Герц через 10 лет после его смерти получил волны экспериментально.

IV. Оптика

Глаз является одним из важнейших органов чувств человека, а свет, с помощью которого мы можем различать предметы, играет значительную роль в науке и технике. Раздел физики, изучающий природу света, закономерности световых явлений и процессы взаимодействия света с веществом, получил название оптика.

Первоначально оптика ограничивалась изучением видимой части спектра электромагнитных волн; современная оптика изучает также широкую область спектра, примыкающую к видимой – ультрафиолетовую и инфракрасную области. Видимое излучение, вызывающее у человеческого глаза световое ощущение различных цветов, имеет длины волн от 0,38 до 0,77 мкм. Излучение с длиной волны больше 0,77 мкм называется инфракрасным, а ниже 0,38 мкм – ультрафиолетовым. Электромагнитные волны в пределах от 0,01 до 340 мкм, охватывающие все три перечисленные области, относятся к оптическому излучению.

Глава 19. Общие сведения о свойствах оптического излучения

Закономерности распространения света (в дальнейшем под словом «свет» будем подразумевать ультрафиолетовую, видимую и инфракрасную области электромагнитных волн) были известны довольно давно. К ним относятся четыре основных закона:

- 1) закон прямолинейного распространения света;
- 2) закон независимого распространения световых лучей;
- 3) закон отражения;
- 4) закон преломления.

Однако один из основных вопросов оптики – природа света – долгое время оставался открытым.

В 1672 году Ньютон предложил «теорию истечения». Он рассматривал свет как поток частиц (корпускул), испускаемых источником света и распространяющихся в однородной среде прямолинейно. Гюйгенс в 1690 году выдвинул волновую теорию, которая рассматривала свет как упругую волну, распространяющуюся в мировом эфире. Однако в течение почти ста с лишним лет волновая теория не получала широкого признания.

Лишь в начале XIX века благодаря исследованиям Юнга и Френеля волновая теория была значительно развита и усовершенствована.

Им удалось на основе волновых представлений объяснить все известные в то время оптические явления. Слабым местом волновой теории оставался только «мировой эфир». В 1864 году Максвелл создал электромагнитную теорию света, т.е. на смену упругим волнам пришли электромагнитные волны, которые могут распространяться в любой среде и в вакууме.

При помощи электромагнитной теории света объясняются законы распространения света (интерференция, дифракция, отражение, преломление и т.д.). Однако эта теория не объясняла такие явления, как фотоэффект, излуче-

ние и поглощение света атомами, комптон-эффект. Изучение этих явлений привело к необходимости предположить, что излучение света распространяется и поглощается не непрерывно, а порциями (квантами). И в начале двадцатого столетия возникла новая теория о природе света – квантовая, но эта теория не отвергала волновую, а дополняла ее.

Энергия E_ϕ , масса m_ϕ , импульс p_ϕ квантов (фотонов) определяются частотой колебаний, которая присуща световой волне:

$$E_\phi = h\nu; m_\phi = h\nu/c^2; p_\phi = h\nu/c, \quad (19.1)$$

где $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с - постоянная Планка;
 $c = 2,9979 \cdot 10^8 \approx 3 \cdot 10^8$ м/с – скорость света.

19.2. Монохроматический и сложный свет, естественный и поляризованный свет

По электромагнитной теории света в каждой точке, через которую проходит световая волна, возбуждаются электрические и магнитные поля с напряженностями \vec{E} и \vec{H} . Эти векторы взаимно перпендикулярны к направлению распространения волны, колеблются в одинаковой фазе и меняются со временем по синусоидальному закону (рис. 100).

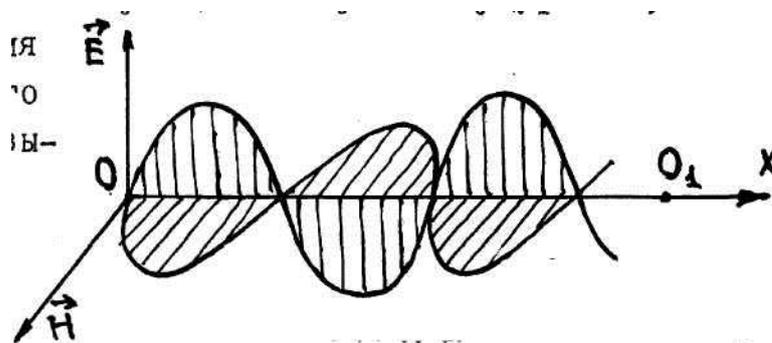


Рис. 100

Расстояние между двумя соседними гребнями одного знака этой синусоиды называется длиной световой волны $\lambda = \frac{c}{\nu} = cT$, где c – скорость света, ν – частота, T – период.

Допустим, в точке O , где находится источник света, вектор \vec{E} меняется со временем t по гармоническому закону $\vec{E} = \vec{E}_0 \sin \omega t$, где ω - круговая частота, которая связана с частотой и периодом соотношением $\omega = 2\pi\nu = 2\pi/T$. В точке O_1 , отстоящей от точки O на расстоянии x , значение вектора \vec{E} будет найдено следующим образом.

В точке O_1 в момент времени t величина \vec{E} будет принимать такое же значение, которое было в точке O на x/c секунд раньше, т.е. в момент времени

$(t-X/c)$. Следовательно, значение величины E в точке O_1 в момент времени t равно:

$$E = E_0 \sin \omega \left(t - \frac{x}{c} \right) = E_0 \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right). \quad (19.2)$$

Аналогичная формула может быть написана и для вектора \vec{H} . Формула (19.2) применима, если только амплитудные значения \vec{E}_0 и \vec{H}_0 остаются постоянными. Для сферической волны, испускаемой точечным источником, напряженности \vec{E}_0 и \vec{H}_0 убывают обратно пропорционально расстоянию от источника. Кроме того, следует заметить, что в формуле (19.2) предполагается строго определенное значение частоты колебаний ν или длины волны λ . Такой подход к рассмотрению является чисто условным и облегчает описание и изучение световых явлений. Реальное излучение содержит целый набор различных частот, называемый спектром. Если излучение содержит очень узкий интервал длин волн, то такое излучение называется *монохроматическим*. Например, излучение с интервалом длин волн от 0,49 до 0,50 мкм воспринимается глазом как голубой цвет.

Разреженные газы испускают спектр, состоящий из отдельных монохроматических излучений (спектральных линий). Каждый газ испускает свой характерный для него спектр, поэтому по линейчатому спектру излучения можно определить химический состав вещества. Раскаленные твердые и жидкие тела испускают непрерывный (сплошной) спектр волн.

Совокупность двух взаимно перпендикулярных колебаний векторов \vec{E} и \vec{H} , распространяющихся вдоль общей прямой, называется *световым лучом*.

Луч света, у которого вектор E лежит в одной плоскости, соответственно, вектор \vec{H} лежит в одной плоскости, но перпендикулярной к плоскости \vec{E} , называется *плоскополяризованным*. Если вектор \vec{E} (соответственно \vec{H}) изменяет свою ориентацию вокруг луча беспорядочно, то излучение называется *естественным*. Такое излучение получается от светящихся тел, так как у элементарных источников излучения - атомов и молекул - плоскости колебаний векторов \vec{E}_0 и \vec{H}_0 ориентированы в пространстве беспорядочно.

19.3. Фотометрические величины и единицы их измерения

Свет материален и несет с собой определенный запас энергии. Поэтому интенсивность света характеризуют величиной переносимой энергии. Эта энергия может быть измерена по её превращению в другие формы энергии в различных приёмниках. Раздел оптики, занимающийся измерением интенсивности света и его источников, называется фотометрией.

Для прикладной светотехники существенна не только объективная энергетическая характеристика интенсивности света, но и мера воздействия света на глаз наблюдателя. Так, например, тело, нагретое до 600 К, является интенсивным источником инфракрасных (тепловых) лучей, но эти лучи невидимы, и интенсивность их зрительного восприятия будет равна нулю. Поэтому в фотометрии приходится вводить двойные единицы измерения: энергетические, ко-

торые оцениваются по объективным энергетическим характеристикам, и визуальные, которые оцениваются по воздействию на глаз.

Количественное определение энергетических величин может быть выполнено при применении такого приемника, который одинаково бы воспринимал лучистую энергию при различных длинах волн падающего света. Таким приемником является термоэлемент, превращающий всю энергию света в тепловую и количественно измеряющий последнюю.

В большинстве оптических измерений приемником энергии является человеческий глаз, а также фоточувствительные слои и фотоэлементы. Все эти приемники не обладают одинаковой чувствительностью к лучистой энергии различных длин волн и являются селективными (избирательными) приемниками, т.е. в таких приемниках производится не объективная оценка интенсивности излучения, а субъективная, зависящая от типа приемника. В соответствии с этим для характеристики фотометрических величин необходимо вводить специальные визуальные единицы измерения, пригодные для видимого света. При визуальных измерениях приемником излучения является глаз.

Световое излучение, проходящее через некоторую поверхность, характеризуется количеством энергии за одну секунду, т.е. мощностью приходящейся на данную длину волны W_λ . Эта энергетическая характеристика называется потоком световой энергии. Однако зрительное ощущение зависит не только от мощности излучения, но и от свойств глаза воспринимать эту энергию в зависимости от длины волны λ , т.е. необходимо вводить коэффициент восприятия, чувствительность глаза V_λ .

Глаз будет воспринимать не всю энергию, а только часть, которая является монохроматическим световым потоком $\Phi_\lambda = V_\lambda \cdot W_\lambda$.

Глаз чувствителен лишь к очень узкому интервалу длин волн - от 0,38 до 0,77 мкм, причем даже в этом интервале чувствительность глаза к различным длинам волн неодинакова. Наиболее чувствителен глаз к длинам волн $\lambda_m = 0,555$ мкм (зеленый цвет). Для всех других длин волн чувствительность глаза резко падает. Например, для того чтобы красный свет казался столь же ярким, как и зеленый, необходимо, чтобы его мощность в 20000 раз превышала мощность зеленого света (!).

Значение чувствительности глаза у разных людей к одной и той же длине несколько отличается, поэтому в измерениях пользуются не абсолютными значениями чувствительности глаза, а относительными $K_\lambda = V_\lambda / V_m$, где V_λ - чувствительность глаза к длине волны λ , V_m - чувствительность глаза к длине волны $\lambda_m = 0,555$ мкм. V_m определяется путем усреднения результатов многочисленных измерений и утверждены Международной осветительной комиссией.

График изменения относительной спектральной чувствительности от длины волны называется функцией видимости (рис. 101).

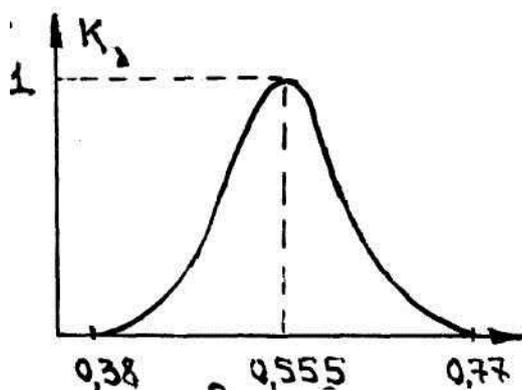


Рис.101

а) **Световой поток**. Если излучение осуществляется волнами различной длины, то световой поток Φ немонахроматического излучения складывается из потоков для каждой длины волны:

$$\Phi = \sum \Phi_{\lambda} = \sum V_{\lambda} W_{\lambda}. \quad (19.3)$$

Таким образом, можно сказать, что световым потоком называется поток световой энергии, оцениваемый по зрительному ощущению. За единицу светового потока был принят люмен (лм).

б) **Сила света**

Понятие силы света вводится с помощью представления о точечном источнике света. Точечным источником света считается источник, у которого размеры малы по сравнению с расстоянием до места наблюдения и который испускает свет равномерно по всем направлениям, т.е. необходимо рассматривать пространственное распределение света.

Для пространственных задач существенно понятие о телесном угле. Мерой телесного угла является отношение площади ΔS_0 участка, вырезанного конусом на поверхности сферы, к квадрату её радиуса r , т.е.

$$d\Omega = dS_0 / r^2. \quad (19.4)$$

За единицу телесного угла принят телесный угол, опирающийся на участок поверхности сферы, площадь которого равна квадрату её радиуса ($dS_0 = r^2$). Эта единица называется стерадианом (ср).

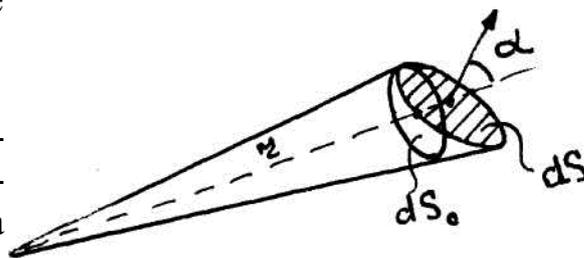


Рис.102

Наибольший пространственный угол равен $\Omega = 4\pi r^2 / r^2 = 4\pi$, а для бесконечной плоскости 2π . Если площадка расположена не перпендикулярно к радиусу, то, как видно из рис.102,

$$d\Omega = \frac{dS_0}{r^2} = \frac{dS \cdot \cos \alpha}{r^2}. \quad (19.5)$$

Сила света измеряется световым потоком, создаваемым точечным источником света в единицу телесного угла

$$I = d\Phi / d\Omega. \quad (19.6)$$

В качестве единицы измерения силы света применяется **кандела** (кд). Сила света является основной физической величиной в оптических измерениях и

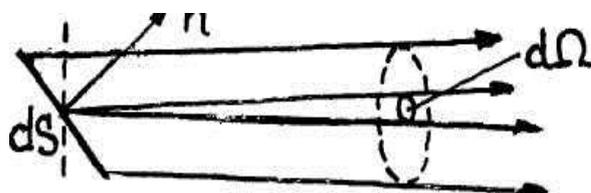
имеет свои эталон. Кандела – сила света, испускаемая с площади $1/600000\text{м}^2$ сечения полного излучателя в перпендикулярном направлении при температуре отвердевания платины (2042,5 К).

Из формулы (19.6) следует, что $I_{\text{лм}} = I_{\text{кд}} \cdot I_{\text{ср}}$.

в) Яркость

При рассмотрении силы света предполагалось, что источник света точечный, однако на практике часто применяются протяженные источники света. От двух таких источников, имеющих одинаковую силу света, более ярким будет меньший источник, так как он дает большую силу света с единицы площади. Поэтому для протяженных источников вводится характеристика, получившая название - яркость.

Яркость B измеряется силой света dI , излучаемой с площади видимой поверхности (перпендикулярной направлению наблюдения).



$$B = dI/dS_0 = dI/dS \cdot \cos\alpha.$$

Рис.103

Единицей измерения яркости является $\text{кд}/\text{м}^2$ (рис.103).

Яркость поверхности Солнца имеет порядок $10^9 \text{кд}/\text{м}^2$, ночного неба в безлунную ночь $10^{-4} \text{кд}/\text{м}^2$, нити накаливания электролампы – $10^6 \text{кд}/\text{м}^2$, экрана в кинотеатре – $5-20 \text{кд}/\text{м}^2$.

г) Освещенность

Для количественной оценки освещения поверхности вводится понятие освещенности. Освещенностью поверхности E называется отношение светового потока, равномерно распределенного по этой поверхности, к её площади

$$E = d\Phi/dS. \quad (19.7)$$

Если линейные размеры поверхности малы по сравнению с её расстоянием до источника света, то $dS = r^2 d\Omega / \cos\alpha$ и освещенность от точечного источника будет определяться по формуле

$$E = \frac{d\Phi \cdot \cos\alpha}{r^2 d\Omega} = \frac{I \cdot \cos\alpha}{r^2}. \quad (19.8)$$

Единицей освещенности является люкс (лк), равный $1 \text{лк} = 1 \text{лм}/\text{м}^2$. Освещенность, необходимая для чтения, составляет 50-100 лк, при точных работах - 200-400 лк.

д) Светимость

Световой поток, излучаемый с площадки dS в каком-либо направлении, отнесенный к величине этой площадки, называется светимостью

$$R = d\Phi/dS. \quad (19.9)$$

Единица измерения светимости такая же, как и единица освещенности – $\text{лм}/\text{м}^2$.

Источники света, яркость B которых не зависит от направления излучения, называются косинусными или ламбертовыми источниками. Светимость этих источников связана с яркостью соотношением $R=\pi B$.

Глава 20. Закономерности распространения света в различных средах

20.1. Принцип Гюйгенса

В 1690г. голландский физик Х.Гюйгенс предположил, что свет представляет собой волны. Он рассматривал вопрос о распространении волнового фронта и предположил способ, позволяющий по данному положению волнового фронта найти его положение в любые последующие моменты времени. Этот способ получил название принцип Гюйгенса. Он основан на предположении о том, что каждая точка, до которой доходит свет, становится источником вторичных волн.

Если в некоторый момент времени источник света начал излучать монохроматическую световую волну, то через время t эта волна, распространяясь по всем направлениям, достигнет некоторой поверхности $S(t)$, которая называется фронтом световой волны или волновым фронтом. В однородной изотропной среде волновые поверхности вторичных волн в момент времени $(t+\Delta t)$ имеют вид сфер радиуса $c\cdot\Delta t$, центры которых лежат на поверхности $S(t)$. Огибающая этих сфер в направлении распространения указывает положение нового фронта волны в момент $(t+\Delta t)$.

Практическое применение принципа Гюйгенса для однородной изотропной среды показано на рис. 104. Из рисунка видно, что световой луч всегда перпендикулярен волновому фронту и форма поверхности остается неизменной. В дальнейшем ограничимся рассмотрением световых волн, фронтом которых является плоскость; такие волны называются плоскими волнами.

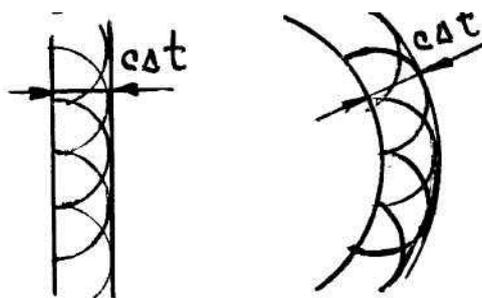


Рис. 104

Принцип Гюйгенса является чисто геометрическим способом построения волновых поверхностей, не связан с физической природой волн и в одинаковой степени относится как к упругим, так и к электромагнитным волнам.

20.2. Законы отражения и преломления света

Пользуясь принципом Гюйгенса, можно получить законы отражения и преломления света на границе двух сред.

Пусть плоская волна монохроматического света АВ падает на границу раздела двух сред I и II (рис.105), в которых скорости распространения света равны C_1 и C_2 , причем $C_1 > C_2$. Угол α между падающими лучами (лучи 1, 2 и 3) и нормалью, восстановленной в точке падения, называется углом падения.

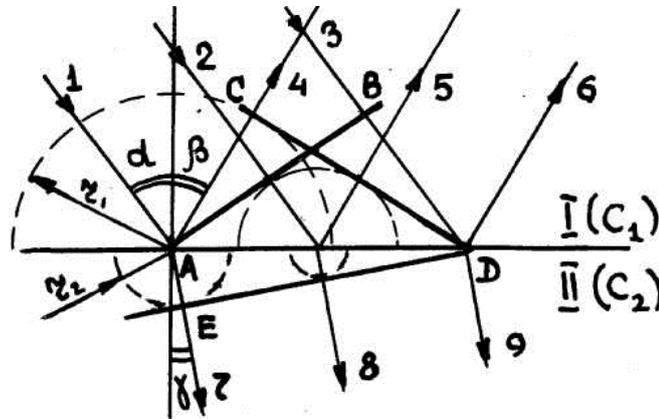


Рис. 105

На границе раздела двух сред свет частично отражается (лучи 4, 5 и 6), а частично проходит (преломляется) во вторую среду (лучи 7, 8 и 9). Применяя принцип Гюйгенса, построим фронты отраженной и преломленной волн.

Луч I, попадая в точку А, становится источником вторичных волн. За время $\Delta t = BD/C_1$, в течение которого луч 3 проходит расстояние BD, фронт вторичной волны в первой среде достигнет точек полусферы, радиус которой $r_1 = C_1 \Delta t = BD$, а во второй среде $r_2 = C_2 \Delta t = C_2/C_1 \cdot BD$. Опуская построение полусфер для промежуточных лучей, получим после проведения огибающей всех полусфер фронт отраженной волны и преломленной волны (CD и DE).

Из рис.105 видно, что $\triangle ABD = \triangle ACD$, как прямоугольные, имеющие общую гипотенузу и по одному одинаковому катету $BD = r_1 = AC$. Поэтому $\alpha = \beta$, где угол β называется углом отражения. Таким образом, получаем закон отражения света: падающий и отраженный лучи лежат в одной плоскости с нормалью, восстановленной к границе раздела сред в точке падения; угол падения равен углу отражения.

Далее из рис.105 следует, что $r_1/r_2 = C_1/C_2 = BD/AE$, $BD = AD \cdot \sin \alpha$, $AE = AD \cdot \sin \beta$.

Тогда получим

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{C_1}{C_2}, \quad (20.1)$$

где угол γ называется углом преломления. Это соотношение можно представить в другом виде через абсолютные показатели преломления. Абсолютный коэффициент преломления – это безразмерный коэффициент, который показывает, во сколько раз скорость света в вакууме C_0 больше, чем скорость света в среде С, т.е.

$$n_1 = C_0/C_1, \quad n_2 = C_0/C_2. \quad (20.2)$$

Величина абсолютного показателя преломления в различных веществах имеет неодинаковые значения (табл. 2).

Таблица 2

Показатели преломления твердых, газообразных и жидких веществ ($\lambda=0,589$ мкм)

Вещество	n	Вещество	n
Алмаз	2,417	Спирт метиловый	1,33
Стекло	1,515	Спирт этиловый	1,362
Лед	1,31	Эфир этиловый	1,354
Вода	1,333	Сероуглерод	1,63
Глицерин	1,47	Воздух	1,000292

Подставляя C_1 и C_2 из (20.2) в (20.1), получаем

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}. \quad (20.3)$$

Величина n_{21} называется относительным показателем преломления второго вещества по отношению к первому.

Это соотношение выражает закон преломления света: преломленный луч лежит в одной плоскости с падающим лучом и нормалью, восстановленной в точке падения; отношение синуса угла падения к синусу угла преломления есть величина постоянная для данных веществ.

Вещество с большим показателем преломления называется оптически более плотным.

Из формулы (20.3) следует, что при $\alpha=0$ и $\gamma=0$ (так как $C_1/C_2 \neq 0$). Таким образом, луч, падающий нормально на границу раздела двух сред, не преломляется.

20.3. Полное внутреннее отражение

При падении света из оптически более плотной среды в оптически менее плотную ($n_2 < n_1$), согласно закону преломления, угол падения α будет меньше угла преломления γ (рис. 106,а). Поэтому при некотором значении угла падения $\alpha=\alpha_{\text{пред}}$ угол преломления окажется равным 90° (рис. 106,б), т.е. преломленный луч не будет входить во вторую среду. Угол падения, при котором угол преломления $\gamma=90^\circ$, называется предельным углом падения $\alpha_{\text{пред}}$. При $\alpha > \alpha_{\text{пред}}$ будет наблюдаться явление полного внутреннего отражения.

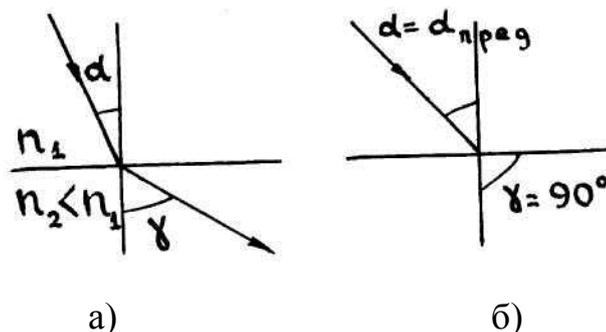


Рис.106

Предельный угол падения может быть найден из соотношения

$$\frac{\sin \alpha}{\sin 90^\circ} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}, \quad \sin \alpha_{\text{пред}} = n_{21}. \quad (20.4)$$

Для границы стекло - воздух $\alpha_{\text{пред}}=42^\circ$, т.е. при $\alpha>42^\circ$ наблюдается полное внутреннее отражение. Это свойство стекла используется в призмах полного внутреннего отражения, которые используются в устройствах полевых биноклей, дальномеров, перископов и т.д. (рис. 107).

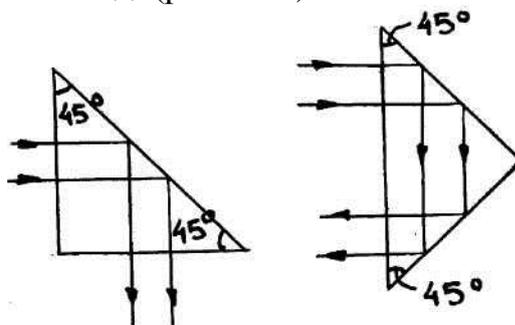


Рис. 107

В последнее время явление полного внутреннего отражения нашло применение в волоконной оптике. Стеклянная нить покрывается слоем оптически менее плотного вещества. Луч, падающий на торец нити, проходит всю нить и выходит из другого конца, независимо от того, каким образом изогнута нить. Жгут из нескольких сот нитей образует световод, который используется для наблюдения объектов, недоступных непосредственному наблюдению (например, внутренность желудка и т.д.).

20.4. Преломление монохроматического луча в призме

Во многих оптических приборах для преломления света используются призмы. Для рассмотрения хода лучей через призму применим закон преломления света при прохождении через границу раздела двух сред.

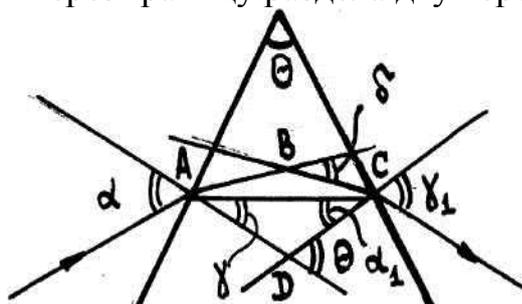


Рис.108

После двухкратного преломления луч отклонится на угол δ , который называется углом отклонения (рис. 108). Угол δ зависит от преломляющего угла θ и окружающей среды n_c . Найдем эту зависимость для наиболее простого случая, когда преломляющий угол θ мал (тонкая призма) и угол падения также мал.

На основании закона преломления для входящего и выходящего лучей получим:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = \frac{n_{\Pi}}{n_c} \quad \text{и} \quad \frac{\sin\alpha_1}{\sin\gamma_1} = \frac{n_c}{n_{\Pi}}.$$

При малых θ и α будут также малы углы $\gamma, \alpha_1, \gamma_1$. Поэтому синусы углов можно заменить самими углами

$$\alpha n_c = \gamma n_{\Pi} \quad \text{и} \quad \gamma_1 n_c = \alpha_1 n_{\Pi}. \quad (20.5)$$

Используя теорему о внешнем угле треугольника, из $\triangle ABC$ и $\triangle ADC$ следует, что

$$\theta = \gamma + \alpha_1, \quad (20.6)$$

$$\delta = (\alpha - \gamma) + (\gamma_1 - \alpha_1). \quad (20.7)$$

Подставляя выражение α и γ_1 из уравнения (20.5) и принимая во внимание (2.6), получим после преобразования

$$\delta = \left(\frac{n_{\Pi}}{n_c} - 1 \right) \theta. \quad (20.8)$$

В общем случае выражение (20.8) нужно записать в следующем виде:

$$\delta = \left(\frac{n_{\Pi}}{n_c} \cdot \frac{\cos\gamma}{\cos\alpha} - 1 \right) \theta. \quad (20.9)$$

В практически важных случаях множитель $\cos\gamma/\cos\alpha$ мало отличается от единицы, поэтому для вычисления угла отклонения можно пользоваться формулой (20.8).

20.5. Дисперсия света

Переменное электромагнитное поле с любой частотой изменения во времени распространяется в вакууме с одной и той же скоростью C_0 . Каждой частоте колебаний ν соответствует в вакууме определенная длина волны $\lambda_0 = C_0/\nu$.

Если монохроматическая волна попадает в какую - либо среду, то её поле возбуждает вынужденные колебания связанных зарядов среды с той же самой частотой ν . Колеблющиеся заряды создают вторичные электромагнитные волны с такой же частотой ν . Первичные и вторичные волны накладываются друг на друга, и суммарная электромагнитная волна распространяется в среде с частотой ν , но изменяет свою амплитуду, фазу и скорость распространения C . В данной среде монохроматические волны различной частоты будут создавать вынужденные колебания зарядов с амплитудой и фазой, зависящей от ν . Соответственно, различны будут амплитуды и фазы испускаемых при этом вторичных волн.

Следовательно, скорость распространения каждой волны будет зависеть от её частоты:

$$C = f(\nu).$$

Показатель преломления данной волны $n = \frac{C_0}{C} = \frac{C_0}{f(\nu)} = n(\nu)$ оказывается зависящим от частоты падающего света и длины волны в среде, так как длина волны связана с частотой

$$\lambda_{\text{CP}} = \frac{c}{\nu} = \frac{c_0}{\nu} \cdot \frac{c}{c_0} = \frac{\lambda_0}{n} \quad (20.10)$$

и меняется для каждой частоты в различное число раз.

Это явление - зависимость показателя преломления от частоты (или длины волны) падающего света – носит название **дисперсия света**. Преломленный и падающий лучи имеют одинаковую частоту колебаний ν , но у преломленного луча меняется скорость распространения C , показатель преломления n и длина волны λ в зависимости от конкретных свойств среды.

Для всех прозрачных веществ показатель преломления n монотонно возрастает с уменьшением длины волны λ , т.е. красные лучи преломляются меньше фиолетовых (рис. 109). Зависимость $n=n(\lambda)$ с достаточной точностью может быть описана формулой Коши:

$$n = n_0 + \frac{a}{\lambda^2} + \frac{b}{\lambda^4}, \quad (20.11)$$

где n_0 , a и b - некие постоянные для данного вещества величины.

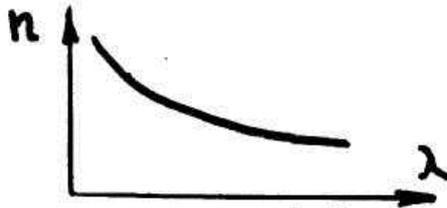


Рис.109

Опытное изучение явления дисперсии производится с помощью спектрометров и спектрографов, в которых основной деталью является призма. В призме угол отклонения возрастает с увеличением показателя преломления n , поэтому, например, при пропускании белого света через призму на экране будет наблюдаться спектр, т.е. полоса, окрашенная в цвета радуги, - от красного до фиолетового.

Глава 21. Тонкие линзы

21.1. Общие понятия о свойствах линз

Для преобразования хода световых лучей во многих оптических приборах широко используют линзы. Линза состоит из двух поверхностей, ограничивающих прозрачный (обычно стекло) материал, одна из которых обязательно является сферической, а другая может быть сферической или плоской.

Любая прямая линия, проведенная через центр линзы, называется оптической осью линзы. Оптическая ось, проведенная через центры образующих линзу поверхностей, называется главной.

Линза называется тонкой, если её толщина значительно меньше радиусов кривизны образующих поверхностей. Линза является собирающей, если она преломляет проходящие через неё лучи в сторону оптической оси, и рассеивающей, если она отклоняет лучи от оптической оси.

21.2. Формула тонкой линзы

Построим изображение точки A , лежащей на главной оптической оси на расстоянии a от линзы. Лучи, исходящие из точки A под углами α , собираются линзой в точке A_1 , лежащей на главной оптической оси на расстоянии b от линзы. Так как линза тонкая, то при определении величин a и b толщиной линзы пренебрегаем (рис. 110).

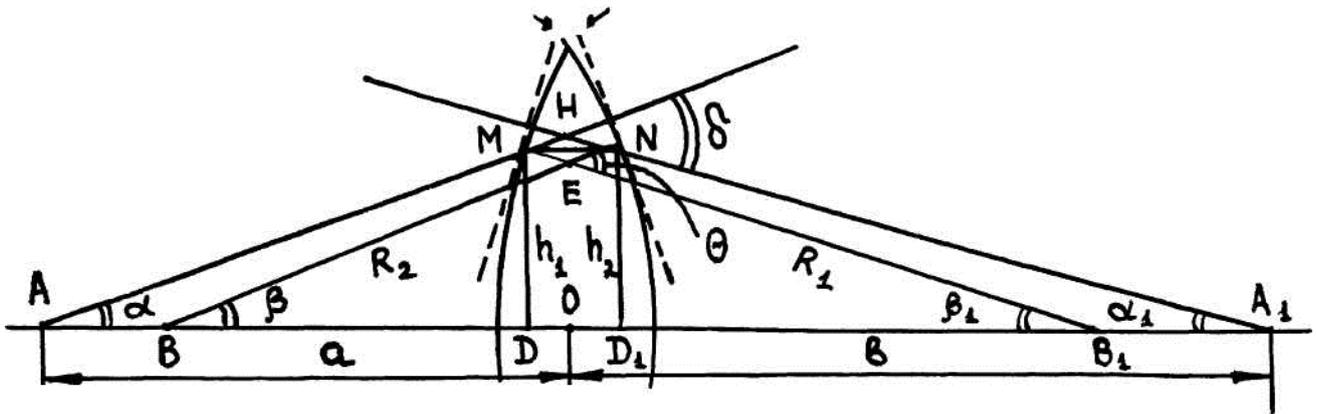


Рис. 110

Покажем, что все параксиальные лучи, т.е. лучи, которые составляют с оптической осью очень малые углы (не более 7°), выходя из точки A под любым углом α , пересекаются в одной точке A_1 .

В точках падения луча света на линзу M и выхода из линзы N построим касательные плоскости и через эти точки проведем перпендикуляры к построенным плоскостям. Перпендикуляры будут являться радиусами R_1 и R_2 кривизны сферических поверхностей, ограничивающих линзу. Луч $AMNA_1$ можно рассматривать как луч, преломленный в тонкой призме с преломляющим углом θ между касательными плоскостями.

Так как угол α очень мал, то тогда и углы β , β_1 и α_1 также малы и можно считать:

$$AD \approx a, A_1D_1 \approx b, \quad \alpha \approx \operatorname{tg}(h_1/AD) \approx h_1/AD \approx h_1/a, \\ \alpha_1 \approx \operatorname{tg}(h_2/A_1D_1) \approx h_2/b, \quad \beta \approx \sin\beta \approx h_2/R_2, \quad \beta_1 \approx \sin\beta_1 \approx h_1/R_1.$$

Из треугольников $АНА_1$ и $ВЕВ_1$ следует, что

$$\delta = \alpha + \alpha_1 = h_1/a + h_2/b \quad \text{и}$$

$$\theta = \beta + \beta_1 = h_1/R_1 + h_2/R_2.$$

Для параксиальных углов при прохождении света через призму

$$\delta = \left(\frac{n_{\text{п}}}{n_{\text{с}}} - 1 \right) \theta,$$

и тогда

$$h_1/a + h_2/b = \left(\frac{n_{\text{п}}}{n_{\text{с}}} - 1 \right) (h_1/R_1 + h_2/R_2). \quad (21.1)$$

Так как мы рассматриваем тонкие линзы, то можно считать $h_1=h_2$ и уравнение (21.1) запишем в виде:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1 \right) (1/R_1 + 1/R_2). \quad (21.2)$$

Это соотношение называется формулой линзы и может применяться для линз любой формы с соблюдением правила знаков: радиусы кривизны выпуклых поверхностей берем со знаком "плюс", вогнутых - со знаком "минус".

Из формулы (21.2) видно, что расстояние a не зависит от местоположения точки входа луча в линзу. Поэтому все лучи, исходящие из точки A (предмет), собираются, после преломления различными частями линзы, в одной точке A_1 (изображение).

21.3. Параметры линзы и их применение

Если точка A находится бесконечно далеко от линзы ($a=\infty$), т.е. все лучи параллельны главной оптической оси, то

$$\frac{1}{b} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1 \right) (1/R_1 + 1/R_2). \quad (21.3)$$

Расстояние b в этом случае называется фокусным расстоянием и обозначается через F (рис. 111). Точки пересечения всех лучей, идущих параллельно главной оптической оси F и F_1 , называются фокусами. Плоскости, проходящие через точки F и F_1 перпендикулярно главной оптической оси, называются фокальными. Можно показать, что параллельные лучи, падающие на линзу под углом к главной оптической оси, сходятся в точке, лежащей в фокальной плоскости.

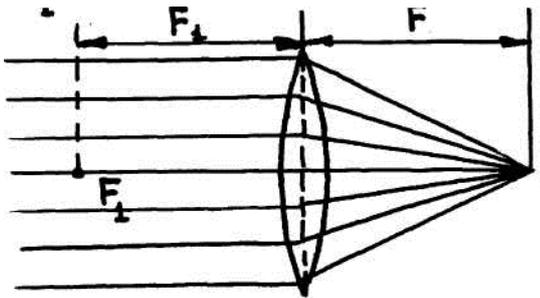


Рис. 111

Подставив в формулу (21.2) фокусное расстояние F , получим формулу линзы в более простом виде:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F}. \quad (21.4)$$

Величина $D=1/F$ называется оптической силой и измеряется в диоптриях. Одна диоптрия равна оптической силе линзы с фокусным расстоянием 1 м. Если оптическая сила отрицательна ($D<0$), т.е. фокусное расстояние меньше нуля ($F<0$), то это означает, что фокус находится на той же стороне, откуда идет параллельный пучок лучей. В этом случае фокус является "мнимым", а линза будет рассеивающей.

Линзы с оптической силой положительной являются собирающими и дают действительные изображения, пока $a>F$; при $a<F$ расстояние b имеет знак "минус" и изображение получается "мнимым".

Заметим, что, согласно формуле (21.2), оптическая сила линзы определяется не только её формой, но и соотношением между показателями преломления вещества линзы и окружающей среды. Например, двояковыпуклая линза в среде с большим показателем преломления ($n_c>n_l$) имеет отрицательную оптическую силу, т.е. является рассеивающей линзой. Наоборот, двояковогнутая

линза в такой же среде имеет положительную оптическую силу, т.е. является собирающей линзой.

Рассмотрим систему из двух линз (рис.112). Допустим, что точечный предмет находится в фокусе первой линзы. Луч, вышедший из первой линзы, будет параллельным оптической оси и, следовательно, пройдет через фокус второй линзы. Рассматривая эту систему как одну тонкую линзу, можно написать $1/a+1/b=1/F$.

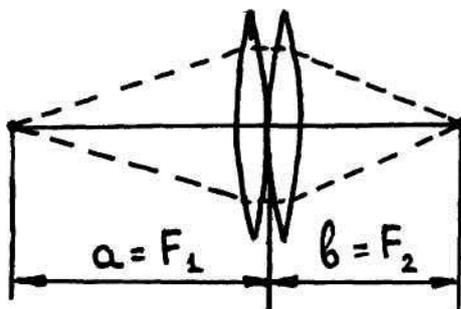


Рис. 112

Так как $a=F_1$, $b=F_2$, то

$$1/F_{\text{сист}}=1/F_1+1/F_2. \quad (21.5)$$

Этот результат верен и для более сложной системы тонких линз (если только сама система может рассматриваться как тонкая). Оптическая сила системы тонких линз $D_{\text{сист}}=1/F_{\text{сист}}$ равна сумме оптических сил $D_i=1/F_i$ составных частей:

$$D_{\text{сист}}=D_1+D_2+D_3+\dots. \quad (21.6)$$

Для двух тонких линз, находящихся на расстоянии a друг от друга,

$$1/F_{\text{сист}}=1/F_1+1/F_2+a/F_1 \cdot F_2. \quad (21.7)$$

Увеличение, которое дает линза, зависит от расстояния предмета до линзы. Если предмет находится за фокусом (рис.113), то увеличение равно $y=b/a$ или из формулы (21.4)

$$y = \frac{b}{a} = \frac{b}{F} - 1 = \frac{b-F}{F} = \frac{F}{a-F}. \quad (21.8)$$

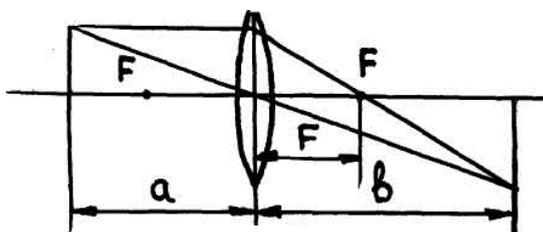


Рис. 113

Из формулы (21.8) видно, что увеличение линзы тем больше, чем ближе расположен предмет к фокусу линзы.

Если предмет расположен между фокусом и линзой, то изображение будет мнимым и увеличенным в $y=b/a$ (рис.114), или из формулы (21.4)

$$y = \frac{b}{a} = \frac{b}{F} + 1 = \frac{b+F}{F} = \frac{\Delta}{F} = \frac{F}{F-a}. \quad (21.9)$$

Из формулы (21.9) следует, что чем ближе предмет к фокусу, тем большее будет увеличение. Так как изображение рассматривается глазом, то изображение должно находиться на расстоянии наилучшего зрения, равного для нормального глаза $\Delta = 25$ см. Линза, используемая для получения увеличенного мнимого изображения, называется лупой.

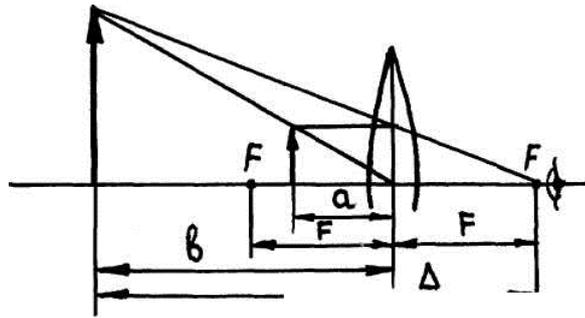


Рис.114

Рассмотрим простейшую оптическую систему, состоящую из двух линз, - микроскоп. Первая по ходу луча линза, которая называется объективом, дает увеличенное изображение и работает на принципе проекционного аппарата. Другая линза, которая называется окуляром, располагается относительно изображения, даваемого объективом, так, чтобы она могла работать как лупа, создавая дополнительное увеличение (рис. 115).

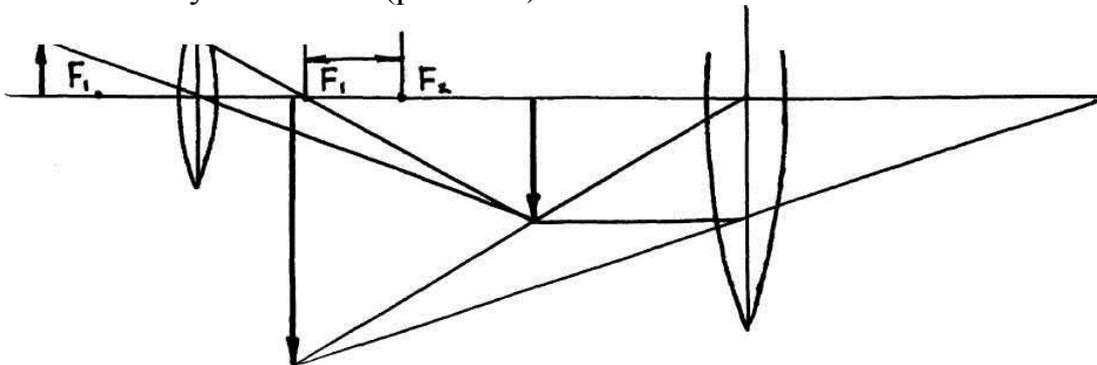


Рис.115

Для получения в микроскопе наибольшего увеличения предмет помещается вблизи "наружного" фокуса объектива, а изображение, даваемое объективом, располагается вблизи "внутреннего" фокуса окуляра. Общее увеличение микроскопа равно произведению увеличений y объектива и окуляра, которые находим по формулам (21.8) и (21.9):

$$y = y_{об} \cdot y_{ок} = \frac{b_{об} - F_1}{F_1} \cdot \frac{b_{ок} + F_2}{F_2}.$$

Так как изображение от объектива помещается вблизи фокуса окуляра, то разность $b_{об} - F_1$ равна расстоянию между внутренними фокусами объектива и окуляра l , а сумма $b_{ок} - F_2$ равна расстоянию наилучшего зрения Δ . Тогда

$$y = \frac{l \cdot \Delta}{F_1 \cdot F_2}. \quad (21.10)$$

Из полученной формулы видно, что для получения больших увеличений нужно уменьшать фокусные расстояния объектива и окуляра. Казалось бы, что, уменьшая фокусные расстояния и увеличивая l , можно достичь сколь угодно больших значений y . Однако предел увеличения микроскопа связан с волновой природой света. Дифракция света и дефекты линз сильно уменьшают разрешающую способность микроскопа.

21.4. Погрешности оптических систем

При выводе формулы линзы предполагалось, что лучи, дающие изображение, составляют с оптической осью небольшие углы. Такое ограничение приводит к сильному сокращению размеров изображаемых оптической системой предметов. Кроме того, узость световых пучков обуславливает малую освещенность изображения. По этим причинам на практике приходится использовать широкие световые пучки, образующие с оптической осью большие углы. В результате отказа от параксиальности лучей возникают различные искажения изображения. Таким образом, реальные оптические системы обладают aberrациями, или погрешностями. Рассмотрим кратко основные aberrации оптических систем.

Сферическая aberrация. Край линзы сильнее отклоняют лучи, и они собираются в точках, которые лежат ближе, чем изображение, даваемое средней частью линзы (рис.116).

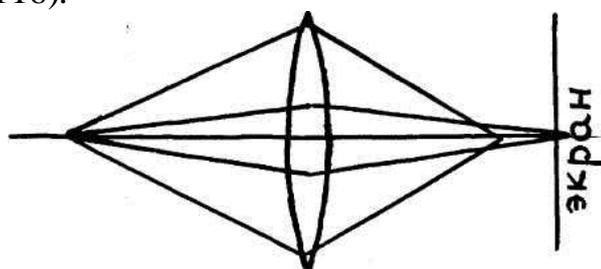


Рис. 116

В результате изображение светящейся точки на экране получается в виде расплывчатого пятна. Этот вид погрешности оптических систем называется сферической aberrацией. Комбинируя положительные (собирающие) и отрицательные (рассеивающие) линзы, имеющие различные показатели преломления, удастся почти полностью устранить сферическую aberrацию.

Кома. У линз, исправленных на сферическую aberrацию для широких пучков, исходящих от точечных объектов, лежащих на оптической оси системы, может сохраняться сферическая aberrация для косых пучков, исходящих от объекта, лежащего в стороне от оси. В этом случае изображение светящейся точки на экране имеет вид вытянутого несимметричного пятна. Такая aberrация называется комой. Соответствующей комбинацией положительных и отрицательных линз можно устранить и эту aberrацию.

Хроматическая aberrация. Показатель преломления зависит от длины волны - явление дисперсии. Дисперсия приводит к тому, что даже параксиальные лучи разного цвета собираются линзой в различных точках и изображение оказывается окрашенным. Разные сорта стекол обладают неодинаковой дисперсией. Поэтому, комбинируя положительные и отрицательные линзы, изготовленные из разных стекол, удастся осуществить ахроматическую, исправленную на хроматическую aberrацию, оптическую систему.

Дисторсия. Дисторсией называется искажение изображения, вызванное неодинаковостью поперечного увеличения в пределах поля зрения. На рис.117 приведено изображение квадрата, искаженное вследствие дисторсии. Если ли-

нейное увеличение растет с расстоянием от оси системы, имеет место подушкообразная дисторсия (рис.117,а).

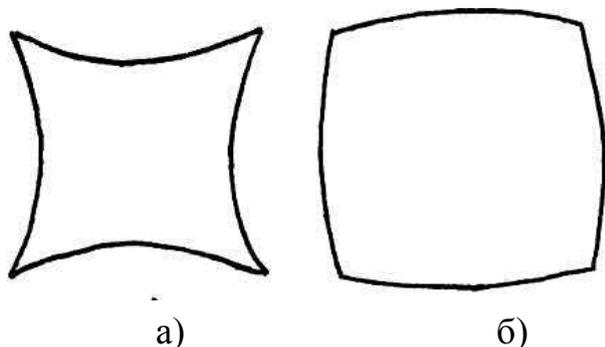


Рис. 117

При уменьшении увеличения по мере удаления от оси системы наблюдается бочкообразная дисторсия (рис.117,б).

Для одновременного устранения всех аберраций требуется создать весьма сложные оптические системы.

Обычно идут по другому пути: устраняют полностью лишь те недостатки, которые особенно вредны для тех целей, для которых предназначается оптическая система, и мирятся с неполным устранением остальных недостатков.

21.5. Разрешающая способность оптических систем

Разрешающая способность характеризуется тем наименьшим расстоянием между отдельными точками предмета, при котором они еще видны на экране отдельно. Чем меньше это расстояние, тем больше разрешающая способность оптических систем. В оптических приборах на разрешающую способность оказывают влияние прежде всего сферическая и хроматическая аберрации. От этих погрешностей линз можно избавиться, но нельзя уничтожить дифракцию, обусловленную волновыми свойствами света.

Рассмотрим, каким образом дифракция ограничивает разрешающую способность микроскопа. Схематически объектив можно изобразить в виде линзы и диафрагмы с круглым отверстием (рис.118). В реальном объективе роль диафрагмы играет оправка.

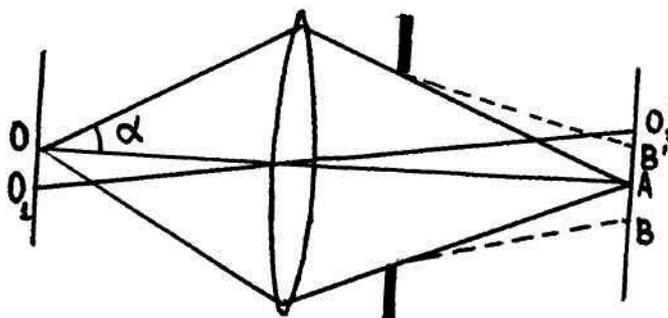


Рис.118

Пусть перед линзой помещается точка O , объектив дает действительное изображение A . Световые волны, огибая края диафрагмы, выйдут за пределы сходящегося конуса.

Это вызовет размытие изображения BB' , которое не зависит от качества применяемого объектива.

Если рядом с точкой O поместим точку O_1 , то обе точки будут различимы, если расстояние между их изображениями (пятнами) будет таково, что граница одного пятна проходит через середину другого пятна. В детальной теории микроскопа показывается, что разрешение деталей рассматриваемого изображения зависит от длины волны лучей λ , от апертурного угла α , образованного крайним лучом с оптической осью, и от показателя преломления среды между предметом и объективом n . В микроскоп можно различить лишь такие детали предмета, размеры которых удовлетворяют условию

$$l \geq 0,61 \cdot \frac{\lambda_0}{n \cdot \sin \alpha}. \quad (21.11)$$

Произведение $n \cdot \sin \alpha$ имеет величину, близкую к единице. Для видимого излучения света $\lambda_0 = 0,5 \cdot 10^{-6}$ м, поэтому в микроскопе могут рассматриваться детали предмета размером порядка $2,5 \cdot 10^{-6}$ м. Если промежуток между предметом и линзой заполнить кедровым маслом ($n=1,5$), то разрешающая способность увеличится, но при любых условиях знаменатель можно увеличить только в 2 раза. Поэтому повышение разрешающей способности должно идти по линии уменьшения длины волны.

Применение ультрафиолетовых лучей с $\lambda = 0,28$ мкм позволяет получить разрешение порядка 0,1 мкм. При этом необходимо переходить от непосредственного наблюдения к фотографированию. Если переходить к более коротковолновому излучению, то все известные вещества будут непрозрачны для такого излучения. Только очень короткие волны рентгеновского излучения начинают проходить через вещество. Однако рентгеновские лучи почти не преломляются, поэтому не представляется возможным построить удовлетворительную оптическую систему. Но увеличенное изображение можно получить с помощью частиц, например электронов, которые, согласно гипотезе де Бройля, обладают волновыми свойствами и имеют длину волны порядка 10^{-10} м.

21.6. Принцип действия электронной линзы

В вакууме в отсутствие электрических и магнитных полей потоки электронов перемещаются, подобно световым лучам, прямолинейно. Управление движением электронов легко производить электрическими или магнитными полями, причем можно создавать системы, подобные оптическим.

Оказалось, что между движением электронных пучков в этих полях и распространением световых пучков существует аналогия. Область физики, изучающая движение электронов в электрических и магнитных полях, получила название *электронная оптика*.

Рассмотрим принцип действия электронной линзы. Из точки A выходит расходящийся пучок электронов со скоростью U (рис.119), пусть AOA_1 является осью этого электронного пучка. Предполагаем, что лучи выходят под малым углом α , что соответствует реальным условиям создания электронного пучка, и тогда составляющая скорости в направлении оси AOA_1 , т.е. в направлении оси X , равна: $U_x = U \cos \alpha \approx U$, а радиальная составляющая скорости U_r равна: $U_r = U \sin \alpha \approx U \alpha$.

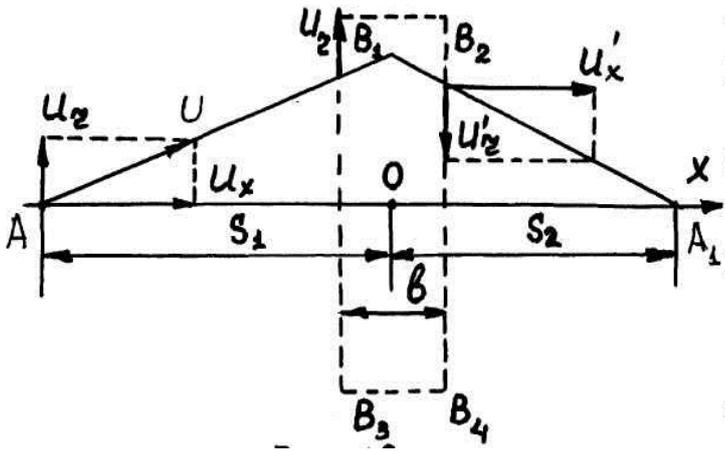


Рис.119

Допустим, что на электроны, попадающие в силовое поле $B_1B_2B_3B_4$ (электрическое или магнитное), действует сила в радиальном направлении, которая пропорциональна расстоянию r от оси X. Если сила, действующая на электрон, направлена к оси X, то линза будет собирающей, если от оси X - рассеивающая.

Пройдя через область $B_1B_2B_3B_4$ на расстоянии r от оси X, электрон получает в радиальном направлении количество движения

$$mv_r = F_r \Delta t = ar \frac{b}{U_x} = aS_1 \alpha \frac{b}{U_x}, \quad (21.12)$$

где $F_r = ar$ - сила, действующая на электрон, т.е. сила пропорциональна расстоянию от оси X, a - коэффициент пропорциональности, b - ширина области действия силового поля, S_1 - расстояние от предмета до центра электронной линзы, S_2 - расстояние от центра линзы до изображения. Следует заметить, что силовое поле очень узкое.

До попадания электрона в линзу его количество движения в радиальном направлении было равно $mU_r = mU\alpha$. Будем рассматривать собирающую линзу, поэтому количество движения, получаемое электроном со стороны силового поля в радиальном направлении, должно быть направлено к оси X и численно превышать mU_r . Таким образом, количество движения электрона в радиальном направлении на выходе из линзы будет равно:

$$mU'_r = aS_1 \alpha \frac{b}{U_x} - mU\alpha. \quad (21.13)$$

Так как $U_x \approx U$, то

$$U'_r = \left(\frac{aS_1 b}{mU_x} - U_x \right) \alpha. \quad (21.14)$$

В направлении оси X составляющая U_x не меняется, так как в этом направлении сила не действует. Электрон после прохождения линзы станет двигаться к оси X и пересечет ее в точке A_1 , расстояние до которой от центра линзы определится из условия

$$\frac{r}{S_2} = \frac{U'_r}{U_x}. \quad (21.15)$$

Подставляя в (21.15) значение U'_r из уравнения (21.14), получим

$$S_2 = \frac{U_x r}{U'_r} = \frac{U_x \cdot S_1 \cdot \alpha}{\left(\frac{aS_1 b}{mU_x} - U_x \right) \alpha} = \frac{S_1}{\frac{aS_1 b}{mU_x^2} - 1}. \quad (21.16)$$

Из формулы (21.16) видно, что S_2 не зависит от угла α . Это означает, что все лучи, вышедшие из точки А, соберутся в одной точке A_1 . Соотношение (21.16) может быть преобразовано и запишется в виде:

$$\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2} = \frac{ab}{mU_x^2} \quad (21.17)$$

или по аналогии с формулой линзы в оптике:

$$\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2} = \frac{1}{F}. \quad (21.18)$$

Величина $F = \frac{mU_x^2}{ab}$ является главным фокусным расстоянием электронной линзы. В качестве электронных линз можно использовать любое электрическое поле с вогнутым или выпуклым положением эквипотенциальных поверхностей (рис. 120,а). Магнитная сферическая линза представляет собой короткую катушку В, заключенную в кожух А с круглой прорезью С. Щеки D прорези выполняют роль магнитных полюсов (рис. 120,б).

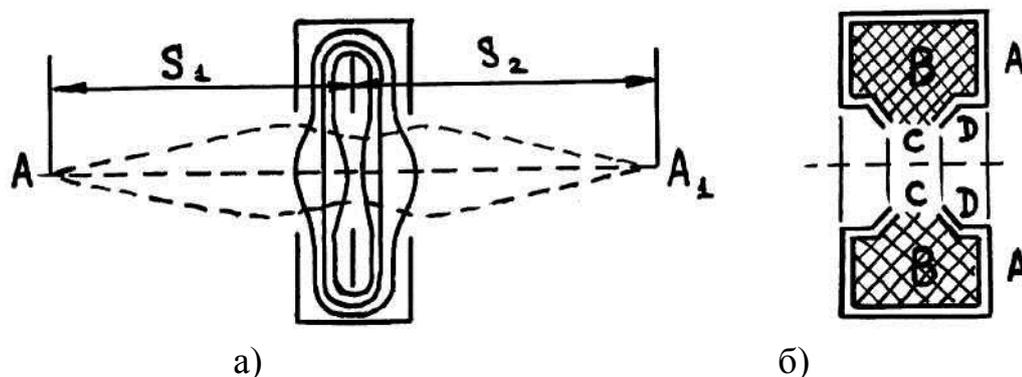


Рис.120

Замечательным свойством электронных линз является возможность легко изменять оптическую силу $D=1/F$. Для этого достаточно изменить величину a , которая определяется разностью потенциалов на электродах. В магнитных линзах оптическую силу изменяют, меняя ток в катушках.

Глава 22. Интерференция световых колебаний

Интерференцией волн называется явление усиления колебаний в одних точках пространства и ослабления в других точках в результате наложения двух или нескольких волн, приходящих в эти точки.

Поскольку свет представляет собой электромагнитные волны, должна наблюдаться интерференция света. Однако в результате того, что отдельные световые импульсы, посылаемые возбужденными атомами источника света, не согласованы между собой по фазе, могут отличаться по частоте, и картина взаимного усиления в какой-либо точке уже через миллиардные доли секунды сменяется картиной взаимного ослабления и наоборот. Быстрая смена таких мгновенных картин глазом не воспринимается, и создается ощущение равного потока света.

Для наблюдения устойчивой во времени интерференционной картины необходимы условия, при которых частоты и разность фаз интерферирующих лучей не менялись бы в течение всего времени наблюдения.

22.1. Световые электромагнитные волны. Когерентность

Для описания световой волны воспользуемся уравнением гармонических колебаний $X = A \sin(\omega t + \varphi)$, где под X понимаем напряженность электрического \vec{E} или магнитного \vec{H} полей волны, векторы \vec{E} и \vec{H} колеблются во взаимно перпендикулярных плоскостях. Волны с одинаковой частотой, колебания в которых отличаются постоянной разностью фаз, не изменяющейся со временем, называются *когерентными*.

Пусть две когерентные монохроматические волны $E_1 = A_1 \sin(\omega t + \varphi_1)$ и $E_2 = A_2 \sin(\omega t + \varphi_2)$ накладываются друг на друга, поэтому амплитуда результирующего колебания $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$. Так как волны когерентны, то $\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$ имеет постоянное во времени (но свое для каждой точки пространства) значение, поэтому интенсивность результирующей волны ($I \sim nA^2$):

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 \cdot I_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1). \quad (22.1)$$

В точках пространства, где $\cos(\varphi_2 - \varphi_1) > 0$, $I > I_1 + I_2$, где $\cos(\varphi_2 - \varphi_1) < 0$, $I < I_1 + I_2$. Следовательно, при наложении двух (или нескольких) когерентных световых волн происходит пространственное перераспределение светового потока, в результате в одних точках возникают усиления, а в других – ослабления интенсивности света. Это явление и есть *интерференция света*.

Для получения интерференции света необходимо получить когерентные световые пучки, для чего применяются различные приемы. До появления лазеров во всех приборах для наблюдения интерференции света когерентные пучки получали разделением и последующим сведением световых лучей, исходящих из одного и того же источника. Рассмотрим методы получения когерентных лучей, которые были предложены в начале 19 столетия английским физиком Т.Юнгом (1773-1829) и французским физиком О.Френелем (1788-1827).

а) *Щели Юнга*. Свет проходит через узкую щель S , затем попадает в две равноудаленные щели S_1 и S_2 , являющиеся как бы двумя когерентными источниками. Интерференционная картина наблюдается на экране \mathcal{E} , который расположен на некотором расстоянии параллельно S_1S_2 . Расстояние между когерентными источниками S_1 и S_2 составляет $1 \div 3$ мм (рис. 121, а).

б) *Зеркала Френеля*. На два плоских зеркала, расположенных под углом, близким к 180° , друг к другу, падает свет от источника S , который защищен от прямого попадания света на экран кожухом K . По законам отражения лучи, отраженные от зеркал, как бы исходят из мнимых источников S_1 и S_2 , которые расположены симметрично к исходному источнику S . Мнимые источники S_1 и S_2 взаимно когерентны, и исходящие из них пучки лучей пересекаются и ин-

терферируют в заштрихованной области (рис. 121,б). Так как угол между зеркалами близок к 180° , то расстояние между S_1 и S_2 также составляет $1 \div 3$ мм.

в) **Бипризма Френеля.** Аналогичная интерференционная картина получается и в бипризме Френеля (рис. 121,в), если угол $\alpha \approx 1^\circ$. В этом случае мнимые источники S_1 и S_2 возникают в результате преломления в бипризме с малым углом при вершине.

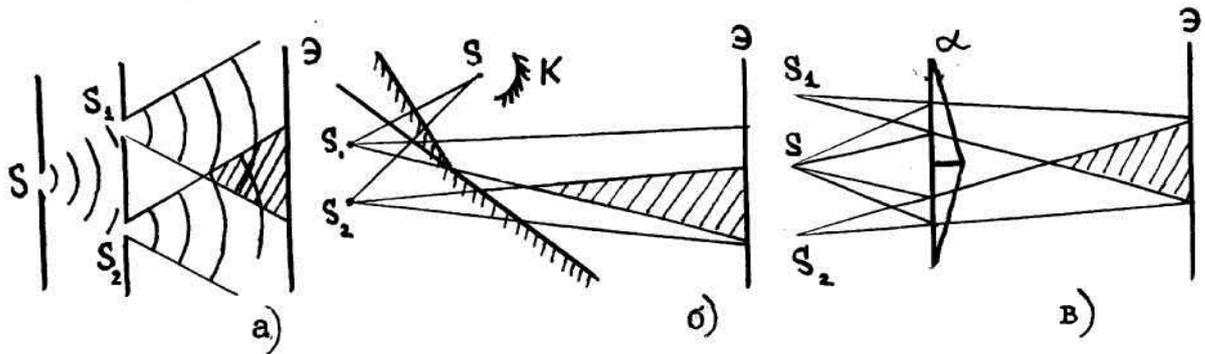


Рис.121

Итак, когерентные световые волны можно получить, разделив световую волну, излучаемую одним источником, на две части. Если заставить эти две волны пройти разные оптические пути, а потом наложить друг на друга, наблюдается интерференция. Рассмотрим, при каком условии будет наблюдаться при наложении колебаний максимум интенсивности, а при каком – минимум.

22.2. Условия максимума и минимума при интерференции

Пусть разделение на две когерентные волны происходит в точке O , лежащей на границе раздела двух сред с показателями преломления n_1 и n_2 . До точки P первая волна проходит в среде с показателем преломления n_1 путь x_1 (рис.122), вторая волна проходит в среде с показателем преломления n_2 путь x_2 .

Если в точке O фаза колебания равна ωt , то первая волна возбудит в точке P колебание $E_1 = A_0 \sin \omega(t - x_1/c_1)$, а вторая волна – колебание

$E_2 = A_0 \sin \omega(t - x_2/c_2)$, где $c_1 = c_0/n_1$ и $c_2 = c_0/n_2$ фазовая скорость первой и

второй волны. Следовательно, разность должна возникать при наложении колебаний

$$E_1 + E_2 = 2A_0 \cos \frac{\omega}{2} \left(\frac{x_2}{c_2} - \frac{x_1}{c_1} \right) \sin \omega \left(t - \frac{1}{2} \left(\frac{x_2}{c_2} + \frac{x_1}{c_1} \right) \right).$$

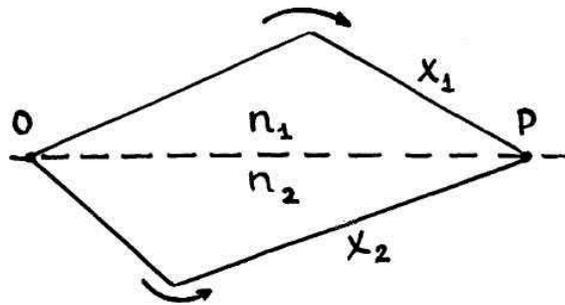


Рис. 122

В точках, где аргумент косинуса равен нечетному числу $\pi/2$, $\cos \frac{\omega}{2} \left(\frac{x_2}{c_2} - \frac{x_1}{c_1} \right)$ в любой момент времени, колебания гасятся. Подставляя $\omega = \frac{2\pi c_0}{\lambda_0}$, получим

$$\frac{2\pi c_0}{2\lambda_0} \cdot \left(\frac{x_2}{c_2} - \frac{x_1}{c_1} \right) = (2k + 1) \frac{\pi}{2}; \quad x_2 n_2 - x_1 n_1 = (2k + 1) \frac{\lambda_0}{2}, \quad (22.2)$$

где $k=0, \pm 1, \pm 2 \dots$ - целое число.

В однородной среде произведение геометрической длины пути на показатель преломления

$$L = n \cdot x \quad (22.3)$$

называется оптической длиной пути.

Разность оптических длин проходимых волнами путей в первой и во второй средах называется оптической разностью хода:

$$\Delta = n_2 x_2 - n_1 x_1 = L_2 - L_1. \quad (22.4)$$

Из формулы (22.2) видно, что если оптическая разность хода равна нечетному числу полудлин волн в вакууме:

$$\Delta = (2k + 1) \frac{\lambda_0}{2}, \quad (22.5)$$

то при интерференции световых волн наблюдается минимум. Условие (22.5) есть условие интерференционного минимума.

Максимальные колебания волн будут в тех точках, где $\cos \frac{\omega}{2} \left(\frac{x_2}{c_2} - \frac{x_1}{c_1} \right) = 1$, и тогда

$$x_2 n_2 - x_1 n_1 = 2k \frac{\lambda_0}{2}. \quad (22.6)$$

Рассуждая аналогично тому, как это было сделано выше, получим, что если оптическая разность хода Δ равна четному числу полудлин волн в вакууме:

$$\Delta = 2k \frac{\lambda_0}{2}, \quad (22.7)$$

то при интерференции световых волн будет наблюдаться максимум. Условие (22.7) есть условие интерференционного максимума.

Зная условия максимума и минимума при интерференции, можно провести расчет интерференционной картины от двух источников в виде узких, параллельных и близко расположенных щелей. Схема расчета приведена на рис. 123. Две щели S_1 и S_2 расположены на расстоянии d друг от друга. Экран па-

параллелен обоим щелям. Рассчитаем разность хода лучей для произвольной точки М, находящейся на расстоянии X от точки О, равноудаленной от S₁ и S₂. Экран расположен на расстоянии L от щелей, много большем их взаимного расстояния d.

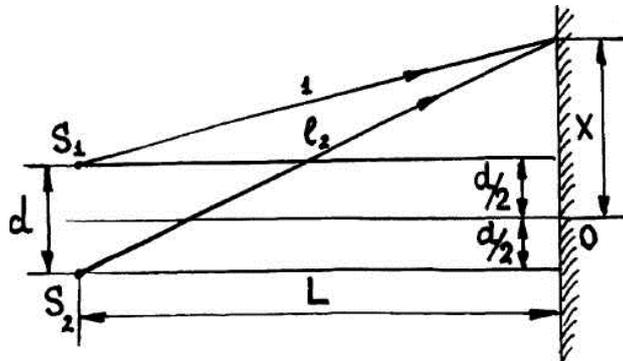


Рис. 123

Из рис. 123 имеем:

$$l_2^2 = L^2 + (x + d/2)^2,$$

$$l_1^2 = L^2 + (x - d/2)^2,$$

вычитая почленно, получим:

$$(l_2 - l_1)(l_2 + l_1) = 2xd.$$

Из условия $L \gg d$, следует, что $(l_2 + l_1) \approx 2l$. Тогда искомая разность хода $(l_2 - l_1) = \Delta$ будет найдена как

$$\Delta \approx \frac{2xd}{2L} = x \frac{d}{L}. \quad (22.8)$$

Из (22.8) и (22.7) находим положения последовательных максимумов:

$$x_R = k\lambda \frac{L}{d}, \quad (22.9)$$

а из (22.8) и (22.5) - положения последовательных минимумов:

$$x_R = (2k + 1) \frac{\lambda L}{2d}. \quad (22.10)$$

Расстояния между соседними максимумами или минимумами

$$\Delta x = x_{k+1} - x_k = (k + 1)\lambda \frac{L}{d} - k \frac{\lambda L}{d} = \lambda \frac{L}{d} \quad (22.11)$$

остаются неизменными вдоль экрана. Поскольку $L \gg d$, то $\Delta \gg \lambda$. Так, например, при $L/d=10000$ и $\lambda = 0,5\text{мкм}$ расстояние между максимумами на экране достигает $\Delta X = 5\text{мм}$ и хорошо различимо. Зная L/d и измеряя ΔX , можно отсюда найти длину волны света.

22.3. Световая волна на границе раздела сред

Рассмотрим поведение световой волны на границе раздела двух однородных и изотропных прозрачных сред. Пусть световая волна распространяется первоначально в среде 1 с показателем преломления n_1 . Для простоты будем считать, что граница раздела плоская и направление распространения волны перпендикулярно к этой плоскости. Достигнув поверхности раздела, волна частично пройдет в среду 2 с показателем преломления n_2 , частично отразится, в

результате чего возникнет волна, распространяющаяся навстречу первоначальной (падающей) волне. Обозначим световой вектор падающей волны символом \vec{E}_1 , световой вектор прошедшей волны – символом \vec{E}_2 , и световой вектор отраженной волны - символом \vec{E}'_1 . Все векторы берутся в непосредственной близости к границе раздела сред. Вследствие однородности и изотропности сред все три вектора лежат в одной плоскости (перпендикулярной к поверхности раздела сред). В первой среде имеет место суперпозиция падающей и отраженной волн. Результирующее электрическое поле характеризуется вектором $\vec{E}_1 + \vec{E}'_1$. Во второй среде поле характеризуется вектором E_2 .

Примем направление вектора \vec{E}_1 на ось X и спроектируем все световые вектора на эту ось. Тогда можем записать

$$E_{1x} + E'_{1x} = E_{2x}. \quad (22.12)$$

При указанном выборе оси X проекция E_{1x} положительна и равна модулю вектора \vec{E}_1 . Знаки двух других проекций нам надлежит установить. Если знак проекции окажется положительным, это будет означать, что соответствующий вектор \vec{E} направлен в ту же сторону, что и \vec{E}_1 , и, следовательно, колебания в падающей волне и в волне, характеризуемой данным \vec{E} , происходят на границе раздела в одинаковой фазе. Если же знак проекции окажется отрицательным, это будет означать, что векторы \vec{E} и \vec{E}_1 направлены в противоположные стороны, так что колебания в соответствующих волнах происходят на границе раздела в противофазе.

Плотность потока энергии, переносимой волной, пропорциональна, как показано выше, произведению nE^2 . Следовательно, из закона сохранения энергии вытекает уравнение:

$$n_1 E_{1x}^2 = n_1 E'_{1x}{}^2 + n_2 E_{2x}^2. \quad (22.13)$$

Исключив E'_{1x} из уравнений (22.12) и (22.13), получим

$$E_{2x} = \frac{2E_{1x}}{1+(n_2/n_1)}. \quad (22.14)$$

Так как правая часть этого выражения положительна, то должна быть положительна и левая часть. Значит, векторы \vec{E}_1 и \vec{E}_2 всегда имеют одинаковое направление, т.е. колебания в падающей и прошедшей волнах на границе раздела происходят в одинаковой фазе - фаза при прохождении волны через границу раздела двух сред не претерпевает скачка.

Исключив из уравнений (22.12) и (22.13) E_{2x} , получим для E'_{1x} следующее значение:

$$E'_{1x} = \frac{1-(n_2/n_1)}{1+(n_2/n_1)} E_{1x}. \quad (22.15)$$

Из этой формулы вытекает, что при $n_2 < n_1$ знак E'_{1x} совпадает со знаком E_{1x} . Это означает, что колебания в падающей и отраженной волнах происходят на границе раздела в одинаковой фазе. Если же $n_2 > n_1$, то знак E'_{1x} противоположен знаку E_{1x} , колебания в падающей и отраженной волнах происходят на

границе раздела в противофазе, т.е. фаза меняется скачком на π . Полученный результат справедлив и при наклонном падении волны на границу раздела двух прозрачных сред.

Итак, при отражении от оптически более плотной среды (при $n_1 < n_2$) фаза колебаний светового вектора претерпевает изменение на π . При отражении от оптически менее плотной среды (при $n_1 > n_2$) такого изменения фазы не происходит.

Коэффициент отражения ρ световой волны при нормальном падении:

$$\rho = \frac{I_1'}{I_1} = \frac{n_1 E_1'^2}{n_1 E_1^2} = \frac{n_1 E_{1x}'^2}{n_1 E_{1x}^2} = \left(\frac{n_{21} - 1}{n_{21} + 1} \right)^2, \quad (22.16)$$

где I_1' - интенсивность отраженной волны, I_1 - интенсивность падающей волны, $n_{21} = n_2/n_1$ - показатель преломления второй среды по отношению к первой.

Для коэффициента проникновения волны τ во вторую среду получается выражение:

$$\tau = \frac{I_2}{I_1} = \frac{n_2 E_2^2}{n_1 E_1^2} = \frac{n_2 E_{2x}^2}{n_1 E_{1x}^2} = n_{21} \left(\frac{2}{n_{21} + 1} \right)^2. \quad (22.17)$$

Отметим, что замена в формуле (22.15) n_{21} на обратную ему величину $n_{12} = 1/n_{21}$ не изменяет значения ρ . Следовательно, коэффициент отражения поверхности раздела для обоих направлений распространения света имеет одинаковое значение.

Показатель преломления большинства веществ находится в пределах $1,31 \div 1,63$. Подставив в формулу (22.16) значения относительного показателя преломления для границы раздела воздух-вещество, получим $\rho = 0,02 \div 0,05$. Таким образом, при падении, близком к нормальному, отражается (2÷5)% упавшего на поверхность раздела светового потока.

22.4. Интерференция света при отражении от тонких пленок

Большой практический интерес представляет интерференция в тонких пластинках и пленках. Разберем подробно картину интерференции от тонкой плоскопараллельной пластинки толщиной d , изготовленной из прозрачного вещества с показателем преломления n_2 (рис.124).

Пусть на эту пластинку из среды с показателем преломления $n_1 < n_2$ падает

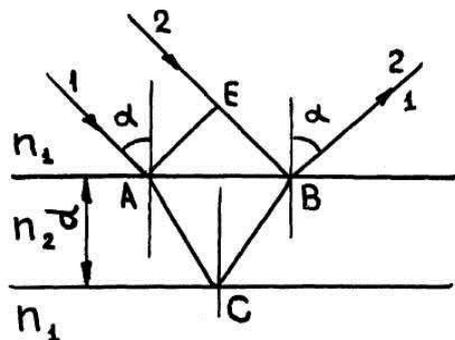


Рис.124

АСВ в веществе пластинки, и луч 2, прошедший путь ЕВ в окружающей сре-

де и отраженный от верхней поверхности.

На плоском фронте волны АЕ оба луча имеют одинаковую фазу, затем проходят разные пути в разных средах, и кроме того следует еще учесть, что луч 2 при отражении от оптически более плотной среды ($n_2 > n_1$) скачком меняет фазу на π . Сдвиг по фазе на π при отражении эквивалентен дополнительному пути света в первой среде, равному $\lambda/2$; этот путь в оптике называется потерей полуволны при отражении от оптически более плотной среды.

Находим оптическую разность хода лучей 1 и 2:

$$\Delta = n_2(AC + CB) - (n_1 EB + \lambda/2).$$

Для плоскопараллельной пластинки $AC=CB$ и, как видно из рис.124, $AC = d/\cos\alpha$ и $EB = AB\sin\alpha = 2d\tan\alpha\sin\alpha$. Поэтому оптическая разность хода равна, принимая во внимание, что $\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = n_2/n_1$,

$$\left. \begin{aligned} \Delta &= \frac{2dn_2}{\cos\gamma} (1 - \sin^2\gamma) - \frac{\lambda}{2} = 2dn_2\cos\gamma - \frac{\lambda}{2} \\ &\text{или} \\ \Delta &= 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2\alpha} - \frac{\lambda}{2} \end{aligned} \right\} \quad (22.18)$$

Если над и под пластинкой находится оптически более плотная среда, чем у пластинки, то потеря полуволны имеет место при отражении от второй поверхности и отсутствует при отражении от первой. Разность хода будет равна:

$$\Delta = 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2\alpha} + \frac{\lambda}{2}. \quad (22.19)$$

Если над пластинкой находится менее плотная, чем у пластинки, а под пластинкой - оптически более плотная среда, то потеря полуволны имеет место при отражении от верхней и нижней поверхностей, и разность хода лучей равна:

$$\Delta = 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2\alpha}. \quad (22.20)$$

Так как согласно (22.18, 22.19 или 22.20) величина Δ зависит от d , α , n_1 и n_2 , то возможны различные случаи.

а) **Полосы равной толщины.** Допустим, что толщина пластинки не постоянная, а показатели преломления и угол падения лучей везде одинаковы. Тогда во всех тех местах пластинки, где толщина d , а следовательно, и разность хода Δ одинаковы, наблюдается один и тот же результат интерференции. Это означает, что вдоль какой - либо темной или светлой интерференционной полосы, образующейся на поверхности пластинки, толщина этой пластинки одна и та же.

Интерференционными полосами равной толщины являются, например, полосы, образующиеся на поверхности клина.

б) **Полосы равного наклона.** Допустим, на плоскопараллельную пластину ($d=\text{const}$, $n_1, n_2=\text{const}$) падают две световые волны под углами падения α_1 и α_2 . Тогда из каждой точки, взятой на поверхности пластинки, будут исходить две отраженные волны (рис. 125): одна - от волны а, другая - от волны б. Разность хода интерферирующих лучей в точке C_1 согласно формуле (22.18), для волны а равна Δ_1 , для волны б - Δ_2 ; допустим, что эти разности хода таковы, что

в точке C_1 две части волны а друг друга усиливают, а волны b друг друга ослабляют. Очевидно, ввиду постоянства толщины пластинки и углов падения α_1 и α_2 из каждой точки $C_1, C_2, C_3 \dots$ поверхности пластинки исходят одни и те же излучения, поэтому никаких интерференционных полос на этой поверхности не образуется. Если же воспользоваться линзой, которая собирает все параллельные между собой лучи в одной точке, то можно на экране, расположенном в фокальной плоскости этой линзы, получить светлую точку от волны а - в одном месте и темную - от волны b - в другом месте экрана. Допустим, что на плоскопараллельную пластинку падают световые волны всевозможных направлений; тогда на экране получатся интерференционные полосы, каждая из которых соответствует определенному углу падения α ; эти интерференционные полосы называются полосами равного наклона.

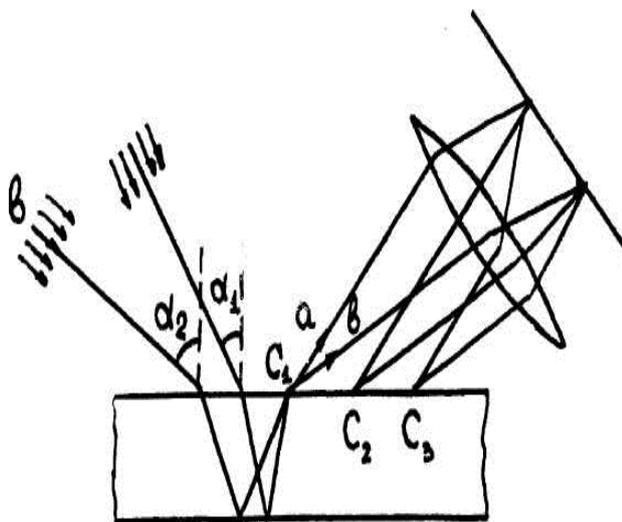


Рис. 125

Из условия максимума или минимума следует, что при интерференции некогерентного излучения максимумы и минимумы для различных длин волн λ получаются в различных местах. Если, например, на клин падает сложный свет, состоящий из некоторого множества монохроматических волн, то на поверхности клина получится окрашенная интерференционная картина; каждая интерференционная полоса соответствует не только определенной толщине, но и определенной длине волны.

22.5. Кольца Ньютона

Классическим примером наблюдения полос равной толщины являются кольца Ньютона. Схема наблюдения колец Ньютона показана на рис. 126.

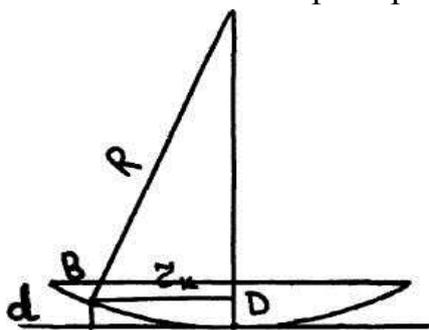


Рис.126

Между линзой с большим радиусом кривизны и стеклянной пластинкой образуется клин переменной толщины d , которая зависит от радиуса r_k . Из треугольника OBD получим:

$$r_k^2 = R^2 - (R - d)^2 = (2R - d)d \approx 2Rd \quad (R \gg d),$$

или

$$d = \frac{r_k^2}{2R}.$$

Пучок параллельных лучей падает вертикально на линзу. Луч доходит до точки В, частично отражается, а частично проходит в клин (практически вертикально из-за малой кривизны линзы). Отражаясь в точке С от пластинки, луч

интерferирует с лучом, отраженным в точке В. Примем, что $n_1 < n_2$. Тогда оптическая разность хода обоих отраженных лучей будет равна:

$$\Delta = 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha} + \frac{\lambda}{2}.$$

Так как лучи падают нормально, то

$$\Delta = 2dn_2 + \frac{\lambda}{2} = \frac{r_k^2}{R}n_2 + \frac{\lambda}{2}. \quad (22.21)$$

Подставляя в уравнение (22.21) условие минимума при интерференции, найдем радиусы темных колец

$$r_k = \sqrt{k\lambda R/n_2}.$$

Соответственно, для светлых колец:

$$r_k = \sqrt{\left(k - \frac{1}{2}\right)\lambda R/n_2}.$$

22.6. Практическое применение интерференции

Явление интерференции света находит самые разнообразные применения.

а) *Измерение длин волн.* Интерференция обусловлена волновой природой света, и количественные закономерности зависят от длины волны λ . Поэтому по интерференционной картине можно определить длину волны падающих световых лучей. Это позволило дать легко воспроизводимое и достаточно точное определение единицы длины - метра, в зависимости от длины волны оранжевой линии криптона.

б) *Просветление оптики.* Прохождение света через преломляющую поверхность линзы сопровождается отражением 4-5% падающего света. В сложных объективах такие отражения совершаются многократно и суммарная потеря светового потока достигает заметной величины. Кроме того, отражения от поверхности линзы приводят к возникновению бликов. В просветленной оптике для устранения отражения света на каждую свободную поверхность линзы наносится тонкая пленка вещества, показатель преломления и толщина которой выбраны так, чтобы волны, отраженные от обеих поверхностей, гасили друг друга. Первый луч отражается от границы воздух-пленка, а второй - от границы пленка - линза.

Для получения одинаковых условий отражения необходимо, чтобы коэффициенты отражения от обеих границ раздела были равны. Коэффициенты отражения находим по формуле (22.16). Обозначим показатели преломления линзы через n_l , пленки через n_p , а показатель преломления воздуха примем равным единице. Тогда получим

$$\frac{(n_p - 1)}{(n_p + 1)} = \frac{(n_l/n_p - 1)}{(n_l/n_p + 1)}; \quad n_p n_l - n_l + n_p^2 - n_p = n_p n_l - n_p^2 + n_l - n_p,$$

откуда

$$n_p = \sqrt{n_l}. \quad (22.22)$$

Для взаимного гашения отраженных лучей должно выполняться условие минимума: $(2k + 1)\lambda_0/2 = 2dn_{\text{п}}$.

Следовательно, минимальная толщина пленки при $k=0$ равна:

$$d = \lambda_0/4n_{\text{п}}. \quad (22.23)$$

Формула (22.23) показывает, что нельзя добиться одновременного гашения для всех длин волн видимого спектра. Поэтому расчет толщины пленки ведется для наиболее воспринимаемой человеческим глазом длины волны $\lambda = 0,555$ мкм.

в) **Прецизионные измерения.** Для прецизионных измерений используются специальные приборы - интерферометры. Приведем схематическое описание некоторых основных типов интерферометров.

В интерферометре Майкельсона (рис. 127) луч 1 от источника света падает под углом 45° на плоскопараллельную стеклянную пластинку. Сторона пластинки, удаленная от источника света, посеребренная и полупрозрачная, разделяет луч на две части. Отраженный луч 2 идет к зеркалу 1, отражается от него, возвращаясь обратно, проходит вновь через пластинку и попадает в зрительную трубу Т. Луч 3 после отражения от зеркала II и от полупосеребренной поверхности также попадает в зрительную трубу и интерферирует с лучом 2.

В зависимости от разности хода обоих лучей зрительное поле трубы Т окажется светлым или темным. При перемещении зеркала II на расстояние, равное $\lambda/4$, разность хода обоих лучей увеличится или уменьшится на $\lambda/2$ и произойдет смена освещенности зрительного поля. Более чувствительным является следующий метод. Неподвижное зеркало 1 чуть наклоняется. Лучи, падающие на различные точки зеркала 1, проходят разные пути. Поэтому в окуляре будет наблюдаться уже не однородный фон, а система параллельных темных и светлых линий - "полосы равной толщины", отвечающие равноудаленным точкам зеркала. Смещение зеркала II вызовет перемещение этих полос, за которыми легко следить с большой точностью.

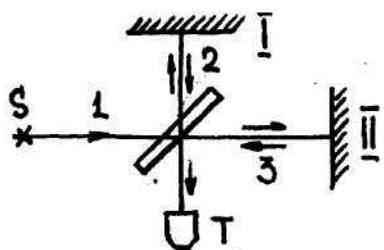


Рис. 127

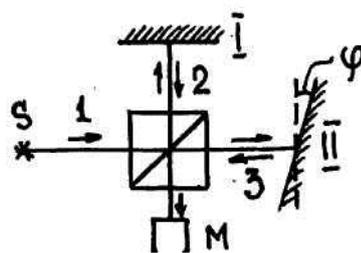


Рис.128

В интерферометре В.П. Линника (рис.128) происходит по существу такой же процесс расщепления световой волны источника на две когерентные волны. Роль одного из зеркал играет изучаемая поверхность, а полупосеребренной поверхностью является диагональная плоскость кубика, составленного из двух частей.

Зеркало II наклонено под небольшим углом φ , так что разность хода обоих лучей вдоль поля зрения микроскопа М линейно возрастает. Благодаря это-

му при идеально гладкой поверхности испытываемой детали в поле зрения микроскопа видны светлые и темные полосы равной толщины. Если на испытываемой поверхности есть неровности, то интерференционные полосы искривляются или между ними изменяется расстояние. Микроинтерференционные методы позволяют оценить чистоту обработки с точностью порядка 0,05 мкм.

Глава 23. Дифракция световых волн

23.1. Принцип Гюйгенса - Френеля

Известно, что если на пути световой волны поставить непрозрачную преграду или экран с отверстием, то за телами образуется область тени. Эту область можно построить, используя закон прямолинейного распространения света. Но более тщательные наблюдения показывают, что световая волна частично заходит в область геометрической тени. Это явление получило название дифракции света.

Принцип Гюйгенса позволяет решить задачу о распространении фронта волны в область тени, но не дает ответа на вопрос об интенсивности волн, пришедших в данную точку. Френель впервые обратил внимание на то, что, согласно принципу Гюйгенса, колебание в какой-либо точке среды является результатом наложения колебаний отдельных световых волн, пришедших в эту точку, от большого количества источников. Таким образом, в данной точке возникает некоторый интерференционный эффект.

Пусть от источника света S распространяется сферическая световая волна (рис.129) За время Δt волна распространяется на расстояние $R=SO=c\Delta t$. Фронт волны представляет собой сферу с радиусом R . Согласно принципу Гюйгенса, все точки сферической поверхности становятся источниками вторичных волн, которые через некоторое время достигнут точки A . Таким образом, в точке A будет наблюдаться интерференция когерентных вторичных световых волн. Для расчета интерференционной картины от этих волн Френель предложил оригинальный способ.

Поверхность фронта волны разбивается на зоны так, чтобы расстояние от границ соседних зон до рассматриваемой точки A отличались на $\lambda/2$. Для сферического фронта волны эти зоны будут представлять собой кольца, расстояния r от точки A до границ которых отличается на $\lambda/2$ (рис. 129). Тогда коле-

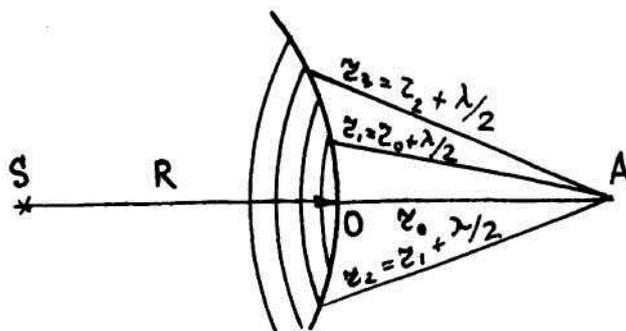


Рис. 129

бания, приходящие в точку А от соответствующих частей соседних зон, будут иметь разность хода, т.е. придут в точку А в противоположных фазах. Это приведет к взаимному ослаблению действия соседних зон.

Амплитуда колебаний, приходящих от отдельных зон, зависит от площади зоны, от расстояния r от зоны до точки А и от угла наклона между r и нормалью к поверхности зоны. Определим величину площади зон.

Обозначим через ρ_n радиус n -й зоны. Из рис. 130 имеем

$$\rho_n^2 = R^2 - (R - h)^2 = r_n^2 - (r_0 + h)^2,$$

откуда

$$h = \frac{r_n^2 - r_0^2}{2(R + r_0)}.$$

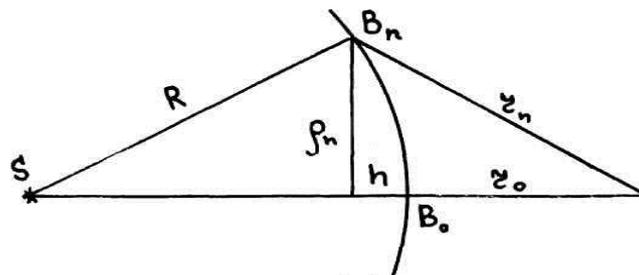


Рис. 130

Расстояние от n -й зоны r_n на $n\lambda/2$ больше расстояния r_0 : $r_n = r_0 + n\lambda/2$ и $r_n^2 - r_0^2 = n\lambda r_0 + n^2(\frac{\lambda}{2})^2$.

Так как длина волны $\lambda \ll r_0$, получим

$$r_n^2 - r_0^2 = n\lambda r_0.$$

Тогда

$$h = n \frac{r_0 \lambda}{R + r_0}.$$

Площадь поверхности сферического сегмента радиуса ρ_n равна

$$S_n = 2\pi R h.$$

Подставляя h , получим

$$S = n \frac{2\pi R r_0 \lambda}{R + r_0}.$$

Теперь можно определить площадь зоны

$$\Delta S = S_n - S_{n-1} = n \frac{2\pi R r_0 \lambda}{R + r_0} - (n - 1) \frac{2\pi R r_0 \lambda}{R + r_0},$$

откуда

$$\Delta S = \frac{\pi R r_0}{R + r_0} \cdot \lambda.$$

Таким образом, площадь зоны не зависит от её номера, т.е. площади всех зон приближенно одинаковы. Следовательно, амплитуда колебаний зависит только от r_n и от угла наклона между нормалью к зоне и направлением на точку А. С увеличением номера зоны n расстояние r_n возрастает и возрастает угол наклона α , поэтому амплитуда a_n колебаний, доходящих до точки А от отдельных зон, монотонно убывает с увеличением номера зоны:

$$a_1 > a_2 > a_3 > \dots > a_n > a_{n+1} > \dots$$

Итак, принцип Гюйгенса-Френеля может быть сформулирован следующим образом:

- а) Фронт волны разбивается на зоны Френеля.
- б) Соседние зоны взаимно ослабляют друг друга.
- в) Амплитуды колебаний с увеличением номера зоны монотонно убывают.

Амплитуда полного светового колебания, приходящего в точку А, равна:

$$A = a_1 - a_2 + a_3 - \dots \pm a_n \text{ или}$$

$$A = \frac{a_1}{2} + \left(\frac{a_1}{2} - a_2 + \frac{a_3}{2} \right) + \left(\frac{a_3}{2} - a_4 + \frac{a_5}{2} \right) + \dots$$

Так как амплитуды монотонно убывают, то приближенно можно считать, что

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$$

и выражения в круглых скобках будут равны нулю.

Тогда действие всей открытой волновой поверхности будет равно при нечетном n :

$$A = \frac{a_1}{2} + \frac{a_n}{2}, \quad (23.1)$$

а при четном n :

$$A = \frac{a_1}{2} + \frac{a_{n+1}}{2} - a_n. \quad (23.2)$$

Если n достаточно велико, то $\frac{a_{n+1}}{2} - a_n \approx -\frac{a_n}{2}$ и

$$A = \frac{a_1}{2} \pm \frac{a_n}{2}. \quad (23.3)$$

При $n \rightarrow \infty, a_n \rightarrow 0$ и $A = \frac{a_1}{2}$. То есть если прикроем весь фронт волны, кроме половины центральной зоны, то интенсивность световых колебаний в точке А в этом случае будет такая же, как и при действии всего волнового фронта.

23.2. Дифракция сферических волн

Применим способ Френеля для определения интенсивности световых колебаний при дифракции на круглом отверстии и на круглом непрозрачном диске.

Рассмотрим дифракцию на круглом отверстии ВС (рис.131). Если в отверстии укладывается n зон Френеля, то, как было показано выше, амплитуда результирующих колебаний в точке М будет равна:

$$A = \begin{cases} \frac{a_1}{2} + \frac{a_n}{2} & (n - \text{нечетное}), \\ \frac{a_1}{2} + \frac{a_{n-1}}{2} - a_n & (n - \text{четное}). \end{cases}$$

Следует заметить, что при большом отверстии ($a_n \ll a_1$) свет распространяется практически так же, как в отсутствие непрозрачного экрана с отверстием.

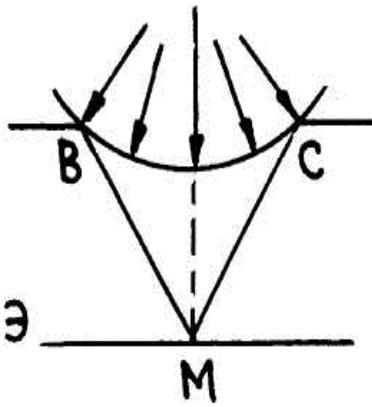


Рис. 131

При малом отверстии, порядка нескольких длин волн, при нечетном числе зон Френеля в точке М будет наблюдаться интерференционный максимум, при четном - минимум. Это обусловлено тем, что соседние зоны гасят друг друга.

В том случае, когда в отверстие укладывается только одна зона Френеля, амплитуда в точке М $A=a_1$, т.е. в два раза больше, чем в отсутствие непрозрачного экрана с отверстием. В этом случае интенсивность света увеличится в четыре раза, так как интенсивность пропорциональна квадрату амплитуды.

Амплитуда и, соответственно, интенсивность могут быть увеличены еще больше, если применить зонную пластинку. Зонная пластинка изготовлена из прозрачного вещества. На её поверхность нанесено непрозрачное покрытие таким образом, что оно закрывает все четные зоны Френеля и оставляет открытыми все нечетные зоны или наоборот. Тогда

$$A = a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_n \quad (n\text{-нечетное})$$

или

$$A = a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_n \quad (n\text{-четное}).$$

Применим теперь метод зон Френеля для определения амплитуды колебаний в точке, находящейся за непрозрачным экраном (рис. 132).

Предположим, что все зоны до n -й включительно закрыты, тогда

$$A = a_{n+1} - a_{n+2} + a_{n+3} - a_{n+4} + \dots = \frac{a_{n+1}}{2} + \left(\frac{a_{n+1}}{2} - a_{n+2} + \frac{a_{n+3}}{2} \right) + \dots = \frac{a_{n+1}}{2}. \quad (23.4)$$

Таким образом, в точке М всегда наблюдается интерференционный максимум, соответствующий половине действия первой, не закрытой круглым непрозрачным экраном зоны Френеля. Если радиус диска во много раз больше радиуса закрытой им центральной зоны, то позади диска наблюдается обычная тень. Это обусловлено следующим.

Интенсивность колебаний пропорциональна квадрату амплитуды, т.е. будет равна αa_{n+1}^2 , где α - коэффициент пропорциональности.

Если бы экран отсутствовал, то интенсивность была равна αa_1^2 . Поскольку $a_{n+1}^2 \ll a_0$, то интенсивность света в точке М при наличии экрана будет меньше в $\left(\frac{a_{n+1}}{a_1} \right)^2$ раз. При больших n интенсивность делается столь малой, что практически равна нулю.

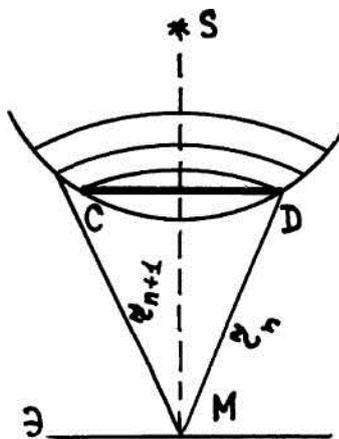


Рис. 132

Рассмотренный выше материал показывает, что для определения амплитуды и интенсивности необходимо знать число зон, которое уложится на части волнового фронта, закрытой или не закрытой экраном.

Из рис.130 имеем

$$\rho_n^2 = R^2 - (R - h)^2 = R^2 - R^2 + 2Rh - h^2 = 2Rh - h^2.$$

Полагая, что h много меньше R , получим

$$\rho_n^2 = 2Rh.$$

Зная, что $h = n \frac{r_0 \lambda}{R+r_0}$, найдем

$$\rho_n^2 = n \frac{r_0 R}{R+r_0} \lambda,$$

откуда

$$\rho_n = \sqrt{n \frac{r_0 R}{R+r_0} \lambda}. \quad (23.5)$$

Очевидно, ρ_n одновременно есть радиус рассматриваемого отверстия в экране. Отсюда получаем, что отверстие радиуса ρ открывает часть волнового фронта, на котором умещается число зон

$$n = \frac{\rho^2}{\lambda} \cdot \frac{(R+r_0)}{r_0 R}. \quad (23.6)$$

Для плоского фронта волны, падающего на отверстие ($R=\infty$), формула (23.6) принимает вид:

$$n = \frac{\rho^2}{\lambda r_0}. \quad (23.7)$$

23.3. Дифракция от щели (дифракция Фраунгофера)

Рассмотрим пучок параллельных лучей света, проходящий через узкую щель. Распределение по различным направлениям интенсивности света за препятствием исследуется с помощью линзы и экрана, расположенного в фокальной плоскости линзы (рис.133).

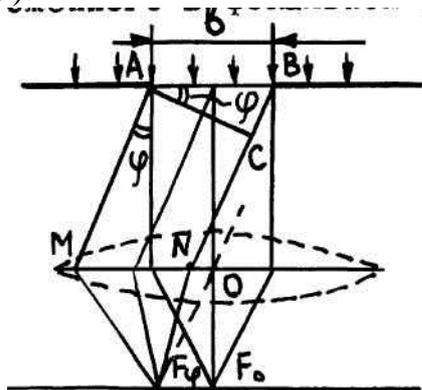


Рис. 133

Монохроматический пучок лучей света падает на узкую щель постоянной ширины $AB = b$. В соответствии с принципом Гюйгенса - Френеля точки щели являются вторичными источниками световых волн. Рассмотрим лучи, которые вследствие дифракции будут распространяться под углом φ .

Оптическая разность хода между крайними лучами AM и BN , идущими от щели в этом направлении, равна

$$\Delta = BC = b \cdot \sin \varphi.$$

Разобьем щель $AB=b$ на полосы (зоны) Френеля так, чтобы разность хода от краев этих полос была равна $\lambda/2$. В направлении φ уместится $\Delta: \lambda/2$ зон. Так как разность хода $\Delta = b \cdot \sin\varphi$ зависит от угла φ , то и число зон будет зависеть от угла φ .

Для щели площади зон и углы между нормалью к зоне и данным направлением одинаковы и, следовательно, будут одинаковы и амплитуды. При интерференции света от каждой пары соседних зон амплитуда результирующих колебаний будет равна нулю. Тогда если в данном направлении в щели будет укладываться четное число зон Френеля:

$$b \cdot \sin\varphi = \pm 2n \frac{\lambda}{2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots), \quad (23.8)$$

то наблюдается дифракционный минимум.

Если число зон нечетное:

$$b \cdot \sin\varphi = \pm (2n + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad (23.9)$$

то наблюдается дифракционный максимум, соответствующий действию одной зоны Френеля.

Величина n называется порядком дифракционного максимума. Знак "минус" соответствует лучам света, идущим от щели в направлении угла $-\varphi$, симметричного $+\varphi$.

При $n=0$ наблюдается максимум нулевого порядка.

23.4. Дифракционная решетка

Дифракционной решеткой называется совокупность нескольких щелей, разделенных непрозрачными промежутками. Общая ширина щели b и непрозрачного промежутка a называется постоянной или периодом решетки $d=a+b$ (рис.134). На решетку нормально к поверхности падает монохроматический свет с длиной волны λ . Рассмотрим распространение света в направлении φ . Здесь прежде всего необходимо определить, проходит ли в данном направлении свет, т.е. наблюдается ли дифракционный максимум. Поскольку все щели одинаковы, то разность хода лучей, идущих от двух соседних щелей, будет одинакова и равна

$$\Delta = BC = d \sin\varphi.$$

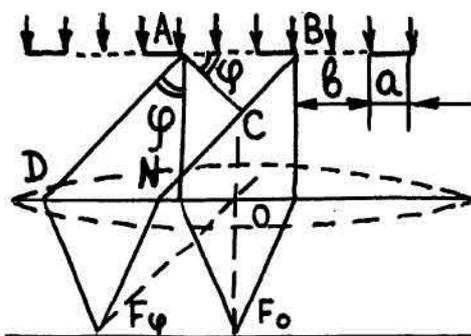


Рис. 134

Таким образом, если в данном направлении от щели наблюдается дифракционный максимум, то возможны два случая. Прошедшие лучи света усиливают или ослабляют друг друга при интерференции.

На практике рассматриваются только усиления колебаний. Если разность хода $\Delta = d \sin \varphi$ равна четному числу полуволн, то за дифракционной решеткой в направлении угла φ будет наблюдаться максимум

$$d \sin \varphi = \pm 2k \lambda / 2, \quad (23.10)$$

где k - целое число, которое называется порядком максимума.

23.5. Дифракция рентгеновских лучей

В дифракционной решетке источники вторичных волн - щели - располагаются в одном направлении. Такую решетку называют одномерной. Если же источники вторичных волн располагаются в правильном порядке по всем трем направлениям, то такую решетку называют пространственной или объемной. Примером пространственной решетки может служить монокристалл.

Расстояния между атомами, которые образуют кристаллическую решетку, очень малы (порядка 10^{-10} м). Поэтому при прохождении через монокристаллы видимого света ($\lambda \approx 10^{-6}$ м) дифракцию наблюдать нельзя. Но для более коротковолновых рентгеновских лучей монокристаллы являются идеальными естественными дифракционными решетками. Рассмотрим, каким образом можно наблюдать дифракцию рентгеновских лучей на кристаллических дифракционных решетках.

Предполагается, что дифракция рентгеновских лучей будет происходить при отражении от системы параллельных кристаллографических плоскостей (рис.135).

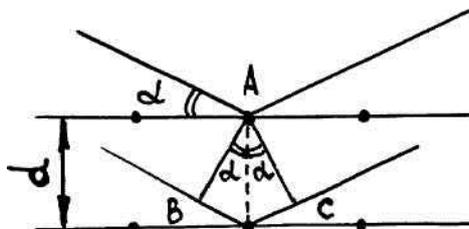


Рис. 135

Если пучок параллельных лучей падает под углом к атомной плоскости кристалла и лучи испытывают отражение от атомов, то между лучами, отраженными от соседних плоскостей, возникает разность хода $\Delta = 2d \sin \alpha$. В формулу разности хода входит расстояние между атомными слоями d и угол скольжения α .

Максимум интенсивности дифрагирующих лучей соответствует таким углам α , для которых разность хода равна целому числу длин волн:

$$2d \sin \alpha = k \lambda \quad (k = 1, 2, 3, \dots). \quad (23.11)$$

Эта формула была выведена в 1913 году русским физиком Г.В.Вульфом и англичанином У.Л.Брэггом и носит их имя.

Если падающий пучок является монохроматическим, то максимумы наблюдаются лишь при вполне определенных углах падения, определяемых

формулой Вульфа - Брэгга. Определив на опыте угол α и зная λ , можно вычислить расстояние между плоскими атомными слоями.

На основании формулы (23.11) можно осуществлять рентгеноструктурный анализ кристаллов, т.е. исследовать строение кристаллических решеток.

Глава 24. Получение и применение поляризованного света

Мы уже говорили, что луч света, у которого колебания электрического \vec{E} и магнитного \vec{H} векторов проходят только в двух взаимно перпендикулярных плоскостях, называется плоскополяризованным или просто поляризованным. Плоскость, в которой колеблется световой вектор (т.е. вектор напряженности электрического поля \vec{E}), будем называть плоскостью колебаний. По историческим причинам плоскостью поляризации была названа не плоскость, в которой колеблется вектор \vec{E} , а перпендикулярная к ней плоскость. Так как химические, физиологические и другие виды воздействия света на вещество обусловлены главным образом электрическими колебаниями, то в дальнейшем мы будем, для простоты, говорить только об электрических колебаниях. Поэтому термином «плоскость поляризации» пользоваться не будем.

В естественном свете вектора \vec{E} и \vec{H} изменяют направление колебания вокруг луча быстро и хаотично. Из естественного света получить плоскополяризованный можно с помощью приборов, называемых поляризаторами. Явление преобразования естественного света в поляризованный называется поляризацией.

24.1. Поляризация при отражении и преломлении в диэлектрике

Если естественный свет (рис.136) падает на отражающую поверхность диэлектрика (стекло, слюда и т.п.) под углом α_p , удовлетворяющим условию Брюстера:

$$\operatorname{tg} \alpha_p = n_{21}, \quad (24.1)$$

то отраженная волна оказывается плоскополяризованной. При соблюдении условия (24.1) отраженный луч оказывается перпендикулярным преломленному лучу. У отраженной волны вектор \vec{E} перпендикулярен к плоскости падения; поэтому в преломленной волне энергия колебаний в плоскости падения будет больше, чем в перпендикулярной плоскости, и волна будет частично поляризованной.

Недостатком поляризации при отражении является малая доля отражаемого от диэлектриков излучения, 3-5% падающего света, поэтому пользуются многократным отражением от стопы Столетова, состоящей из ряда параллельных пластинок, ориентированных под углом Брюстера к падающему лучу.

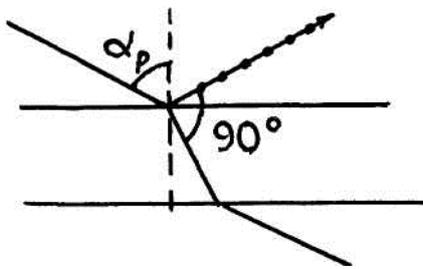


Рис.136

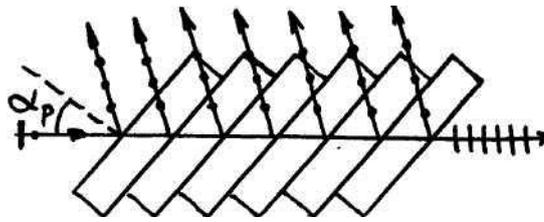


Рис.137

На каждой границе частично отражаются только лучи, поляризованные в плоскости, перпендикулярной плоскости падения, и в результате многократного преломления выходящий из стопы луч практически полностью поляризован в плоскости падения.

(На рисунках и чертежах лучи, поляризованные в плоскости чертежа, показываются черточками, а лучи, поляризованные в плоскости, перпендикулярной к плоскости чертежа, показываются точками на луче.)

24.2. Поляризация света при прохождении через анизотропные среды

Среда называется оптически анизотропной, если ее оптические свойства неодинаково изменяются по различным направлениям. В такой среде переменное электрическое поле световой волны вызывает переменный поляризационный ток, т.е. перемещение заряженных частиц, составляющих кристаллическую решетку прозрачного диэлектрика. Поляризационный ток приводит к выделению тепла в соответствии с законом Джоуля-Ленца. Таким образом происходит преобразование световой энергии в тепло.

Сила поляризационного тока неодинакова для различных плоскостей кристаллической решетки, обладающей оптической анизотропией. В той плоскости, в которой световая волна вызывает сильный поляризационный ток, происходит практически полное поглощение света. В других направлениях световая волна ослабляется меньше или почти совсем не ослабляется. Существуют кристаллы, при прохождении через которые естественный свет полностью поляризуется (поляроиды); к таким кристаллам относится турмалин в виде пластинки, вырезанной параллельно оптической оси. Оптической осью кристалла называется направление, вдоль которого скорость света не зависит от ориентации светового вектора \vec{E} относительно луча. Все прямые, параллельные этому направлению, также являются оптическими осями. Если естественный луч идет вдоль оптической оси, то все его колебания перпендикулярны оптической оси. Плоскость, проходящая через данный луч и оптическую ось кристалла, называется главной плоскостью.

Кроме кристаллов, подобных турмалину, имеются кристаллы, при прохождении через которые имеет место двойное лучепреломление. Луч делится на два луча, один из которых называется обыкновенным, другой - необыкновенным.

У обыкновенных лучей вектор \vec{E} ориентирован в плоскости, перпендикулярной к главной плоскости, и, следовательно, перпендикулярен к оптической оси. Скорость распространения по всем направлениям у обыкновенных лучей одинакова C_o .

У необыкновенных лучей вектор \vec{E} лежит в главной плоскости и образует с оптической осью некоторый угол. Необыкновенные лучи имеют различную скорость распространения C_e в зависимости от угла между вектором \vec{E} и оптической осью. Вдоль оптической оси оба вида лучей имеют одинаковую скорость распространения C_o .

Скорость распространения необыкновенных лучей в различных кристаллах может быть больше или меньше скорости обыкновенных лучей. В зависимости от того, какая из скоростей, C_o или C_e , больше, различают положительные и отрицательные одноосные кристаллы.

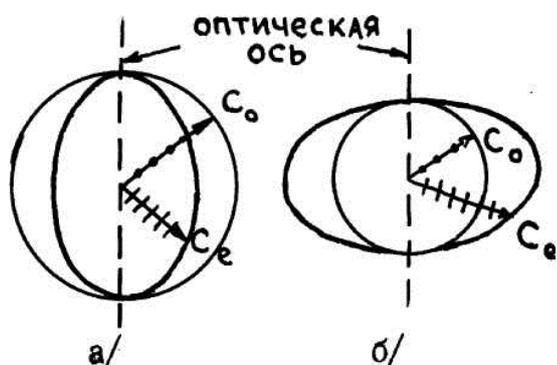


Рис. 138

Рассмотрим распространение лучей в этих кристаллах. Допустим, что точечный источник света находится внутри среды и в некоторый момент начинает испускать световые колебания. Обыкновенная составляющая волны по всем направлениям будет иметь одинаковую величину, и фронт волны будет иметь форму сферы. Необыкновенная

волна распространяется вдоль оптической оси с той скоростью, что и обыкновенная, а в других направлениях скорость будет зависеть от угла между вектором и оптической осью. Фронт этой волны будет иметь форму эллипсоида (рис. 138).

У положительных кристаллов $C_e < C_o$ (это означает, что $n_e > n_o$). У отрицательных кристаллов $C_e > C_o$ ($n_e < n_o$).

Легко запомнить, какие кристаллы называются положительными, а какие отрицательными. У положительных кристаллов эллипсоид скоростей вытянут по вертикали (рис.138,а), что соответствует вертикальному штриху в знаке "+", у отрицательных кристаллов эллипсоид растянут по горизонтали, ассоциируясь с горизонтальной чертой - знаком "-".

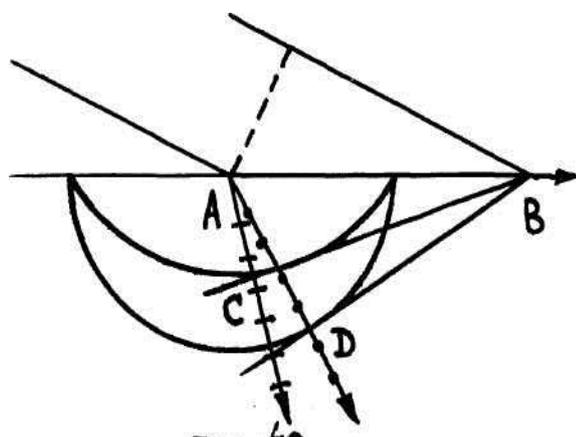


Рис. 139

Зная вид волновых поверхностей, можно с помощью принципа Гюйгенса определить направления обыкновенного и необыкновенного лучей в кристалле. Границу среды выберем параллельно оптической оси (рис.139) и рассмотрим положительный кристалл. На рис.139 построены волновые поверхности обыкновенных и необыкновенных лучей с центром в точке

А, лежащей на поверхности кристалла. Построение выполнено в момент времени, когда волновой фронт плоской волны достигает точки В. Огибающие всех вторичных волн (волны, центры которых лежат в промежутке между точками А и В, на рисунке не показаны) для обыкновенного и необыкновенного лучей, очевидно, представляют собой плоскости. Таким образом, при преломлении плоской волны на границе анизотропной среды появляются две плоские же волны, распространяющиеся в различных направлениях и с различными скоростями.

Если менять угол падения луча, то изменяется положение обоих преломленных лучей АС и АД. Однако поведение лучей разное. Для обыкновенного луча имеет место соотношение

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma_0} = \text{const} = n_0,$$

свойственное лучам, преломленным в обычных изотропных средах.

Для необыкновенного луча АС отношение

$$n_e = \frac{\sin\alpha}{\sin\gamma_e} \neq \text{const}.$$

Иными словами, коэффициент преломления луча АС не является постоянной величиной, а зависит от направления распространения световой волны.

Способность естественного луча расщепляться на два луча, поляризованные в двух взаимноперпендикулярных плоскостях, применяется для поляризации света. Для этой цели чаще всего применяется кристалл исландского шпата (прозрачная разновидность кальцита CaCO_3). При падении естественного света на кристалл исландского шпата имеет место двойное лучепреломление. Луч делится на два луча, один из которых обыкновенный, другой – необыкновенный. Для обыкновенного луча коэффициент преломления $n_0=1,659$ и остается постоянным при любом угле падения. Коэффициент преломления для необыкновенного луча n_e непостоянен и колеблется от 1,659 (в направлении оптической оси) до 1,486 (в направлении, перпендикулярном оптической оси).

Чтобы отделить друг от друга обыкновенный и необыкновенный лучи, используется призма, изобретенная в 1828 г. шотландским физиком У.Николем (1768-1851), которая носит название призма Николя или просто «николь». Призма Николя (рис.140) представляет собой двойную призму из исландского шпата, склеенную вдоль линии АВ канадским бальзамом с $n_0=1,55$. Оптическая ось OO' призмы составляет с входной гранью угол 48° ; этот угол подобран так, чтобы коэффициент преломления необыкновенных лучей был равен $n_e=1,515$.

Обыкновенный луч испытывает полное внутреннее отражение на слое канадского бальзама, так как его коэффициент преломления (1,659) больше коэффициента преломления канадского бальзама (1,55), а угол падения луча на границу подобран так, чтобы он оказался больше предельного угла, после которого начинается полное отражение.

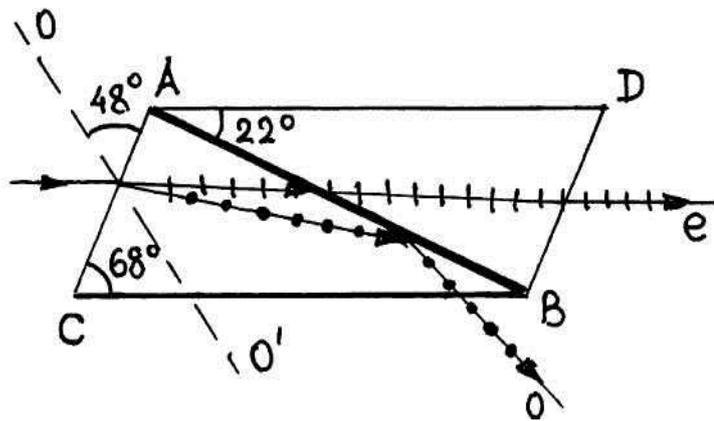


Рис. 140

Необыкновенный луч проходит слой канадского бальзама, не испытывая полного отражения, так как для него в данном направлении распространения коэффициент преломления (1,515) меньше коэффициента преломления канадского бальзама.

Поляризованный свет можно получить также с помощью поляризованных светофильтров – *поляроидов*. Поляроиды представляют собой тонкую (около 50 мкм) пленку, которая с целью защитить от влаги и механических повреждений помещается между двумя пластинками из стекла или полиметилметакрилата или между двумя пленками из ацетицеллюлозы и т.п.

Механизм поляризующего действия поляроидов и поляризационных призм различен. При прохождении естественного света через поляроид он так же, как и при прохождении через любое другое прозрачное тело, частично поглощается. Однако поглощение света происходит в зависимости от ориентации вектора напряженности электрического поля световой волны. Колебания вектора \vec{E} , проходящие в каком-то одном направлении, поглощаются больше, а в других направлениях меньше, т.е. степень поглощения света является функцией ориентации электрического вектора световой волны. Это явление называется анизотропией поглощения, или *дихроизмом*, который является причиной поляризации света в поляризационных светофильтрах.

24.3. Анализ поляризованного света

Для анализа степени поляризации света применяются устройства, которые называются анализаторами. В качестве анализаторов используются те же приборы, что и для поляризации (стопа пластин, поляроиды, призма Николя).

Будем условно анализатор и поляризатор изображать в виде пластинки, на которой указано направление колебаний светового вектора \vec{E} после прохождения света через пластинку.

Если на поляризатор падает естественный луч света, то из него выходит поляризованный свет, интенсивность которого равна половине начальной, так как два луча, ориентированные во взаимноперпендикулярных плоскостях, абсолютно равноправны. Частично интенсивность света будет несколько меньше половины из-за поглощения:

$$J_{\pi} = J_0 \cdot \frac{1}{2} \cdot k, \quad (24.2)$$

где J_0 - интенсивность падающего на поляризатор света, k - коэффициент прозрачности.

Чтобы убедиться в том, что полученный свет поляризован, поставим на его пути анализатор. При параллельном расположении плоскостей пропускания поляризатора и анализатора свет пройдет через анализатор, почти не снижая интенсивности (рис. 141,а).

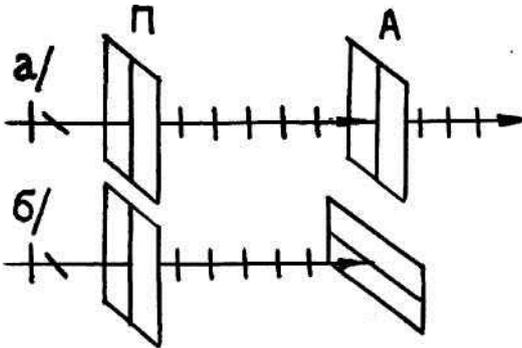


Рис. 141

При перпендикулярном расположении плоскостей пропускания поляризатора и анализатора в анализаторе полностью гасится падающий на него поляризованный свет. В этом случае говорят, что поляризатор и анализатор скрещены. Во всех остальных случаях интенсивность света за анализатором будет зависеть от взаимной ориентации плоскостей пропускания поляризатора и анализатора.

Пройдя через поляризатор, электрический вектор имеет значение E_0 . Плоскость пропускания анализатора повернута относительно плоскости пропускания поляризатора на угол α (рис. 142).

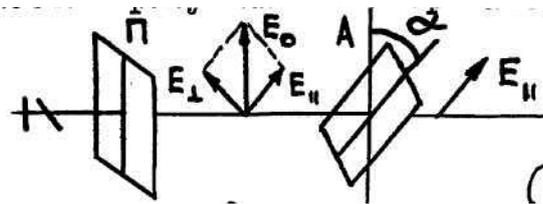


Рис. 142

Разложим вектор E_0 на две составляющие: параллельную плоскости пропускания анализатора (E_{\parallel}) и перпендикулярную к ней (E_{\perp}). Одна из них E_{\parallel} проходит через анализатор, другая E_{\perp} гасится. Из рис.142 видно, что

$$E_{\parallel} = E_0 \cos \alpha. \quad (24.3)$$

Отношение интенсивностей пропорционально отношению квадратов амплитуд

$$I_A / J_{\pi} = E_{\parallel}^2 / E_0^2 = \cos^2 \alpha. \quad (24.4)$$

И тогда

$$I_A = J_{\pi} \cos^2 \alpha. \quad (24.5)$$

С учетом коэффициента прозрачности анализатора k_A , уравнение (24.5) можно записать

$$I_A = k_A J_{\pi} \cos^2 \alpha. \quad (24.6)$$

Формулы (24.5) и (24.6) выражают закон Малюса.

24.4. Искусственная оптическая анизотропия

Оптическая анизотропия может возникнуть в прозрачных изотропных телах, а также в кристаллах кубической системы под влиянием различных воздействий. В частности, это происходит при механических деформациях. Мерой возникающей оптической анизотропии служит разность показателей преломления обыкновенного и необыкновенного лучей. Опыт показывает, что эта разность пропорциональна напряжению σ в данной точке тела (т.е. силе, приходящейся на единицу площади):

$$n_o - n_e = k\sigma, \quad (24.7)$$

где k - коэффициент пропорциональности, зависящий от свойств вещества.

Если изотропное тело свободно от деформаций, то при скрещенных поляризаторе и анализаторе на экране за анализатором будет наблюдаться полная темнота. Если тело деформировано, то лучи, идущие от поляризатора, проходя деформированные участки, изменят свою поляризацию и в дальнейшем не будут полностью гаситься анализатором. На экране появятся в соответствующих местах светлые пятна, интенсивность и окраска которых характеризуют степень деформации отдельных участков.

Этот метод находит в последнее время широкое применение при исследовании напряжений в прозрачных моделях сложной конфигурации, которые невозможно изучать расчетными способами, применяемыми в сопротивлении материалов. Модель конструкции изготавливается из прозрачного изотропного вещества и нагружается силами, пропорциональными силам, которые будут действовать на практике. Просвечивая модель поляризованным светом, можно определить деформации и напряжения в модели, а затем пересчитать их на проектируемую конструкцию.

Остаточные напряжения также приводят к искусственной оптической анизотропии. Поэтому оптический метод применяется для проверки стеклянных изделий на отсутствие в них вредных напряжений. Такой метод отбраковки является очень чувствительным.

В 1873 г. шотландский физик Д.Керр (1824-1907) обнаружил, что в жидкостях и в аморфных телах под воздействием электрического поля возникает оптическая анизотропия. Это явление получило название эффекта Керра. В 1930 г. эффект Керра был обнаружен также и газах.

На рис. 143 изображена схема установки для наблюдения эффекта Керра в жидкостях. Установка состоит из ячейки Керра, помещенной между скрещенными поляризатором и анализатором. Ячейка Керра представляет собой герметичную кювету с жидкостью, в которую введены пластины конденсатора. При подаче на пластины напряжения между ними возникает практически однородное электрическое поле.

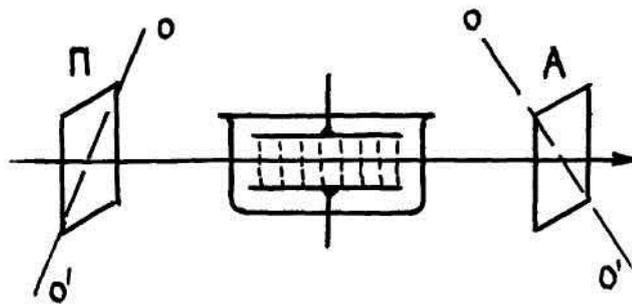


Рис. 143

Под его действием жидкость приобретает свойства одноосного кристалла с оптической осью, ориентированной вдоль поля. Разность показателей преломления n_o и n_e пропорциональна квадрату напряженности электрического поля \vec{E} :

$$n_o - n_e = kE^2. \quad (24.8)$$

Время, в течение которого устанавливается при включении поля или исчезает при выключении поля преимущественная ориентация молекул, составляет около 10^{-9} сек. Таким образом, ячейка Керра, помещенная между скрещенными поляризаторами, может служить практически безынерционным световым затвором. Поэтому ячейки Керра применяются там, где необходимо быстрое модулирование интенсивности света или где такие быстрые изменения интенсивности света надо создать (скоростная съемка, изучение и исследование быстро протекающих процессов).

24.5. Вращение плоскости поляризации

При прохождении плоскополяризованного света через некоторые вещества наблюдается вращение плоскости колебаний светового вектора или, как принято говорить, вращение плоскости поляризации. Вещества, обладающие такой способностью, называются оптически активными. К их числу принадлежат кристаллические тела (например, кварц, киноварь), чистые жидкости (скипидар, никотин) и растворы оптически активных веществ в неактивных растворителях (водные растворы сахара, винной кислоты и др.).

Кристаллические вещества, например кварц, сильнее всего вращают плоскость поляризации в случае, когда свет распространяется вдоль оптической оси кристалла. Угол поворота φ пропорционален пути l , пройденному лучом в кристалле:

$$\varphi = \alpha l. \quad (24.9)$$

Коэффициент α называется постоянной вращения. Её принято выражать в угловых градусах на миллиметр. Постоянная вращения зависит от длины волны. Так, например, у кварца для желтых лучей $\alpha = 21,7$ град/мм, а для фиолетовых лучей $\alpha = 48,9$ град/мм.

В растворах угол поворота плоскости поляризации пропорционален пути луча в растворе l и концентрации активного вещества C :

$$\varphi = [\alpha] \cdot c \cdot l, \quad (24.10)$$

где $[\alpha]$ - величина, называемая удельной постоянной вращения.

В зависимости от направления вращения плоскости поляризации оптически активные вещества подразделяются на право- и левовращающие. Если смотреть навстречу лучу, то в правовращающих веществах плоскость поляризации будет поворачиваться по часовой стрелке, в левовращающих - против часовой стрелки.

Формула (24.10) лежит в основе весьма точного метода быстрого определения концентрации C оптически активного вещества (например, сахара в водном растворе). Применяемые для этого приборы называются поляриметрами или сахариметрами. Оптическая схема сахариметра приведена на рис.144. Две поляризующие призмы (А, П) ставят в скрещенное положение так, что свет через них не проходит и поле зрения на экране Э темное. Затем между призмами помещают сосуд С с исследуемым раствором. Сосуд ограничен двумя плоскопараллельными пластинками так, что путь света в растворе является строго фиксированным. При этом поле зрения светлеет. Вторая призма (анализатор) поворачивается на такой угол φ , чтобы поле зрения снова сделалось темным. По найденному углу поворота плоскости поляризации φ и известному значению удельного вращения $[\alpha]$ находим концентрацию растворенного вещества.

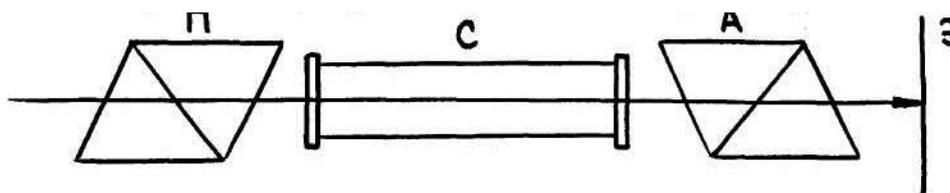


Рис. 144

В 1846 г. М.Фарадей обнаружил, что оптически неактивные вещества под действием внешнего магнитного поля приобретают способность вращать плоскость поляризации света, распространяющегося вдоль направления поля. Это явление получило название эффекта Фарадея или магнитного вращения плоскости поляризации. Опыт показал, что угол φ прямо пропорционален напряженности \vec{H} магнитного поля и длине пути l , проходимого светом в веществе

$$\varphi = V \cdot l \cdot H, \quad (24.11)$$

где V - постоянная Верде, зависящая от природы вещества и длины волны света.

Открытие эффекта Фарадея сыграло большую роль в развитии представления о свете. Сам Фарадей считал, что ему удалось обнаружить непосредственное влияние на свет магнитного поля. В действительности, однако, магнитное поле не действует непосредственно на свет, а действует на вещество, через которое свет проходит.

Глава 25. Тепловое излучение

25.1. Испускание и поглощение излучения

Энергия, расходуемая светящимся телом на излучение, может пополняться из различных источников. Если излучение происходит за счет энергии, выделяемой при химических реакциях, то свечение называется хемилюминесценцией. Свечение, возникающее при различных видах самостоятельного газового разряда, носит название электролюминесценции. Свечение тел, вызванное бомбардировкой их электронами, называют катодолуминесценцией. Испускание телом излучения некоторой характерной для него длины волны λ_1 можно вызвать, облучая это тело (или облучив предварительно) излучением длины волны λ_2 , меньшей, чем λ_1 . Такие процессы объединяются под названием фотолюминесценция.

Самым распространенным является свечение тел, обусловленное их нагреванием. Этот вид свечения называется тепловым или температурным излучением. Тепловое излучение представляет собой электромагнитное излучение, возбуждаемое за счет энергии теплового движения атомов и молекул. Если излучающее тело не получает энергии извне, то оно охлаждается и его внутренняя энергия уменьшается. Тепловое излучение свойственно всем телам при температуре выше абсолютного нуля.

Если нагретое тело поместить в полость, ограниченную идеально отражающей (непроницаемой для излучения) оболочкой, то с течением времени установится статическое равновесие: тело получает от поглощаемого излучения в единицу времени столько же энергии, сколько оно будет излучать само. При этом распределение энергии между телом и излучением с течением времени не изменится. Установившееся в этой полости излучение, находящееся в динамическом равновесии с нагретым телом, есть равновесное тепловое излучение. Всякое люминесцентное излучение не приводит к установлению равновесия. Покажем это на примере хемилюминесценции. Пока протекает обуславливающая излучение химическая реакция, излучающее тело все больше и больше удаляется от первоначального состояния. Поглощение телом излучения не изменит направления реакции, а, наоборот, приведет к более быстрому (вследствие нагревания) протеканию реакции в первоначальном направлении. Равновесие установится лишь тогда, когда будет израсходован весь запас реагирующих веществ и свечение, обусловленное химическими процессами, заменится тепловым излучением. Итак, из всех видов излучения равновесным может быть только тепловое излучение.

При падении на поверхность какого-либо тела лучистого потока P_0 наблюдается распределение его между отражением, поглощением и прохождением через тело.

Величина ρ , равная отношению лучистого потока P_ρ , отраженного телом, к лучистому потоку P_0 , называется коэффициентом отражения

$$\rho = \frac{P_\rho}{P_0}. \quad (25.1)$$

Величина τ , равная отношению лучистого потока P_τ , прошедшего через данное тело (среду), к лучистому потоку P_0 , называется коэффициентом пропускания

$$\tau = P_\tau / P_0. \quad (25.2)$$

Величина a , равная отношению лучистого потока P_a , поглощенного телом, к лучистому потоку, падающему на тело, называется коэффициентом поглощения или лучепоглощательной способностью тела

$$a = P_a / P_0. \quad (25.3)$$

Из закона сохранения энергии следует, что

$$P_0 = P_\rho + P_a + P_\tau$$

и поэтому

$$1 = \rho + \tau + a.$$

Измерения показывают, что коэффициенты поглощения, пропускания и отражения тела зависят от длины волны λ падающего излучения и от температуры тела, т.е.:

$$a = f(\lambda, T); \rho = f(\lambda, T); \tau = f(\lambda, T).$$

Чтобы показать зависимость от длины волны и температуры, внизу коэффициентов ставим значки λ и T , т.е. $a_{\lambda, T}$; $\rho_{\lambda, T}$; $\tau_{\lambda, T}$.

Величина τ , характеризующая прозрачность тела, зависит от толщины последнего. При достаточной толщине любое тело практически непрозрачно. Большинство твердых тел непрозрачно уже при сравнительно небольшой толщине. В этом случае можно считать, что $\tau=0$ и

$$1 = a_{\lambda, T} + \rho_{\lambda, T}. \quad (25.4)$$

Тело, которое абсолютно не поглощало бы излучение и полностью отражало все падающие на него лучи,

$$a_{\lambda, T} = 0 \text{ и } \rho_{\lambda, T} = 1, \quad (25.5)$$

называется абсолютно белым телом. Наблюдаемый цвет такого тела полностью определяется спектральным составом освещаемого тела.

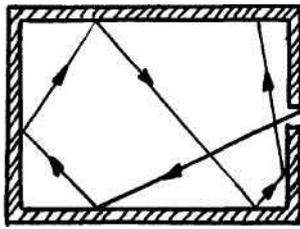
Тело, полностью поглощающее всё падающее на него излучение, называется абсолютно черным телом. Для абсолютно черного тела

$$a_{\lambda, T} = 1 \text{ и } \rho_{\lambda, T} = 0. \quad (25.6)$$

При освещении такого тела посторонним источником света оно не будет ничего отражать и представится черным. Например, для сажи в видимой области $a_{\lambda, T} \approx 0,99$, что и обуславливает черный цвет последней. Все же сажу нельзя считать абсолютно черным телом вообще, так как в инфракрасной области спектра её поглощение не равно единице.

Абсолютно черное тело можно создать искусственно. Если взять полый объем с отверстием много меньшим, чем размеры этого объема, то лучи излучения, проникающие внутрь объема, не могут выйти обратно, не испытав многократных отражений от стенок. При каждом отражении от стенки теряется

часть энергии, и поэтому после нескольких отражений излучение, проникающее внутрь полого тела, практически полностью поглощается (рис.145).



Тело, поглощательная способность которого меньше единицы, но одинаково для всех длин волн:

$$a_{\lambda,T} = \text{const} < 1, \quad (25.7)$$

называется абсолютно серым телом.

Рис. 145

Наряду с отражением и поглощением падающего на них излучения все тела сами способны испускать электромагнитное излучение - светиться. В этом случае энергия внутренних хаотических движений частиц тела (при $T > 0\text{K}$) непрерывно переходит в энергию испускаемого излучения. Обозначим через R светимость, т.е. количество энергии, излучаемой единицей поверхности тела в одну секунду. Очевидно, что энергия, излучаемая в секунду элементом поверхности dS , равна

$$dW = R \cdot dS. \quad (25.8)$$

Из этого потока энергии в пределах спектрального интервала между λ и $\lambda + d\lambda$ заключена часть энергии dW_λ . Величина dW_λ пропорциональна величине спектрального интервала $d\lambda$.

В соответствии с этим можно записать

$$dW_\lambda = r_\lambda \cdot d\lambda \cdot dS. \quad (25.9)$$

Коэффициент пропорциональности r_λ носит название лучеиспускательная способность тела. Из (25.9) имеем

$$r_\lambda = \frac{dW_\lambda}{d\lambda \cdot dS}. \quad (25.10)$$

Лучеиспускательная способность, следовательно, представляет собой количество лучистой энергии, излучаемой в секунду, отнесенной к единице спектрального интервала и к единице поверхности излучающего тела. Как следует из соотношений (25.8) и (25.9), между светимостью и излучательной способностью существует соотношение

$$R = \int_0^\infty r_\lambda \cdot d\lambda. \quad (25.11)$$

25.2. Закон Кирхгофа

При тепловом излучении энергия теплового движения частиц в теле переходит в энергию испускания электромагнитных волн. При поглощении происходит обратный процесс. Так как процессы излучения и поглощения имеют общие признаки, между лучеиспускательной и лучепоглощательной способностями тела имеется тесная взаимосвязь, которая была установлена в 1895 году Г.Кирхгофом.

Рассмотрим две бесконечные параллельно расположенные пластины, одна - произвольное тело 1, другая - абсолютно черное тело 2 (рис. 146). При данной температуре T серое тело 1 имеет лучеиспускательную способность r_T и лу-

чепоглощательную способность a_T . Для абсолютно черного тела эти величины имеют значения r_{0T} и a_{0T} .

Если между телами создать вакуум, то обмен энергией будет происходить только за счет излучения. Через некоторое время лучистый теплообмен приведет к установлению динамического равновесия между поглощенной и излучаемой энергиями. Температуры обоих тел станут равными $T_1=T_2=T$.

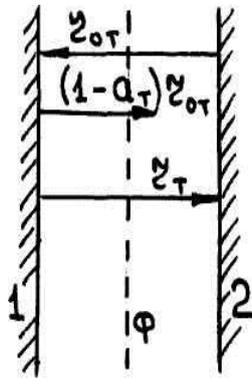


Рис.146

Составим энергетический баланс для каждой пластины. Будем полагать, что каждая единичная площадку одной пластины будет находиться в равновесии с единичной площадкой другой пластины. Единичные площадки находятся друг против друга.

Серая пластина с единичной площадки за единицу времени излучает поток энергии r_T . В это же время на данную площадку падает поток энергии r_{0T} , излучаемый абсолютно черным телом. Доля $a_T r_{0T}$ поглощается серой пластиной 1, а остальная часть $(1 - a_T) r_{0T}$ отражается и возвращается к пластине 2. Следовательно,

$$r_T = a_T \cdot r_{0T}. \quad (25.12)$$

Единичная площадка тела 2 излучает за единицу времени поток лучистой энергии r_{0T} . За это же время на эту площадку падают потоки энергии r_T , излученной телом 1 и отраженной телом 1 $(1 - a_T) r_{0T}$. Так как у абсолютно черного тела $a_T=1$, то

$$r_{0T} = r_T + (1 - a_T)r_{0T}. \quad (25.13)$$

Из соотношений (25.12) и (25.13) получаем одно и то же выражение

$$\frac{r_T}{a_T} = \frac{r_{0T}}{1} = r_{0T}. \quad (25.14)$$

Если между телами 1 и 2 поместить светофильтр, пропускающий узкий интервал длин волн от λ до $\lambda + d\lambda$, то можно доказать аналогичным образом, что

$$\frac{r_{\lambda,T}}{a_{\lambda,T}} = \frac{r_{0\lambda,T}}{1} = r_{0\lambda,T}. \quad (25.15)$$

Последнее соотношение носит название закон Кирхгофа. Таким образом, отношение лучеиспускательной способности к лучепоглощательной способности для любых тел при одинаковой их температуре T и для одной и той же длины волны λ одинаково, не зависит от природы этих тел и равно лучеиспускательной способности абсолютно черного тела $r_{0\lambda,T}$.

Зная зависимость лучеиспускательной способности абсолютно черного тела $r_{0\lambda,T}$ от длины волны λ и температуры T и определив опытным путем коэффициент поглощения $a_{\lambda,T}$ рассматриваемого тела, можно найти лучеиспускательную способность для любого тела:

$$r_{\lambda,T} = a_{\lambda,T} \cdot r_{0\lambda,T}. \quad (25.16)$$

Применяя модель абсолютно черного тела, изучили лучеиспускательную способность $r_{0\lambda,T}$ до температур порядка 3000К. Результаты этих исследований приведены на рис.147.

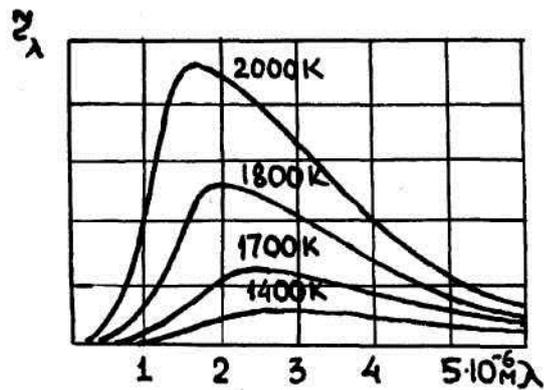


Рис.147

Как видно, излучательная способность абсолютно черного тела r_λ быстро возрастает с температурой. Каждая кривая имеет максимум, который при возрастании температуры смещается в сторону коротких длин волн и становится более острым. Вид этих кривых – хорошо известный факт, что светимость, а следовательно, и яркость тел быстро возрастает с повышением температуры и что одновременно с этим меняется и цвет испускаемого света. При низкой температуре максимум излучательной способности лежит в области больших длин волн и тело испускает преимущественно инфракрасные лучи. Доля мощности, приходящейся на видимые лучи, при этом так мала, что глаз не воспринимает света. Таков состав излучения при температурах порядка нескольких сот градусов. При температуре около 900К мощность, приходящаяся на длинноволновой край видимого спектра, окажется достаточной, чтобы вызвать зрительное ощущение, и тело представляется светящимся тёмнокрасным цветом. При дальнейшем возрастании температуры максимум все больше смещается в сторону коротких длин волн, доля мощности, приходящейся на видимые лучи, возрастает, и свечение тела представляется все более и более белым.

25.3. Законы излучения абсолютно черного тела

Лучеиспускающая способность абсолютно черного тела r_λ есть определенная функция от длины волны и температуры: $r_\lambda=f(\lambda, T)$. Чисто термодинамические рассуждения не позволяют найти вида этой функции. Однако из термодинамических рассмотрений можно установить ряд общих законов, которым должно подчиняться излучение абсолютно черного тела. Первый закон относится к светимости: энергетическая светимость абсолютно черного тела R возрастает пропорционально четвертой степени абсолютной температуры тела:

$$R = \sigma \cdot T^4. \quad (25.17)$$

Этот закон носит название закона Стефана-Больцмана. Так как светимость связана с испускающей способностью r_λ соотношением (25.11), то закон Стефана - Больцмана можно записать также в виде:

$$\int_0^\infty r_\lambda \cdot d\lambda = \sigma \cdot T^4. \quad (25.18)$$

Измерения дают для постоянной σ следующее значение: $\sigma=5,67 \cdot 10^{-8} \text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$. На графиках рис.147 светимость R изображается площа-

дью, заключенной между соответствующей кривой распределения лучеиспускательной способности и осью абсцисс.

Второй закон касается положения максимума кривых распределения (рис.147). По этому закону, носящему название закона смещения Вина, длина волны λ_{max} , на которую приходится максимум излучательной способности r_λ , меняется обратно пропорционально абсолютной температуре

$$\lambda_{max} = b/T, \quad (25.19)$$

где $b = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$ - постоянная Вина.

Третий закон указывает, что максимальная излучательная способность абсолютно черного тела r_{max} возрастает пропорционально пятой степени абсолютной температуры:

$$r_{max} = C \cdot T^5. \quad (25.20)$$

Измерения дают для постоянной C следующее численное значение: $C = 1,3 \cdot 10^5 \text{ Вт}/(\text{м}^3 \cdot \text{К}^5)$.

25.4. Распределение светимости абсолютно черного тела по длинам волн

Первую попытку найти аналитический вид функции $r_\lambda = f(\lambda, T)$, удовлетворяющей экспериментальным кривым, сделал русский физик В.А. Михельсон (1860-1927). Однако найденный им вид функции не удовлетворял термодинамическим законам (25.17), (25.19), (25.20).

В конце прошлого века Рэлей и Джинс, используя законы статистической и классической физик, получили теоретическую формулу для расчета лучеиспускательной способности абсолютно черного тела:

$$r_\lambda = \frac{2\pi}{\lambda^2} kT, \quad (25.21)$$

где k - постоянная Больцмана.

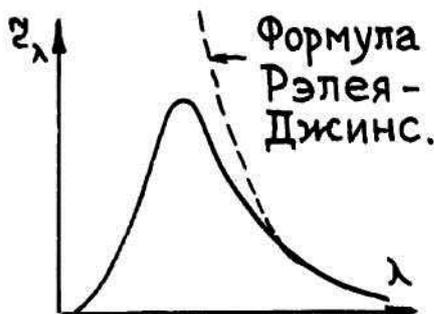


Рис. 148

Формула Рэля - Джинса удовлетворительно согласуется с экспериментальными данными лишь при больших длинах волн (рис.148). По формуле (25.21) лучеиспускательная способность монотонно возрастает с уменьшением длины волны, не имея максимума, и при любой температуре стремится к бесконечности в области ультрафиолетового излучения.

Интегрирование выражения (25.21) по λ в пределах от 0 до ∞ дает для энергетической светимости R бесконечно большие значения. Этот результат,

получивший название ультрафиолетовой катастрофы, находится в противоречии с опытом.

Вывод формулы Рэлея - Джинса с классической точки зрения явился безупречным. Поэтому расхождение этой формулы с опытом указывало на существование каких-то закономерностей, несовместимых с представлениями классической физики и электродинамики.

В 1900 году выдающийся немецкий физик Макс Планк (1858-1947) сделал предположение, несовместимое с классическими представлениями. В классической полагается, что энергия меняется непрерывно и может принимать любые значения. Планк высказал гипотезу о том, что электромагнитное излучение испускается в виде отдельных порций энергии, которые он назвал квантами энергии.

Энергия кванта ε пропорциональна частоте колебания:

$$\varepsilon = h\nu, \quad (25.22)$$

где $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с - постоянная Планка.

Используя законы статистической механики и полагая, что излучение происходит порциями, Планк получил формулу для излучательной способности абсолютно черного тела:

$$r_\lambda = \frac{2\pi h c^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{\frac{hc}{R\lambda T}} - 1}. \quad (25.23)$$

Она прекрасно согласуется с результатами измерений распределения энергии в спектрах излучения абсолютно черного тела при различных температурах.

Покажем, что закон Стефана-Больцмана можно получить из формулы Планка. Для нахождения светимости абсолютно черного тела необходимо проинтегрировать r_λ по всем длинам волн:

$$R = \int_0^\infty r_\lambda \cdot d\lambda = 2\pi h c^2 \int_0^\infty \frac{\lambda^{-5}}{e^{\frac{hc}{R\lambda T}} - 1} d\lambda. \quad (25.24)$$

Введем вместо λ новую переменную $x = \frac{hc}{R\lambda T}$ и тогда получим для R выражение:

$$R = \frac{2\pi h c^2}{\left(\frac{hc}{R}\right)^4} \cdot T^4 \cdot \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx, \quad (25.25)$$

где $\int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx = 6,498$.

Обозначим $6,498 \frac{2\pi h c^2}{\left(\frac{hc}{R}\right)^4}$ через σ и получаем закон Стефана-Больцмана. За-

кон Вина также может быть получен из формулы Планка. Местоположение максимума найдем из условия

$$\frac{\partial r_\lambda}{\partial \lambda} = 0. \quad (25.26)$$

Производная от функции (25.23) по λ приравнивается нулю:

$$-5\lambda_m^{-6} \left(e^{\frac{hc}{\lambda_m RT}} - 1 \right) + \lambda_m^{-5} e^{\frac{hc}{\lambda_m RT}} \cdot \frac{hc}{RT\lambda_m^2} = 0.$$

Затем, вводя подстановку $x_m = \frac{hc}{RT\lambda_m^2}$ и сокращая на $-\lambda_m^{-6}$, получим:

$$5(e^{x_m} - 1) - x_m \cdot e^{x_m} = 0. \quad (25.27)$$

Решением уравнения (25.27) является значение $x_m = \frac{hc}{\lambda_m RT} = 4,965$, и то-

гда

$$\lambda_m = \frac{hc}{4,965RT} = \frac{b}{T}, \quad (25.28)$$

где $b = \frac{hc}{4,965R} = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$.

25.5. Оптическая пирометрия

При высоких температурах ($T \approx 2000\text{К}$) измерения с помощью термоэлементов и термосопротивлений очень часто невозможно провести. Это можно сделать с помощью оптических пирометров, работа которых основана на применении законов излучения.

а) Метод, основанный на законе смещения Вина. Если нам известна длина волны, на которую приходится максимум спектральной плотности излучения, то температура тела может быть вычислена по формуле (25.19). Таким образом определяется температура на поверхности Солнца, звезд т.д.

Для нечерных тел этот способ дает практически истинную температуру тела; если в спектре излучения имеется один максимум и мы рассчитываем T по формуле (25.19), то расчет дает нам температуру абсолютно черного тела, имеющего почти такое же распределение энергии в спектре, как и испытуемое тело. При этом цветность излучения абсолютно черного тела будет одинакова с цветностью исследуемого излучения. Такая температура тела называется его цветовой температурой.

Цветовая температура нити лампы накаливания равна 2700-3000К, что очень близко к истинной температуре.

б) Радиационный способ измерения температур. Основан на измерении интегральной плотности излучения тела R и вычисления его температуры по закону Стефана-Больцмана. Соответствующие приборы называются радиационными пирометрами.

Естественно, что если излучающее тело не является абсолютно черным, то радиационный пирометр не дает истинной температуры тела, а покажет ту температуру абсолютно черного тела, при которой светимость последнего равна светимости испытуемого тела. Такая температура называется радиационной, или энергетической температурой.

Из недостатков радиационного пирометра укажем на невозможность его применения для определения температур небольших объектов, а также на влияние среды, находящейся между объектом и пирометром, которая поглощает часть излучения.

в) Яркостный метод определения температур. Принцип его действия основан на визуальном сравнении яркости раскаленной нити пирометра с яркостью изображения накаливаемого испытуемого тела. Такое сравнение можно осуществить с помощью пирометра с исчезающей нитью. Рассмотрим схему

пирометра с исчезающей нитью (рис. 149), который применяется очень широко на производстве.

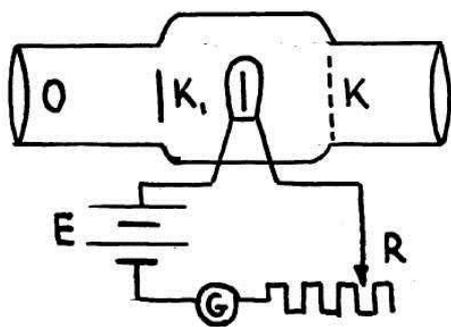


Рис. 149

Зрительная труба направляется на раскаленный предмет. Регулируя реостатом накал нити, добиваются равенства яркостей исследуемого тела и нити, которое определяется по исчезновению нити на фоне раскаленного тела. Температура определяется по шкале гальванометра, проградуированного прямо на температуру.

Если температура тела очень велика, то на пути лучей помещается дымчатый фильтр K_1 .

Пирометр представляет собой зрительную трубу с помещенной внутри электрической лампой, питаемой от аккумулятора. На рис.149: O – объектив, L – лампа, K – светофильтры с узкой полосой пропускания ($\lambda=0,6$ мкм), R – реостат, G – гальванометр и E – аккумулятор.

Глава 26. Квантовая оптика

26.1. Фотоэлектрические явления

Фотоэлектрическим эффектом или фотоэффектом называется испускание электронов веществом под действием света. Это явление было открыто Г.Герцем и затем детально изучено русским физиком А.Г. Столетовым (1839-1896), который установил ряд закономерностей: 1) испускаемые под действием света заряды имеют отрицательный знак; 2) наибольшее действие оказывают ультрафиолетовые лучи; 3) величина испускаемого телом заряда пропорциональна поглощенной им световой энергии. В 1898г. Ленард и Томсон установили, что частицы, испускаемые под действием света, являются электронами.

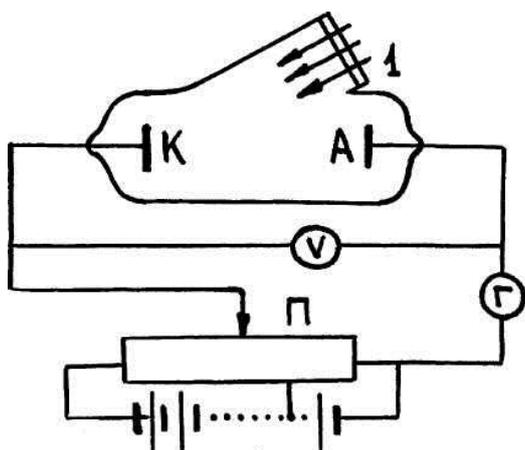


Рис. 150

Схема современной установки для исследования фотоэффекта показана на рис.150. Свет проникает через кварцевое окошко I в вакуумный баллон и освещает катод K, изготовленный из исследуемого материала. Электроны, испускаемые при фотоэффекте с катода, перемещаются под действием электрического поля к аноду A. В цепи прибора появится фототок, который измеряется гальванометром Г. Напряжение между анодом и катодом можно изменять с помощью потенциометра. На рис.151 изображены вольтамперные характери-

стики, которые показывают зависимость фототока i от разности потенциалов между электродами и при неизменном световом потоке Φ .

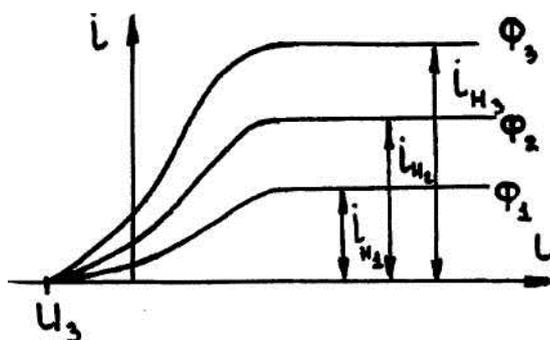


Рис. 151

Столетовым А.Г. было установлено, что сила фототока насыщения прямо пропорциональна световому потоку:

$$i_H = \gamma\Phi, \quad (26.1)$$

где γ - коэффициент пропорциональности или интегральная чувствительность фотокатода, которая измеряется в А/лм или А/Вт.

Из вольтамперных характеристик видно, что при $U=0$ фототок имеет место. Это говорит о том, что электроны покидают катод с определенной скоростью, отличной от нуля, и достигают частично анода. В цепи будет ток, и, для того чтобы он стал равным нулю, необходимо приложить к электродам тормозящее поле, т.е. поменять полярность электродов. При некоторой разности потенциалов U_3 ток обращается в нуль. Это указывает, что даже самые быстрые электроны, имеющие наибольшее значение скорости v_m , задерживаются тормозящим полем. Поэтому можно записать, что

$$E_k = \frac{mv_m^2}{2} = eU_3, \quad (26.2)$$

где m - масса электрона, e - заряд электрона. Таким образом, измерив задерживающее напряжение U_3 , можно определить максимальные значения кинетической энергии и скорости.

Задерживающее напряжение U_3 , соответственно, кинетическая энергия от интенсивности света не зависит (см. рис.151), а зависит только от частоты монохроматического света, падающего на катод. Измерения показали, что кинетическая энергия изменяется с частотой света ν по линейному закону (рис.152). Кроме того, из рис.152 видно, что существует граничная частота падающего света $\nu_{кр}$, при которой кинетическая энергия фотоэлектрона равна нулю (красная граница). При частотах больше красной границы энергия фотоэлектронов возрастает с увеличением частоты падающего излучения. Исследования, проведенные в различных металлах, показали, что у каждого металла своя величина красной границы.

Все исследования фотоэффекта были объединены в три закона фотоэффекта:

1. Сила фототока насыщения $i_{нас}$ прямо пропорциональна падающему световому потоку;

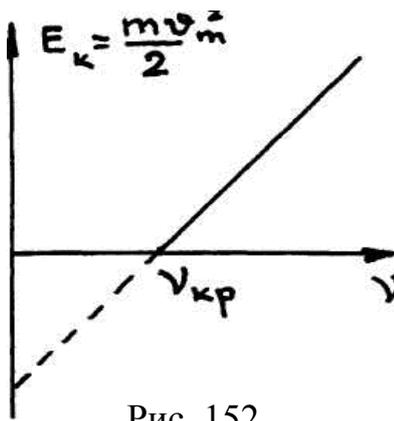


Рис. 152

2. Скорость и кинетическая энергия электронов, вырываемых с поверхности металла, тем больше, чем больше частота падающего света;

3. Фотоэффект наблюдается только при облучении светом с частотой больше или равной критической, которая называется красной границей фотоэффекта.

Законы фотоэффекта противоречили представлениям о волновой теории света. В 1905 году Эйнштейн показал, что все закономерности фотоэффекта легко

объяснить, если предположить, что свет поглощается - такими же порциями $h\nu$ (квантами), какими они, по предположению Планка, испускаются. Энергия кванта света передается электронам металла и частично расходуется на то, чтобы выйти за пределы металла, т.е. затрачивается на работу выхода $A_{\text{в}}$. Остаток энергии идет на кинетическую энергию электрона, покинувшего вещество. В этом случае должно выполняться соотношение:

$$h\nu = A_{\text{в}} + \frac{mv^2}{2}, \quad (26.3)$$

которое называется формулой Эйнштейна.

Рассмотрим вопрос о физической сущности понятия "работа выхода". Кристаллическая решетка металла построена из атомов, которые лишены одного или нескольких электронов, т.е. состоит из положительных ионов. Электроны могут свободно двигаться внутри металла и даже выходить за его пределы. Возле поверхности они задерживаются, так как испытывают притяжение со стороны положительных ионов, расположенных на поверхности. Образуется электрический слой толщиной порядка 10^{-8} см, состоящий из электронного "облака" над поверхностью, а поверхность имеет положительный заряд, который определяется ионами. Возникает скачок потенциала ΔU порядка 3-5 В.

Для прохождения через облако электрон должен затратить энергию, которая определяется соотношением

$$A_{\text{в}} = e \cdot \Delta U. \quad (26.4)$$

Уравнение (26.3) позволяет легко объяснить все основные законы фотоэффекта для металла. В самом деле, из (26.3) следует, что при энергии фотона меньше работы выхода фотоэффекта не будет. Фотоэффект начинается, лишь когда энергия фотона равна работе выхода $h\nu_{\text{кр}} = A_{\text{в}}$. Таким образом, красную границу фотоэффекта найдем из уравнения

$$\nu_{\text{кр}} = \frac{A}{h}. \quad (26.5)$$

Из формулы Эйнштейна также легко заметить, что при $\nu > \nu_{\text{кр}}$ с увеличением частоты увеличивается скорость фотоэлектронов и кинетическая энергия, так как работа выхода есть величина постоянная.

Принимая во внимание, что каждый фотон может выбить только один электрон, то, очевидно, чем больше число фотонов, тем больше электронов будет вырвано из металла в единицу времени, следовательно, сильнее будет фото-

ток. Так как величина светового потока определяется числом фотонов, падающих в единицу времени на поверхность металла, то из сказанного следует, что первый закон фотоэффекта также легко объяснить на основе квантовой теории.

Кроме рассмотренного нами внешнего фотоэффекта (называемого обычно просто фотоэффектом), существует также внутренний фотоэффект, наблюдаемый в диэлектриках и полупроводниках. Он заключается в обусловленном действием света перераспределением электронов по энергетическим уровням. Если энергия кванта ϵ превышает ширину запрещенной зоны, поглощенный квант приводит к переходу электрона из валентной зоны в зону проводимости. В результате появляется дополнительная пара носителей тока - электрон и дырка, что проявляется в увеличении электропроводности вещества. Если в веществе имеются примеси, под действием света электроны могут переходить из валентной зоны на уровни примеси или с примесных уровней в зону проводимости. В первом случае возникает дырочная, а во втором - электронная фотопроводимость.

Фотоэффект используется в приборах, получивших название фотоэлементов, которые широко применяются в различных областях науки и техники. Фотоэлемент состоит из вакуумной или газонаполненной колбы, в которой размещены анод А и катод К. Анод выполняется в виде решетки, сетки или просто петли, а катодом служит чувствительный слой, нанесенный на поверхность стеклянной колбы (рис.153,а). Чувствительность вакуумных фотоэлементов в области видимого излучения составляет 10-15 мкА/лм.

Для усиления фототока применяются фотоэлектронные умножители (ФЭУ) - приборы, в которых, кроме фотоэффекта, используется вторичная электронная эмиссия. ФЭУ - это вакуумный фотоэлемент с несколькими промежуточными электродами 1,2,3,4 (рис.153,б), которые называются эмиттерами.

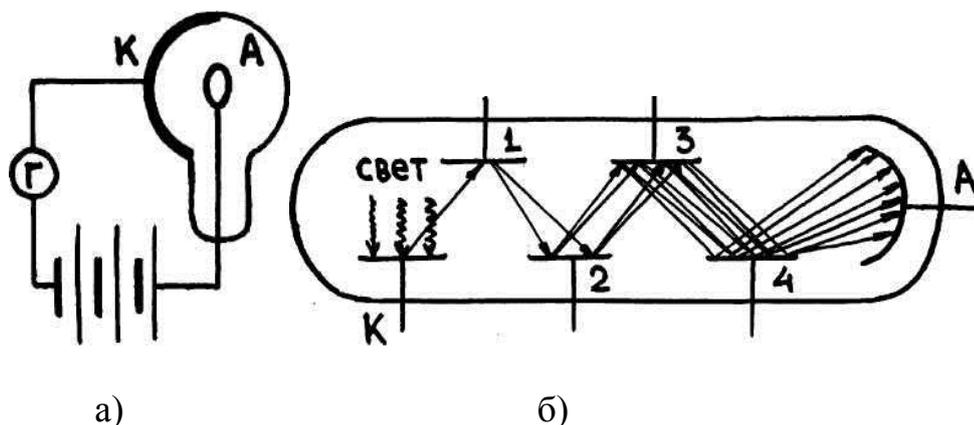


Рис.153

Эти электроды покрыты веществом, которое при ударе легко испускает электроны. Свет, падая на катод К, выбивает из него фотоэлектроны. Поток электронов направляется на первый эмиттер, выбивает из него вторичные электроны, которые идут на второй эмиттер и т.д. Число вторичных электронов определяется коэффициентом эмиссии $\sigma = n_2/n_1$, где n_2 - число вторичных элек-

тронов, n_1 - число первичных электронов. Обычно $\sigma = 5-10$. Чувствительность ФЭУ может составлять величину до 10 А/лм.

26.2. Эффект Комптона

Особенно отчетливо проявляются корпускулярные свойства света в явлении, которое в 1923 г. было исследовано американским физиком А. Комптоном (1892-1962) и получило название эффекта Комптона. Исследуя рассеяние рентгеновских лучей различными веществами, А.Комптон обнаружил, что в рассеянных лучах, наряду с излучением первоначальной длины волны λ содержатся также лучи большей длины волны λ' . Разность $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ оказалась не зависящей от λ и от природы рассеивающего вещества. Экспериментально была установлена следующая закономерность:

$$\Delta\lambda = \lambda_0(1 - \cos\vartheta) = 2\lambda_0 \sin^2 \frac{\vartheta}{2}, \quad (26.6)$$

где ϑ - угол, образованный направлением рассеянного излучения с направлением первичного пучка, λ_0 - постоянная, равная 2,42 пм. Все особенности эффекта Комптона можно объяснить, рассматривая рассеяние как процесс упругого столкновения рентгеновских фотонов с практически свободными электронами. Свободными можно считать наиболее слабо связанные с атомами электроны, энергия связи которых значительно меньше той энергии, которую фотон может передать электрону при соударении.

Пусть на первоначально покоящийся свободный электрон падает фотон с энергией $h\nu$ и импульсом $\frac{h\nu}{c}$. Энергия электрона до столкновения равна m_0c^2 (m_0 – масса покоя электрона), а импульс равен нулю.

После столкновения электрон будет обладать энергией mc^2 и импульсом $m\vec{v}$. Энергия и импульс фотона также изменятся и станут равными $h\nu'$ и $\frac{h\nu'}{c}$. Из законов сохранения энергии и импульса вытекают два соотношения:

$$h\nu + m_0c^2 = h\nu' + mc^2, \quad (26.7)$$

$$\frac{h\nu}{c} + 0 = m\vec{v} + \frac{h\nu'}{c}. \quad (26.8)$$

Разделив уравнение (26.7) на c , можно привести его к виду:

$$m\vec{v} = m_0c + h\left(\frac{\nu}{c} - \frac{\nu'}{c}\right). \quad (26.9)$$

Возведение этого уравнения в квадрат дает:

$$(m\vec{v})^2 = (m_0c)^2 + 2m_0ch\left(\frac{\nu}{c} - \frac{\nu'}{c}\right) + h^2\frac{\nu^2}{c^2} - 2h^2\frac{\nu\nu'}{c^2} + h^2\frac{\nu'^2}{c^2}. \quad (26.10)$$

Из рис.154 следует, что

$$(m\vec{v})^2 = \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu'}{c}\right)^2 - 2h^2\frac{\nu\nu'}{c^2} \cos\vartheta, \quad (26.11)$$

где ϑ - угол между векторами $\frac{h\nu}{c}$ и $\frac{h\nu'}{c}$, т.е. между направлением распространения рассеянного света и направлением первичного пучка.

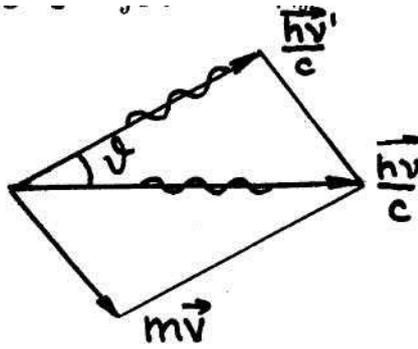


Рис. 154

Вычтя уравнение (26.11) из (26.10), получим:

$$m^2(c^2 - v'^2) = m_0^2 c^2 - 2h^2 \frac{vv'}{c^2} (1 - \cos\vartheta) + 2m_0 ch \left(\frac{v}{c} - \frac{v'}{c} \right). \quad (26.12)$$

Приняв во внимание $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$, легко убедиться в том, что

$m^2(c^2 - v'^2) = m_0^2 c^2$. Таким образом, мы приходим к равенству:

$$\frac{c}{v'} - \frac{c}{v} = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos\vartheta). \quad (26.13)$$

Наконец, учтя, что $\frac{c}{v} = \lambda$, получим формулу:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos\vartheta), \quad (26.14)$$

совпадающую с эмпирической формулой (26.6), если положить $\lambda_0 = \frac{h}{m_0 c}$. Величина λ_0 называется комptonовской длиной волны той частицы, масса m_0 которой имеется в виду. Подстановка численных данных h , m_0 и C дает для комptonовской длины волны электрона значение 2,42 пм, совпадающее с эмпирическим значением коэффициента в формуле (26.6).

Формула (26.14) показывает, что комptonовское изменение длины волны $\Delta\lambda$ очень мало и не зависит от λ , поэтому его можно наблюдать лишь для коротких длин волн, у которых $\Delta\lambda/\lambda = 0,055-0,1$. Для видимого света $\Delta\lambda/\lambda = 10^{-5}$, и наблюдать Комптон-эффект для него практически невозможно.

26.3. Давление света

Давление света проявляется в том, что свет оказывает механическое действие на какую-либо поверхность. Давление определяется количеством фотонов, падающих на поверхность, и коэффициентом отражения.

По квантовой теории каждый фотон имеет импульс $p_\Phi = \frac{hv}{c}$. Если на поверхность непрозрачного тела падает поток фотонов плотностью N в единицу времени и поверхность имеет коэффициент отражения ρ , то ρN фотонов от неё отразится, а $(1-\rho)N$ фотонов поглотится телом. Каждый отраженный фотон сообщает телу импульс p_1 :

$$p_1 = \left(\frac{hv}{c} \right) - \left(-\frac{hv}{c} \right) = 2 \frac{hv}{c}, \quad (26.15)$$

а поглощенный импульс p_2 :

$$p_2 = \left(\frac{hv}{c}\right) - 0 = \frac{hv}{c}. \quad (8.16)$$

Полный импульс p , полученный телом за единицу времени, равен:

$$p = p_1 \rho N + p_2 (1 - \rho) N = 2 \frac{hv}{c} \rho N + \frac{hv}{c} (1 - \rho) N. \quad (26.17)$$

Так как импульс связан с силой и временем её действия $p = F \cdot \Delta t$, то давление будет равно:

$$P = \frac{F}{S} = \frac{p}{S \cdot \Delta t}. \quad (26.18)$$

Так как N есть число фотонов, падающих на единицу площади в единицу времени, то световое давление может быть выражено формулой (26.17). Величина $J = Nh\nu$ есть плотность потока световой энергии, и тогда

$$P = \frac{hv}{c} N(1 + \rho) = \frac{J}{c} (1 + \rho). \quad (26.19)$$

Экспериментально световое давление было впервые обнаружено и измерено в 1900 г. русским физиком П.Н. Лебедевым (1866-1912). Он доказал справедливость уравнения (26.19). Однако давление света ничтожно мало даже от таких мощных источников, как электрическая дуга и Солнце.

V. Атомная и ядерная физика

Глава 27. Строение атома

Гипотеза о том, что все вещества состоят из мельчайших частиц, зародилась еще в древней Греции и древнем Риме. Эти частицы были названы атомами (от греческого слова «атомос» - неразложимый), и движение материи понималось как механическое перемещение этих частиц. Изменение химического состава сложных веществ представлялось в виде взаимозамещения таких неизменных атомов.

В XVIII веке М.В. Ломоносов (1711-1765), наиболее полно развивший атомно-кинетическую теорию вещества, показал, что тепловые явления, а также диффузия обусловлены движением атомов. Д.И. Менделеев, разработавший периодическую систему элементов, сыграл выдающуюся роль в развитии атомистической теории. Периодическая закономерность в свойствах атомов различных элементов свидетельствовала о некой общности в их природе.

При электрическом разряде в газе были исследованы катодные лучи, представляющие собой потоки отрицательно заряженных частиц, получивших название электронов. Было установлено, что электроны вырываются из атомов, которые становятся положительно заряженными ионами. Электроны обладают отрицательным зарядом, а, так как атомы электронейтральны, следовательно, каждый атом должен содержать определенное количество положительно заряженного вещества, чтобы скомпенсировать отрицательный заряд электронов. Кроме того, измерения удельного заряда e/m электронов и ионов показали, что электроны в тысячи раз легче положительно заряженной части атомов. Поэтому когда в 1898 г. Дж.Дж. Томсон (1856-1940) высказал предположение о том, что

атомы представляют собой однородные шары с положительно заряженным веществом, в котором симметрично «плавают» электроны, то это предположение ни у кого не вызвало сомнений.

Наличие внутри атомов электрических зарядов подтверждалось и тем, что атомы способны испускать и поглощать электромагнитные волны. Томсон, используя свою модель, сумел показать, что атом должен испускать монохроматическое излучение. Подробные исследования, однако, показали, что атомы имеют линейчатые спектры. Эта модель не могла так же объяснить таблицу Д.И. Менделеева (1834-1907) периодичности свойств атомов. Возникла необходимость серьезной экспериментальной проверки модели Томсона путем изучения распределения зарядов в атоме.

Чтобы узнать распределение зарядов в атоме, необходимо промерить электрическое поле внутри атомов. Такое измерение можно было бы осуществить, если бы оказалось возможным «внутри атомов» поместить пробный электрический заряд и определить либо силу, испытываемую таким зарядом, либо изменение направления его движения внутри атома.

Оказалось, что роль такого заряда могут выполнить α -частицы, которые возникают в процессе радиоактивного распада (радиоактивный распад будет в дальнейшем рассмотрен более подробно). α -частицы имеют положительный заряд, равный удвоенному элементарному заряду, при присоединении двух электронов α -частица превращается в атом гелия. Скорость вылета α -частицы из радиоактивного вещества порядка 10^7 м/с.

27.1. Опыт Резерфорда

Для подтверждения или опровержения модели атома, предложенной Томсоном, были необходимы эксперименты по прямому зондированию атомов. Для этого нужно было направить на атом потоки частиц высоких энергий и изучать их рассеяние.

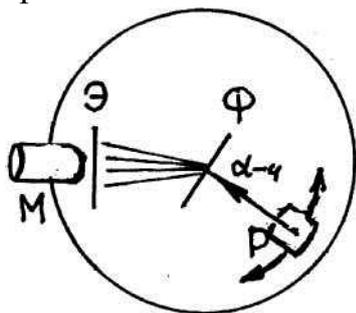


Рис.155

Такие опыты были поставлены Э.Резерфордом (1871-1937). В его распоряжении были радиоактивные вещества, которые излучали α -частицы высоких энергий (ядра гелия). Опыт осуществлялся следующим образом (рис.155). Радиоактивный препарат Р излучает α -частицы в виде узкого пучка. На люминесцирующем экране Э получают светящиеся точки, которые наблюдались в микроскопе М. На пути потока α -частиц была поставлена тонкая золотая фольга Ф. Тогда, согласно модели атома Томсона, α -частица не может пройти даже через очень тонкую фольгу, так

как атомы должны заполнять все пространство; α -частицы должны остановиться, передав свою энергию и импульс фольге в целом. Однако опыты показали (рис.156), что:

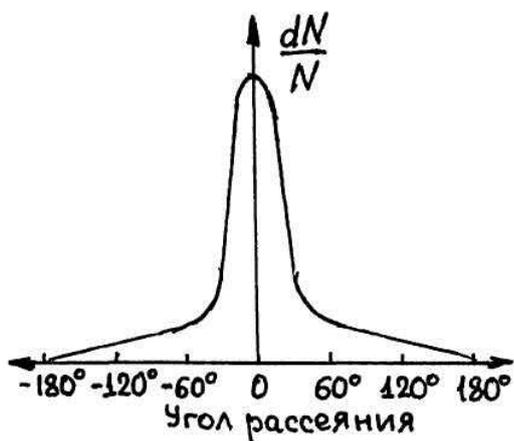


Рис.156

1) основное число α -частиц проходит сквозь фольгу в направлении своего первоначального движения – фольга получается почти прозрачна для α -частиц;

2) наблюдаются α -частицы, рассеянные на различные углы Θ , при этом с ростом угла рассеяния число рассеянных частиц падает;

3) наблюдается незначительное число α -частиц ($\approx 0,01\%$), рассеянных на очень большой угол, достигающий 180° , т.е. отброшенные назад.

α -частицы не могут отклоняться при столкновениях с электронами, так как масса α -частицы больше массы электрона в 7296 раз, поэтому по рассеянию α -частиц в веществе можно судить о распределении положительно заряженной материи в атоме, масса которой практически совпадает с массой всего атома. То обстоятельство, что α -частица может, проходя через атом, изменить свое направление на угол, близкий к 180° , позволяет сделать вывод о размерах положительного заряда в атоме. Для этого определим, на какое расстояние должна подойти α -частица к неподвижному заряду q_0 , чтобы под действием кулоновской силы затормозиться, а затем оказаться отброшенной назад. Очевидно, что α -частица подойдет к заряду q_0 на такое расстояние r , при котором вся ее кинетическая энергия окажется израсходованной на преодоление электрических сил и перейдет в потенциальную энергию системы, т.е.

$$E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{2eZe}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (27.1)$$

где $m = 6,66 \cdot 10^{-27}$ кг – масса α -частицы, $v = 10^7$ м/с – ее скорость, $2e$ – заряд α -частицы, Ze – положительный заряд атома (для золота $Z=79$), $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл – элементарный заряд, $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9$ м/Ф. Из (27.1)

$$r = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 79 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{6,66 \cdot 10^{-27} \cdot 10^{14}} \approx 10^{-13} \text{ м.}$$

Более точные расчеты показывают, что $r = 10^{-14} - 10^{-15}$ м. Поскольку столкновение с электронами не меняет направления движения α -частиц, то их отклонение на большие углы обусловлено взаимодействием с положительным зарядом, сосредоточенным в области порядка 10^{-15} м. Следовательно, положительный заряд атома не распределен по всему объему атома, как полагал Томсон, а сконцентрирован в малой его части, имеющей линейные размеры порядка 10^{-15} м.

Так как основная часть α -частиц проходит практически без изменения направления движения, это указывает на то, что с зарядом, отклоняющим α -частицу, связана почти вся масса атома.

На основании изложенных фактов Резерфорд в 1911 г. предложил заменить прежнюю модель атома другой, согласно которой массивный положи-

тельный заряд сконцентрирован в центре атома – в ядре, занимающем очень малый объем размером порядка 10^{-15} м. Это тяжелое ядро окружено электронами, которые и определяют размеры атома, равного 10^{-10} м, т.е. диаметр атома в 100000 раз больше диаметра ядра.

27.2. Определение величины заряда атомного ядра

Для определения заряда ядра Резерфордом был проведен количественный анализ опытных данных о распределении рассеянных α -частиц по углу рассеяния.

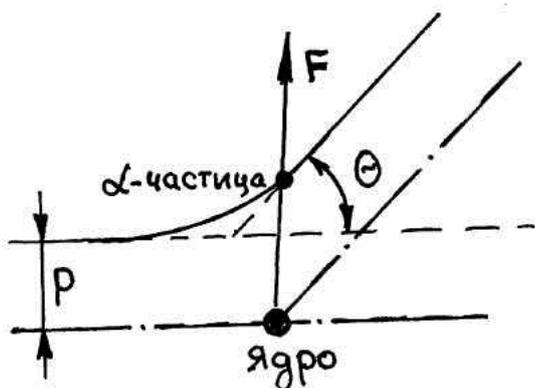


Рис.157

Найдем это распределение, исходя из того, что рассеяние α -частиц происходит в результате кулоновского взаимодействия их с ядром, заряд которого будет равен $+Ze$, где Z – порядковый номер элемента в таблице Менделеева. Направление движения α -частицы по отношению к атомному ядру будем характеризовать **прицельным расстоянием P** , т.е. кратчайшим расстоянием, на котором прошла бы от ядра α -частица, если бы на нее действовали силы со стороны ядра (рис.157).

Возникающее рассеяние объясняется следующим образом. Если бы α -частица не взаимодействовала с ядром, то она пролетела бы от него на некотором прицельном расстоянии p (пунктирная линия на рис.157). Но ядро отталкивает α -частицу, которая начинает двигаться в этом случае по гиперболе, отклонившись на угол Θ от первоначального направления. Величина отклонения будет тем больше, чем меньше прицельное расстояние p , чем больше заряд ядра, который принимается равным $+Ze$, и чем меньше кинетическая энергия α -частицы $\frac{m_\alpha v^2}{2}$. Применяя законы механики, можно получить связь между углом рассеяния и характеристиками α -частицы и ядра:

$$\operatorname{ctg} \frac{\Theta}{2} = \frac{m_\alpha v^2}{2Ze^2} p. \quad (27.2)$$

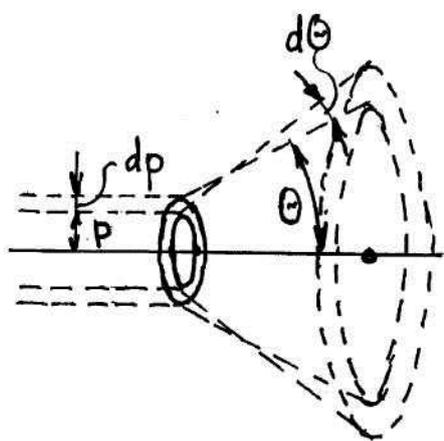


Рис.158

Мимо ядра проходит не одна α -частица, а целый поток. Поскольку прицельные расстояния для α -частиц, входящих в этот поток, различны, то и углы будут различными. Определим, какое количество α -частиц отклонится в пределах между углами Θ и $\Theta + d\Theta$. Для упрощения расчетов предположим, что слой рассеивающего вещества будет таким тонким, чтобы при прохождении через него частица пролетала только вблизи одного ядра. Для того, чтобы испытывать рассеяние на угол, лежащий в пределах от Θ до $\Theta + d\Theta$, частица должна пролетать вблизи одного из ядер по траек-

тории, прицельное расстояние которой заключено в пределах от p до $p+dp$ (рис.158).

Дифференцируя правую и левую часть уравнения (27.2), получим связь между $d\Theta$ и dp в виде

$$-\frac{1}{\sin^2\left(\frac{\Theta}{2}\right)} \cdot \frac{d\Theta}{2} = \frac{m_\alpha v^2}{2Ze^2} dp. \quad (27.3)$$

Знак минус в этом соотношении обусловлен тем, что с увеличением p ($dp > 0$) угол отклонения убывает ($d\Theta < 0$). Так как нас будет интересовать лишь абсолютное значение dp в функции от Θ и $d\Theta$, то знак минус можно не учитывать.

Обозначим площадь поперечного сечения пучка α -частиц через S . Тогда количество атомов, которые могут быть источниками рассеивания, определим в виде Sdn , где n – число атомов в единице объема, а d – толщина фольги. Если α -частицы распределены равномерно по сечению пучка и число их очень велико (что действительно имеет место), то относительное количество α -частиц, пролетающих вблизи одного из ядер по траектории с прицельным расстоянием от p до $p+dp$, будет равно:

$$\frac{dN_\Theta}{N_0} = \frac{nS \cdot d \cdot 2\pi p \cdot dp}{S} = nd2\pi p \cdot dp, \quad (27.4)$$

где dN_Θ - число частиц, рассеянных в пределах углов от Θ до $\Theta + d\Theta$, N_0 - полное число частиц в пучке. В обоих случаях подразумевается поток частиц через соответствующую поверхность.

Заменив в формуле (27.4) p и dp из (27.2) и (27.3), получим:

$$\frac{dN_\Theta}{N_0} = nd \left(\frac{2Ze^2}{m_\alpha v^2} \right)^2 2\pi \operatorname{ctg} \frac{\Theta}{2} \cdot \frac{1}{\sin^2\left(\frac{\Theta}{2}\right)} \cdot \frac{d\Theta}{2}.$$

Заметим, что

$$\frac{\operatorname{ctg}\left(\frac{\Theta}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\Theta}{2}\right)} = \frac{\cos\left(\frac{\Theta}{2}\right)\sin\left(\frac{\Theta}{2}\right)}{\sin^4\left(\frac{\Theta}{2}\right)} = \frac{\sin\Theta}{2\sin^4\left(\frac{\Theta}{2}\right)},$$

и тогда

$$\frac{dN_\Theta}{N_0} = nd \left(\frac{2Ze^2}{m_\alpha v^2} \right)^2 \frac{2\pi \sin\Theta d\Theta}{4\sin^4\left(\frac{\Theta}{2}\right)}.$$

Наконец, учитывая, что $2\pi \sin\Theta d\Theta$ есть телесный угол $d\Omega$, в пределах которого заключены направления, соответствующие углам от Θ до $\Theta + d\Theta$, можно записать

$$\frac{dN_\Theta}{N_0} = nd \left(\frac{2Ze^2}{m_\alpha v^2} \right)^2 \frac{d\Omega}{\sin^4\left(\frac{\Theta}{2}\right)}. \quad (27.5)$$

Соотношение (27.5) носит название формулы Резерфорда и показывает распределение α -частиц по углу. Это распределение таково, что произведение $\frac{dN_\Theta}{N_0} \sin^4\left(\frac{\Theta}{2}\right) = nd \left(\frac{2Ze^2}{m_\alpha v^2} \right)^2 = B$ не должно зависеть от угла Θ .

Экспериментальная проверка формулы (27.5) в пределах ошибки опыта показала ее справедливость. Произведение $\frac{dN_{\theta}}{N_0} \sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)$ оказалось не зависящим от угла θ . Это подтверждает, что отклонение α -частиц происходит под влиянием кулоновских сил.

Измерив значение B для меди, серебра и платины, Чадвик вычислил величину заряда Z для этих элементов. Оказалось, что для меди $Z=29,3$, для серебра $Z=46,3$, для платины $Z=77,4$. Анализируя данные, полученные Чадвиком, заметили, что в пределах ошибок опыта величина заряда ядра совпадает с порядковым номером элемента в таблице Менделеева. В настоящее время этот факт является установленным и подтвержден самыми различными экспериментами.

27.3. Планетарная модель атомов и ее затруднения

Определение величины заряда позволило уточнить модель атома. В нормальном состоянии атомы нейтральны, следовательно, в атоме кроме атомного ядра с зарядом $+Ze$, где Z равно порядковому номеру элемента, находится еще Z электронов.

Положительно заряженное ядро имеет массу, которая почти равна массе атома ($>99,94\%$) и сосредоточена в ничтожно малом объеме с размерами порядка 10^{-15} м. Вокруг ядра располагаются легкие электроны, которые не могут находиться в статическом состоянии (электроны будут притягиваться ядром). Атомная система – тяжелое ядро с зарядом $+Ze$ и Z электронов может находиться в устойчивом состоянии только при условии, что электрон будет непрерывно двигаться вокруг ядра.

Каково же движение электронов в атомах?

Задача, аналогичная задаче с движением электронов в атомах, в механике уже рассматривалась. Это задача о движении планет вокруг Солнца. Планеты движутся вокруг тяжелого ядра – Солнца под влиянием сил тяготения, меняющихся обратно квадрату расстояния. Так же меняются с расстоянием и кулоновские силы, действующие на электроны. Поэтому, по представлениям Резерфорда, атом подобен Солнечной системе («Солнце» - ядро, «планеты» - электроны).

Модель Резерфорда явилась существенным шагом вперед, поскольку она представляла атом как динамическую систему движущихся электрических зарядов. Для электрона, движущегося по орбите вокруг ядра, центростремительной силой является кулоновская сила притяжения. Тогда

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{Ze \cdot e}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \quad (27.6)$$

где r – радиус орбиты, а v – скорость электрона на этой орбите. Однако и эта модель в таком виде, как ее предложил Резерфорд, не являлась удовлетворительной.

Согласно законам классической электродинамики, электрон, вращаясь вокруг ядра (т.е. двигаясь с *ускорением*), должен *непрерывно* излучать электромагнитные волны, частота которых равна частоте вращения электрона. Так

как это излучение сопровождается непрерывной потерей энергии, то электрон должен *постепенно* приближаться к ядру, двигаясь по спирали, и в конце концов упасть на ядро. По мере приближения электрона к ядру частота вращения электрона, а вместе с ней и частота электромагнитного излучения должны непрерывно изменяться. Следовательно, атом должен давать сплошной спектр излучения.

Таким образом, в классической физике атом оказывается *неустойчивой* (недолговечной) системой, дающей *сплошной* спектр излучения. Между тем и то и другое противоречат опыту. В действительности атомы представляют собой весьма *устойчивые* образования, характеризующиеся *линейчатым* спектром излучения.

Глава 28. Модель атома Бора

28.1. Закономерности в атомных спектрах водорода. Постулаты Бора

Изучение спектров излучения разреженных газов (отдельных атомов) по-

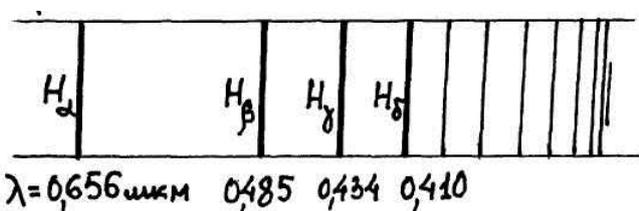


Рис.159

казало, что у каждого газа свой линейчатый спектр. Самым простым и наиболее изученным является спектр атома водорода (рис.159).

Рассматривая спектр атома водорода, швейцарский преподаватель математики И. Бальмер (1825-1898) получил эмпирическую формулу, ко-

торая позволяет очень точно рассчитывать длины волн спектральных линий видимой области спектра водорода. Дальнейшее усовершенствование формулы Бальмера было осуществлено И. Ридбергом (1854-1919), и она приобрела вид

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 3, 4, 5, \dots), \quad (28.1)$$

где $R = 1,097 \cdot 10^7$ 1/м – постоянная Ридберга.

Из формулы (28.1) следует, что спектральные линии с разными значениями n образуют группу или серию линий, называемую *серией Бальмера*, в видимой части спектра. В дальнейшем в спектре водорода было обнаружено еще несколько серий в различных областях спектра, и все они описываются одной формулой

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right), \quad (28.2)$$

где n_1 и n_2 – целые числа, имеют для каждой серии и каждой спектральной линии вполне определенные значения, которые приведены в следующей таблице:

Значение n_1	Наименование серии	Значение n_2	Область спектра
1	Серия Лаймана	2,3,4 и т.д.	Ультрафиолетовая
2	Серия Бальмера	3,4,5 и т.д.	Видимая
3	Серия Пашена	4,5,6 и т.д.	Инфракрасная
4	Серия Брэккета	5,6,7 и т.д.	Инфракрасная
5	Серия Пфунда	6,7,8 и т.д.	Инфракрасная

Линейчатый характер спектров излучения (поглощения) атомов говорит о том, что атом может излучать (поглощать) энергию не в любых количествах, а только строго определенными порциями – квантами. Из этого следует, что электрон в атоме может находиться лишь в определенном (дискретном) энергетическом состоянии. В рамках классической физики объяснить эту ситуацию оказалось невозможным.

Исходя из представлений о дискретности энергетических состояний, датский физик Н.Бор (1885-1962) в 1913 г. поставил перед собой цель связать в единое целое эмпирические закономерности линейчатых спектров, атомную модель Резерфорда и квантовый характер излучения и поглощения света. В основу своей теории Н.Бор положил три постулата.

1. Электроны могут двигаться по строго определенным стационарным орбитам, для которых момент импульса (количества движения) кратен $h/2\pi$ (*условие квантования радиуса орбит*):

$$mvr = n \cdot h/2\pi, \quad (28.3)$$

где m – масса электрона, v – его скорость, r – радиус орбиты, n – целое число ($n=1,2,3\dots$), h – постоянная Планка.

2. Движение электрона по стационарной орбите происходит без излучения (поглощения) энергии.

3. Переход электрона с одной стационарной орбиты на другую происходит с излучением или поглощением энергии в виде кванта с энергией (*условие частот*):

$$h\nu = E_1 - E_2.$$

Постулаты Н.Бора, сохранив в основном модель атома Резерфорда, вместе с тем освободили ее от ранее упомянутых двух недостатков.

28.2. Опыты Франка и Герца

Немецкие физики Д.Франк и Г.Герц в 1913 г. экспериментально доказали дискретность значений энергетических состояний атомов. Принципиальная схема установки Франка и Герца для проведения опытов приведена на рис.160.

В вакуумной трубке Б находятся пары ртути при низком давлении порядка 1 мм рт.ст. (13 Па). За счет термоэлектронной эмиссии с катода К вылетают электроны, которые ускоряются и движутся к аноду А, так как между катодом К и сеткой С приложена разность потенциалов (напряжение) U . Напряжение U можно изменять посредством потенциометра П. Между сеткой С и анодом А приложен небольшой (примерно 0,5 В) задерживающий потенциал, поэтому если кинетическая энергия электронов в момент пролета через сетку больше 0,5 эВ, то они преодолеют тормозящее напряжение $U_T=0,5$ В, достигнут анода А и создадут ток I , измеряемый гальванометром Г.

График зависимости силы тока I от напряжения U между катодом и сеткой приведен на рис.161. Из графика видно, что при увеличении ускоряющего потенциала U до 4,9 В сила анодного тока возрастает, затем резко падает и возрастает вновь. Дальнейшие максимумы наблюдаются при 2·4,9 В и 3·4,9 В.

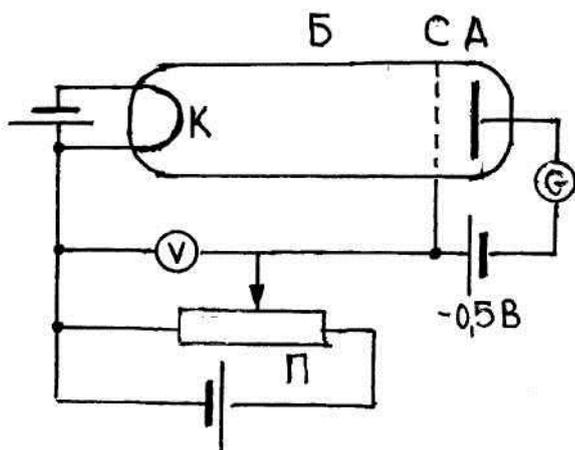


Рис.160

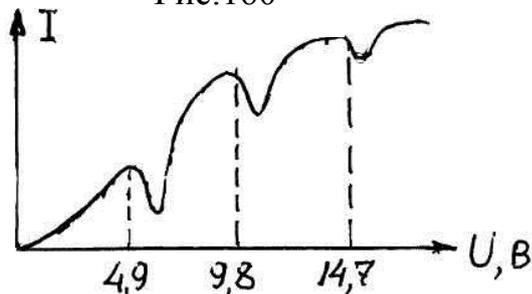


Рис.161

Объясняется полученная зависимость следующим образом. Пока энергия электрона остается меньше энергии первого уровня возбуждения атомов ртути 4,9 эВ ($U < 4,9$ В), столкновения электронов с атомами ртути являются *упругими*. При таких соударениях электроны почти не теряют свою энергию, проскакивают через сетку С и все электроны участвуют в создании анодного тока. Когда же энергия электронов достигает значения 4,9 эВ, происходят неупругие соударения. Электроны передают энергию атомам и, потеряв энергию, не могут преодолеть тормозящего поля и достичь анода. Анодный ток резко падает. По мере роста ускоряющего напряжения ток снова растет, так как электроны, претерпевшие одно неупругое соударение, сохраняют достаточную для преодоления тормозящего поля энергию и опять участвуют в создании тока. При напряжении 9,8 В электроны могут вновь испытать неупругое соударение. Однако электронов, испытавших двукратное неупругое соударение, относительно мало, поэтому второй провал в характеристике будет не таким глубоким, как первый. Аналогично объясняется возникновение и последующих спадов анодного тока (при $U = 14,7$ В и т.д.).

Таким образом, опыт Франка и Герца показывает, что уровни энергий атомов ртути имеют дискретный характер, что подтверждает постулаты Бора.

28.3. Уровни энергии и спектры атома водорода (по Бору).

Водородоподобные атомы

Постулаты, выдвинутые Бором, позволили рассчитать спектр атома водорода и водородоподобных систем – систем, состоящих из ядра с зарядом Ze и одного электрона (например, ионы He^+ , Li^{++}), а также теоретически вычислить постоянную Ридберга.

а) Радиусы стационарных орбит

По модели Резерфорда, электрон движется по круговым орбитам; этой модели придерживался и Бор. При этом сила кулоновского взаимодействия между ядром водородоподобного элемента и электроном создает центростремительное ускорение

$$\frac{Ze \cdot e}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{mv^2}{r}, \quad (28.4)$$

где v – скорость электрона на орбите радиусом r , m – масса электрона, Z – порядковый номер элемента, e – заряд. Из условия квантования радиуса орбит

(28.3) найдем $v = n \frac{h}{2\pi m r}$ и после подстановки в (28.4) получим значение r_n , соответствующее данному n :

$$r_n = \frac{n^2 h^2 4\pi \varepsilon_0}{4\pi^2 Z e^2 m} = \frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m Z e^2} \cdot n^2. \quad (28.5)$$

Радиус первой боровской орбиты ($n=1$) для водорода ($Z=1$) равен

$$r_1 = \frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m e^2} = 0,53 \cdot 10^{-10} \text{ м.}$$

В общем случае для водородоподобных элементов радиусы орбит будут определяться по формуле

$$r_n = \frac{r_1}{Z} \cdot n^2.$$

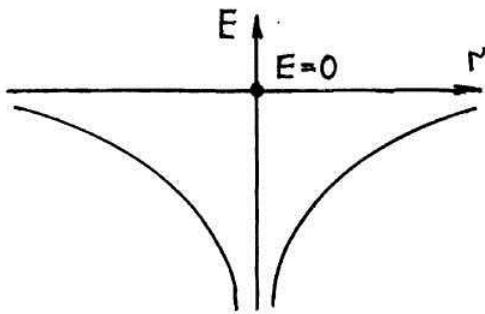


Рис.162

б) Энергия электрона на круговой орбите

Определим полную энергию электрона на стационарной орбите. Она складывается из кинетической E_K и потенциальной E_{Π} энергий. Потенциальная энергия обусловлена взаимодействием электрона с ядром и может быть найдена как работа электрической силы притяжения при удалении электрона с орбиты радиусом r в ∞ :

$$E_{\Pi} = - \int_r^{\infty} \frac{Z e \cdot e}{4\pi \varepsilon_0 r^2} dr = - \frac{Z e^2}{4\pi \varepsilon_0 r}. \quad (28.6)$$

Кинетическая энергия равна $\frac{mv^2}{2}$. Из уравнения (28.4)

$$mv^2 = \frac{Z e^2}{4\pi \varepsilon_0 r},$$

тогда

$$mv^2 = 2E_K = \frac{Z e^2}{4\pi \varepsilon_0 r} = -E_{\Pi},$$

или $E_K = -\frac{1}{2} E_{\Pi}$.

Полная энергия равна

$$E = E_K + E_{\Pi} = -\frac{1}{2} E_{\Pi} + E_{\Pi} = \frac{1}{2} E_{\Pi} = -\frac{Z e^2}{8\pi \varepsilon_0 r}. \quad (28.7)$$

На рис.162 представлена графическая зависимость возможной полной энергии E от расстояния r между электроном и ядром.

в) Энергия стационарных состояний

Так как радиус орбиты электрона может принимать только строго определенные значения (28.5), то энергия электрона на стационарной орбите также может принимать только некоторые разрешенные значения E_n :

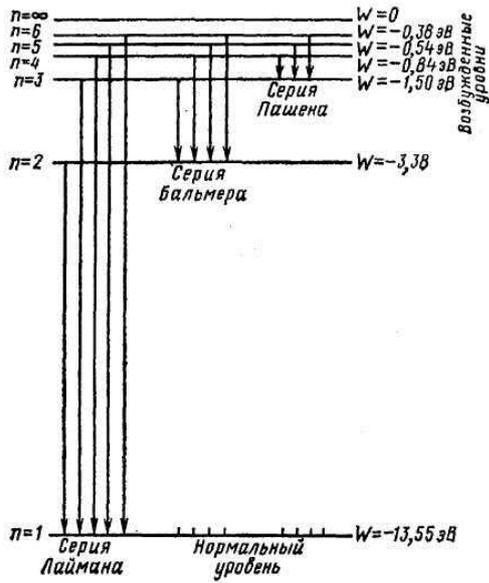


Рис.163

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \cdot \frac{mZ^2 e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}. \quad (28.8)$$

Величина полной энергии электрона на стационарной орбите называется уровнем энергии атома или энергетическим уровнем. На рис.163 схематически изображены уровни энергии в атоме водорода, рассчитанные по формуле (28.8).

При переходе с одной стационарной орбиты, характеризуемой энергией $E_{n_2} = -\frac{1}{n_2^2} \cdot \frac{mZ^2 e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}$, на другую орбиту с энергией $E_{n_1} = -\frac{1}{n_1^2} \cdot \frac{mZ^2 e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}$ будет излучаться энергия (при $n_2 > n_1$) в виде кванта

$$h\nu = E_{n_2} - E_{n_1} = \frac{mZ^2 e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right).$$

После преобразования получим

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{mZ^2 e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right).$$

Подсчитаем коэффициент, стоящий перед скобкой (при $Z=1$):

$$\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 ch^3} \approx 1,1 \cdot 10^7 \text{ 1/м},$$

т.е. коэффициент

$$\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 ch^3} = R$$

есть постоянная Ридберга. Следовательно, при $Z=1$ (водород) получим уравнение Бальмера-Ридберга:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right).$$

Таким образом, спектральные линии серии Лаймана соответствуют излучению атома водорода при переходе электрона со второй, третьей, четвертой и т.д. орбит на первую; линии Бальмера соответствуют излучению при переходе с третьей, четвертой, пятой и т.д. орбит на вторую; линии Пашена соответствуют излучению при переходе электрона с четвертой, пятой, шестой и т.д. орбит на третью. Образование спектральных линий Лаймана, Бальмера, Пашена схематически показано на рис.163.

Применительно к водородоподобным атомам, т.е. ионизированным атомам, содержащим только один электрон (He^+ , Li^{++} , Be^{+++}), спектральная формула Бора примет вид

$$\frac{1}{\lambda} = RZ^2 \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right). \quad (28.9)$$

Глава 29. Квантово-механическая теория атома водорода

Квантовая теория Бора сыграла важную роль в развитии физики. Количественно объяснив строение атома водорода и структуру водородного спектра, она наметила правильный подход к изучению внутриатомных процессов. Однако она не может объяснить спектры сложных атомов, имеющих более одного электрона, не может также объяснить, почему многие спектральные линии в действительности состоят из нескольких отдельных линий. Возникла необходимость найти более общий подход к атомным явлениям. И такой подход был найден в 1924-1926 гг. Луи де Бройлем (1892-1987), Эрвином Шредингером (1886-1961), Вернером Гейзенбергом (1901-1976) и другими при создании квантовой механики. В начале 30-х годов с помощью квантовой механики удалось решить ряд задач, связанных с физикой ядер, атомов, молекул и с физикой твердого тела.

29.1. Волны де Бройля

В 1924 г. Луи де Бройль выдвинул смелую гипотезу о том, что корпускулярно-волновые свойства не только характерны для света (излучения), но и имеют универсальный характер. С каждым телом должна быть связана плоская волна. Движение этих волн должно отражать характер движения тел. Характеристики волн, связанных с телами, должны определяться через энергию E и импульс p тела:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}; \quad \nu = \frac{E}{h}. \quad (29.1)$$

Если скорости малы, то m есть масса покоя m_0 , в случае движения со скоростями v , близкими к скорости света C , $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$.

Легко видеть, что соотношения (29.1) есть не что иное, как преобразованные соотношения Эйнштейна для фотона: импульс фотона $P_\Phi = m_\Phi C = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$ и энергия фотона $E = h\nu$.

Следует заметить, что макроскопические тела имеют очень малые длины волн в силу большой массы. Например, для пули массой 10 г, летящей со скоростью 800 м/с, $\lambda = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{0,01 \cdot 800} = 0,83 \cdot 10^{-34}$ м.

Для электрона же, прошедшего разность потенциалов в 10000 В, скорость равна $5,84 \cdot 10^7$ м/с, а $\lambda = \frac{h}{mv} = 1,23 \cdot 10^{-11}$ м.

Чтобы доказать волновые свойства у частиц вещества, необходимо было проверить существование у них явлений дифракции или интерференции. Такую проверку впервые провели американские физики К.Дэвиссон (1881-1958) и Л. Джермер (1896-1971) при исследовании рассеяния электронов от поверхности никеля. Получилась отчетливая дифракционная картина, максимумы интенсивности отраженных электронов лежали под углами, вычисленными по уравнению Г. Вульфа-У.Брэгга с учетом дебройлевской длины волны, определяемой по формуле (29.1).

Дифракция пучка электронов при прохождении через тонкие слои металлов были обнаружены Дж.П. Томсоном (1882-1975) и П.Тартаковским. Позднее были доказаны волновые свойства у протонов и нейтронов, а затем даже у молекул водорода.

29.2. Волновая функция

Если волны де Бройля существуют, то какой физический смысл они должны иметь? Первоначально предполагалось, что волновые пакеты или волновая группа (рис.164). Однако волновые пакеты обладают дисперсией, что ведет к размыванию волнового пакета в пространстве. Но хорошо известно, что частицы – очень устойчивые образования и их нельзя представлять в виде волновых пакетов, групп волн. Сравнение со светом позволило дать квантовомеханическое объяснение волн де Бройля.

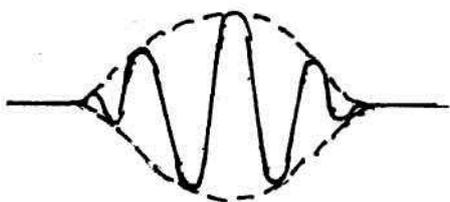


Рис.164

Интенсивность света на основе волновой теории пропорциональна квадрату амплитуды вектора напряженности \vec{E} световой волны. С другой стороны, интенсивность определяется числом фотонов, попадающих в данную точку интерференционной картины. Следовательно, число фотонов в данном месте определяется

квадратом амплитуды вектора напряженности \vec{E} световой волны, но для одного фотона квадрат амплитуды определит вероятность попадания фотона в ту или иную точку интерференционной картины. Аналогично вероятность нахождения микрочастицы в элементе объема dV , взятого вокруг данной точки:

$$d\omega = |\Psi|^2 dV = \Psi\Psi^* dV, \quad (29.2)$$

где Ψ - волновая функция. Здесь квадрат модуля $|\Psi|^2$ есть плотность вероятности распределения частиц по пространству $\frac{d\omega}{dV} = |\Psi|^2$. Таким образом, физический смысл имеет не сама Ψ -функция, а квадрат ее модуля $|\Psi|^2 = \Psi\Psi^*$ (Ψ^* - функция, комплексно-сопряженная с Ψ), которым определяется интенсивность волн де Бройля.

Переменная величина Ψ , характеризующая волны де Бройля, называется волновой функцией, и ее величина, связанная с движущимся телом, находящимся в определенный момент времени t в точке пространства с координатами x, y, z , определяет вероятность нахождения этого тела в данной точке в указанный момент времени t . Однако Ψ не имеет наглядного физического представления. Действительно, вероятность может иметь любое значение в пределах от 0 до 1: нуль соответствует отсутствию тела в данной точке в данный момент времени, единица соответствует несомненному его присутствию. Но амплитуда любой волны может принимать как положительное, так и отрицательное значение, а отрицательная вероятность не имеет смысла. Таким образом, сама волновая функция Ψ не может быть наблюдаемой величиной.

Однако эти ограничения не относятся к $|\Psi|^2$, т.е. вероятность экспериментального обнаружения тела, описываемого волновой функцией Ψ , в точке (x,y,z) в момент времени t пропорциональна значению плотности вероятности $|\Psi|^2$ в этой точке в момент времени t . Такую трактовку волновой функции и плотности вероятности впервые предложил Макс Борн (1882-1970) в 1926 г.

Между вероятностью события и самим событием есть разница. Например, мы никогда не скажем, что в этой точке было 20% электрона, но можем сказать, что существует 20% вероятность обнаружения электрона в данной точке и именно эта вероятность определяется величиной $|\Psi|^2$.

В том случае, когда Ψ является комплексной функцией и имеет реальную и мнимую части, плотность вероятности определяется как $\Psi\Psi^*$, где Ψ^* - комплексно-сопряженная величина. Комплексное состояние любой функции определяется заменой $i = \sqrt{-1}$ на $-i$ везде, где в выражении встречается i . Например, $\Psi = A + iB$, где A и B – какие-то действительные функции, а комплексно-сопряженная функция $\Psi^* = A - iB$, тогда $\Psi\Psi^* = A^2 - i^2B^2 = A^2 + B^2$. Таким образом, $\Psi\Psi^*$ всегда действительная положительная величина.

Если положение частицы необходимо рассматривать во всем пространстве, в этом случае то, что эта частица где-то находится, является достоверным событием и вероятность этого события равна единице. Следовательно, $\int \Psi\Psi^* dV = 1$ - вероятность достоверного события. Интегрирование производится во всей области изменения переменных x , y и z .

Равенство

$$\int_V \Psi\Psi^* dV = 1 \quad (29.3)$$

носит название «условие нормировки». Это условие накладывает определенные ограничения на выбор постоянных коэффициентов, которые могут входить в волновую функцию Ψ .

Из рассмотренного следует, что квантовая механика имеет статистический характер. Он не позволяет определить местонахождение частицы в пространстве или ее траекторию, по которой движется частица. С помощью волновой функции можно лишь предсказать, с какой вероятностью частица может быть обнаружена в различных точках пространства.

На первый взгляд может показаться, что квантовая механика дает значительно менее точное и исчерпывающее описание движения частицы, чем классическая механика, которая определяет «точно» местонахождение и скорость частицы в каждый момент времени. Однако в действительности квантовая механика гораздо глубже вскрывает истинное положение микрочастиц. Она лишь не определяет того, чего нет на самом деле. В применении к микрочастицам понятия определенного местоположения и траектории вообще теряют смысл. Движение по определенной траектории несовместимо с волновыми свойствами. Для проверки выводов квантовой механики необходимо иметь дело с очень большим числом тождественных систем так называемых ансамблей. Нельзя делать выводы из сказанного, что волновыми свойствами должны обладать лишь

совокупности частиц. Волновыми свойствами обладает каждая частица, что проверялось экспериментально. В опытах для получения дифракционной картины использовался электронный пучок очень малой активности, так что взаимодействие электронов в пучке, которое могло бы обусловить волновые свойства, отсутствовало. Однако и в этом случае получилась обычная картина. Это означало, что волновыми свойствами обладает каждая частица.

29.3. Соотношение неопределенности Гейзенберга

То, что движущуюся частицу следует рассматривать как волновой пакет де Бройля, а не как локализованный объект, говорит о том, что существует предел точности, с которой можно измерять корпускулярные свойства этой частицы. Частица может находиться в любом месте в пределах волнового пакета. Если пакет узок, то положение частицы легко определить, но при этом очень трудно определить длину его волны (рис.165,а).

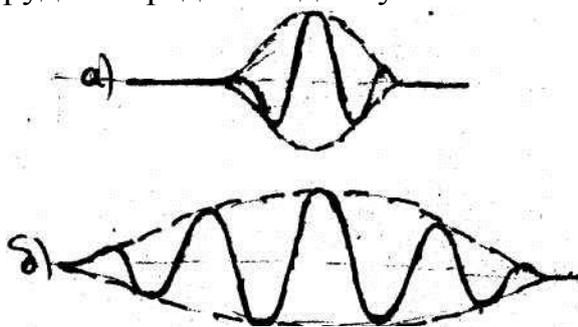


Рис.165

Другой предел – широкий пакет (рис.165,б), в этом случае легко определить длину волны, но трудно определить положение, где находится частица. Таким образом, представлять движение микрочастицы по определенной траектории с определенной скоростью в каждой точке невозможно (подобно движению обычных, классических частиц). Это проявляется в том, что если мы будем

одновременно измерять координаты частицы и ее скорость или импульс, то неточности, с которыми мы можем измерять эти величины, удовлетворяют соотношению

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq h/2\pi \geq \hbar, \quad (29.4)$$

где Δx - неточность в значении координаты частиц, Δp_x - неточность в значении импульса, связанная с неточностью в скорости соотношением

$$\Delta p_x = m\Delta v_x.$$

Это соотношение постулировано впервые Гейзенбергом и называется соотношением неопределенностей.

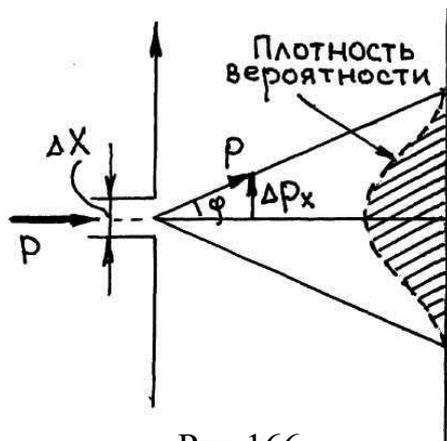


Рис.166

Чтобы пояснить соотношение неопределенностей, рассмотрим следующий пример.

На пути свободно летящей частицы поставим щель шириной Δx , расположенную перпендикулярно к направлению движения частицы (рис.166). До прохождения через щель составляющая $p_x=0$, зато координата x совершенно не определена. В момент прохождения частицы через щель в определении координаты x появляется неопределенность Δx , но это достигается ценой утраты определенности значения p_x .

Действительно, вследствие дифракции имеется некоторая вероятность того, что частица будет двигаться в пределах угла 2φ , где φ - угол, соответствующий первому дифракционному максимуму (максимумы высших порядков много меньше по интенсивности, чем первый). Таким образом появляется неопределенность

$$\Delta p_x = p \sin \varphi.$$

Из раздела оптики известно, что краю центрального дифракционного максимума (первому минимуму) от щели шириной Δx соответствует угол φ , для которого $\sin \varphi = \frac{\lambda}{\Delta x}$. Следовательно, $\Delta p_x = p \frac{\lambda}{\Delta x}$, откуда с учетом $\lambda = \frac{h}{p}$ получаем

$$\Delta p_x \Delta x = p \lambda = h.$$

Если учесть максимумы более высоких порядков, то в общем случае

$$\Delta x \Delta p_x \geq h.$$

Постоянная Планка h настолько мала, что ограничения, накладываемые принципом неопределенности, существенны только в масштабах атомных размеров.

Для иллюстрации рассмотрим несколько примеров.

1. Допустим, что у летящей пули массой 10 г скорость 800 м/с определена с точностью до $10^{-30}\%$ (!), т.е. $\Delta v_x = 8 \cdot 10^{-3} \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $\Delta p_x = 8 \cdot 10^{-2}$ кгм/с.

Тогда $\Delta x = \frac{h}{\Delta p_x} = \frac{1,05 \cdot 10^{-34}}{8 \cdot 10^{-2}} \approx 1,3 \cdot 10^{-33}$ м, т.е. практически положение

пули будет определено точно. Следовательно, для тел с большой массой принцип неопределенности не имеет практического значения. Для этих тел, в согласии с классической механикой, можно считать возможным одновременное задание координат и скоростей и, следовательно, возможно вычисление траекторий движения.

2. Допустим, что пучок электронов движется вдоль электронно-лучевой трубки со скоростью 10^6 м/с и эта скорость определена с точностью 0,01%, т.е. 10^2 м/с. Неточность в координате электронов в пучке

$$\Delta x = \frac{1,05 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^2} \approx 1,1 \cdot 10^{-6} \text{ м.}$$

Столь малое значение Δx показывает, что координаты электронов могут быть определены с достаточно высокой точностью – поэтому понятие траектории движения электронов в трубке имеет смысл.

3. Рассмотрим движение электронов в атоме. Размеры атома имеют порядок 10^{-10} м, тогда можно определить координату электрона с точностью до размеров атома, т.е. $\Delta x = 10^{-10}$ м. Тогда неопределенность в его скорости будет иметь порядок

$$\Delta v_x = \frac{1,05 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{-10}} \approx 1,1 \cdot 10^6 \text{ м/с.}$$

Но сама скорость электрона в атоме имеет порядок 10^6 м/с, поэтому бессмысленно одновременно указывать и скорость электрона в атоме, и его орбиту; нельзя и сам электрон в атоме представлять в виде обычной частицы.

Иногда удобно пользоваться соотношением неопределенностей, записанном в другом виде:

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar, \quad (29.5)$$

где ΔE - неопределенность энергии, Δt - неопределенность времени.

В качестве примера использования формулы (29.5) рассмотрим испускание света «возбужденным» атомом. Средний промежуток времени, который проходит между возбуждением атома и последующим высвечиванием энергии, составляет 10^{-8} с. При этом неопределенность в энергии фотона составляет

$$\Delta E = \frac{\hbar}{\Delta t} = \frac{1,05 \cdot 10^{-34}}{10^{-8}} = 1,05 \cdot 10^{-26} \text{ Дж},$$

а неопределенность в частоте света $\Delta \nu = \frac{\Delta E}{\hbar} = 10^8$ Гц.

Таким образом, линии спектра будут иметь частоту, равную $\nu \pm \Delta \nu$. Это и наблюдается на опыте, все спектральные линии размыты.

29.4. Уравнение Шредингера

В классической механике движение тела определяется вторым законом Ньютона, но микрочастицы обладают еще и волновыми свойствами, поэтому необходимо поведение микрочастиц описывать другим законом (уравнением). Такое уравнение было найдено в 1926 г. австрийским физиком Эрвином Шредингером и носит его имя.

Для того, чтобы уравнение движения микрочастиц учитывало их волновые свойства, необходимо, чтобы оно было **волновым уравнением**, подобно тем, которые описывают электромагнитные волны. Известно, что для плоской волны, распространяющейся вдоль оси x , можно записать уравнение волны в виде

$$E = E_0 \sin 2\pi \left(tv - \frac{x}{\lambda} \right).$$

Тогда поведение микрочастиц будет описываться волновой функцией Ψ , а волновое уравнение для Ψ -функции запишется в виде

$$\Psi = \Psi_0 \sin 2\pi \left(tv - \frac{x}{\lambda} \right). \quad (29.6)$$

Волновые уравнения, записанные в дифференциальном виде для электромагнитных волн:

$$1) \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}; \quad 2) \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 E}{\partial t^2},$$

где \vec{E} и \vec{H} - напряженности электрического и магнитного полей волны, v – скорость распространения.

Аналогично для волн де Бройля:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}. \quad (29.7)$$

Дифференцируя уравнение (29.6) два раза по t :

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = -\Psi_0 \sin 2\pi \left(tv - \frac{x}{\lambda} \right) \cdot 4\pi^2 v^2 = -4\pi^2 v^2 \Psi$$

и подставляя в выражение (29.7), получим

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} + \frac{4\pi^2 v^2 \Psi}{v^2} = 0. \quad (29.8)$$

Но $\frac{v}{\lambda} = \nu$, и тогда $\frac{v^2}{v^2} = \frac{1}{\lambda^2}$. Учитывая соотношение де Бройля $\lambda = \frac{h}{mv}$, получим

$$\frac{v^2}{v^2} = \frac{m^2 v^2}{h^2}.$$

Далее мы можем записать

$$m^2 v^2 = 2m \frac{mv^2}{2} = 2m E_{\text{кин}} = 2m(E - U), \quad (29.9)$$

где E – полная энергия, U – потенциальная энергия частицы.

Подставляя (29.9) в формулу (29.8), получим уравнение Шредингера в обычном виде:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2} (E - U) \Psi = 0. \quad (29.10)$$

В случае движения частицы по любым направлениям, уравнение (29.10) примет вид

$$\Delta \Psi + \frac{8\pi^2 m}{h^2} (E - U) \Psi = 0, \quad (29.11)$$

где $\Delta \Psi = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2}$ – лапласиан Ψ .

Полное уравнение Шредингера учитывает и зависимость Ψ от времени:

$$-\frac{\hbar^2}{8\pi^2 m} \Delta \Psi + U \Psi = i \frac{\hbar}{2\pi} \frac{\partial \Psi}{\partial t}, \quad (29.12)$$

где $-i = \sqrt{-1}$ – мнимая единица.

29.5. Электрон в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме

Чтобы пояснить использование уравнения Шредингера, рассмотрим конкретный пример, достаточно простой, но позволяющий проследить характерные свойства решения волнового уравнения Шредингера.

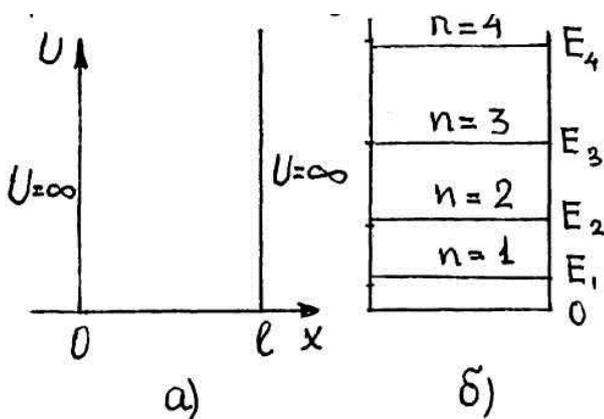


Рис.167

Исследуем поведение электрона в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме. Предположим, что электрон может двигаться только вдоль оси X . Движение ограничено непрозрачными для электрона стенками: $x=0$ и $x=l$. Потенциальная энергия U имеет величину, равную нулю при $0 \leq x \leq l$, и обращается в бесконечность при $x < 0$ и $x > l$ (рис.167).

Поскольку Ψ -функция зависит только от координаты x , уравнение Шредингера запишется (29.10) в виде

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2} (E - U) \Psi = 0,$$

а так как в яме $U=0$, то получим

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2} E \Psi = 0. \quad (29.13)$$

Введя обозначение $\omega^2 = \frac{8\pi^2 m}{h^2} E$, придем к уравнению

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \omega^2 \Psi = 0,$$

решение которого имеет вид

$$\Psi(x) = A \sin(\omega x + \alpha). \quad (29.14)$$

При условии $\Psi(0) = 0$ имеем $A \sin \alpha = 0$, откуда следует, так как $A \neq 0$, то $\sin \alpha = 0$ и α должно быть равным нулю. Далее должно выполняться условие: $\Psi(l) = 0$ и $A \sin \omega l = 0$, что возможно лишь в случае, если

$$\omega l = \pm n\pi \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (29.15)$$

($n=0$ отпадает, так как в этом случае частица вообще нигде не находится). Зная ω , найдем собственные значения энергии электрона

$$E_n = n^2 \frac{h^2}{8ml^2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots). \quad (29.16)$$

Спектр энергии оказался дискретным (рис.167,б).

Подставив в (29.14) значение ω , получающееся из (29.15), найдем

$$\Psi_n(x) = A \sin \frac{n\pi x}{l}.$$

Для нахождения A воспользуемся условием нормировки

$$A^2 \int_0^l \sin^2 \frac{n\pi x}{l} = 1.$$

На концах промежутка подинтегральная функция равна нулю, среднее значение $\sin^2 \frac{n\pi x}{l}$, равное $\frac{1}{2}$, умножим на длину промежутка l , найдем значение

интеграла, т.е. $A^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot l = 1$ и $A = \sqrt{\frac{2}{l}}$. Таким образом, собственное значение функции имеет вид

$$\Psi_n = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{n\pi x}{l} \quad (n = 1, 2, 3, \dots). \quad (29.17)$$

Графики функции Ψ изображены на рис.168,а. На рис.168,б дана плотность вероятности обнаружения электрона, равная $\Psi\Psi^*$.

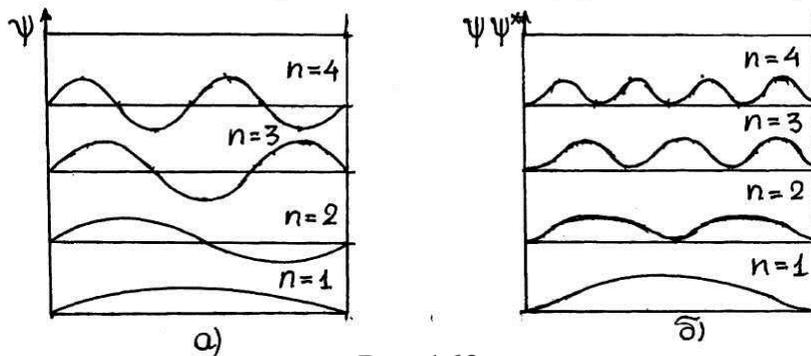


Рис.168

Из рис.168, б следует, что, например, в квантовом состоянии с $n=2$ электрон не может находиться в середине «ямы», в то время как одинаково часто может пребывать в ее левой и правой частях. Такое поведение электрона указывает на то, что представления о траекториях электрона в квантовой механике несостоятельны.

29.6. Атом водорода в квантовой механике. Квантовые числа

В атоме водорода или водородоподобном ионе потенциальная энергия электрона (28.6) равна

$$U = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}. \quad (29.18)$$

Графически функция (29.18) представляет собой подобие потенциальной ямы (рис.169) с гиперболическими краями и без дна.

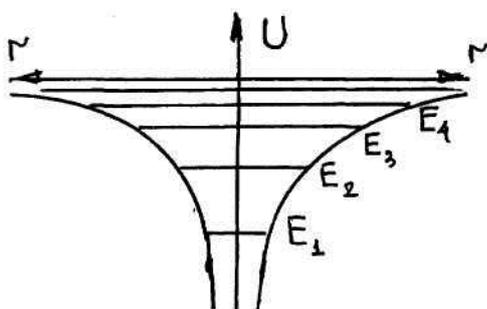


Рис.169

Состояние электрона в атоме водорода описывается стационарным уравнением Шредингера с учетом (29.18) в виде

$$\Delta\Psi + \frac{8\pi^2 m}{h^2} \left(E + \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \Psi = 0, \quad (29.19)$$

где E — полная энергия электрона в атоме. Поскольку поле, в котором движется электрон, является центрально-симметричным, то для решения уравнения (29.19) лучше пользоваться сферической системой координат: r, ϑ, φ (рис.170). Подста-

вив в уравнение (29.9) выражения лапласиана в сферических координатах, получим

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \Psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial \Psi}{\partial \vartheta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \vartheta} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \varphi^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2} \left(E + \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \Psi = 0. \quad (29.20)$$

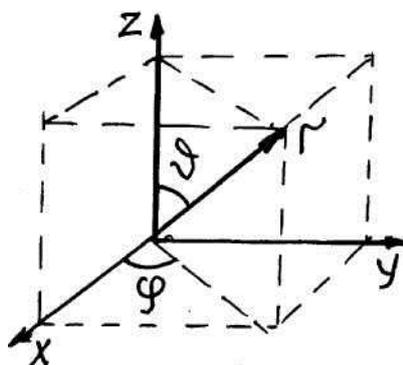


Рис.170

Решение уравнения (29.20) представляет сложную задачу, поэтому ограничимся лишь описанием полученных результатов. Переменные в этом уравнении разделяются, и тогда его решение можно представить в виде произведения трех функций, каждая из которых зависит только от одной координаты:

$$\psi(r, \vartheta, \varphi) = R(r) \cdot \Theta(\vartheta) \cdot \Phi(\varphi). \quad (29.21)$$

Функция $R(r)$ характеризует изменение ψ вдоль радиуса-вектора при неизменных ϑ и φ ; функция $\Theta(\vartheta)$ описывает изменение ψ в зависимости от изменения зенитного угла ϑ в плоскости, проходящей через центр сферы ($r=0$) при постоянных r и φ , а функция $\Phi(\varphi)$ описывает зависимость от азиму-

тального угла φ в плоскости, проходящей через центр сферы ($r=0$) при постоянных r и ϑ .

Решение уравнения $R(r)$, как и в случае электрона «в потенциальном ящике», приводит для электрона в атоме водорода к появлению дискретных отрицательных значений энергии, равных

$$E_n = -\frac{me^4}{8h^2 \varepsilon_0^2} \cdot \frac{Z^2}{n^2}, \quad (29.22)$$

где $n=1,2,3,\dots$ - главное квантовое число. Полученные значения E_n совпадают с результатами теории Бора. Однако в теории Бора этот результат получен путем внесения постулатов; здесь же, в квантово-механической теории, эти значения получаются из предположений о том, что движение электрона описывается уравнением Шредингера.

Решение уравнения $\Phi(\varphi)$ при данном значении n приводит еще к одному важному результату – оказывается, что каждому из дискретных энергетических состояний, кроме основного, соответствует несколько значений ψ -функции, число которых зависит от величины n . Физический смысл этих дополнительных состояний заключается в том, что состояния электронов в атоме могут отличаться не только значением энергии, которое определяется главным квантовым числом n , но еще величиной и направлением момента количества движения электрона.

Величина момента количества движения электрона в атоме водорода квантована; для каждого значения энергии E_n она может иметь ряд дискретных значений

$$L = \sqrt{l(l+1)} \frac{h}{2\pi}, \quad (29.23)$$

где l – азимутальное или орбитальное квантовое число.

При данном n число l может принимать следующие значения: $l=0,1,2,\dots,(n-1)$.

Из решения уравнения $\Theta(\vartheta)$ следует также, что в данном стационарном состоянии, кроме величины вектора L , имеет вполне определенное значение лишь проекция его на одно какое-нибудь направление в пространстве, например, на направление магнитного поля. Численное значение этой проекции принимает квантованные значения, кратные $\frac{h}{2\pi}$:

$$L_m = m_l \cdot \frac{h}{2\pi}, \quad (29.24)$$

где m_l - магнитное квантовое число, которое может принимать значения $m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$, т.е. всего $2l + 1$ различных значений.

Таким образом, электрон, имеющий энергию, определяемую главным квантовым числом n , имея одно и то же значение энергии, может находиться в различных состояниях, отличающихся значениями l и m_l . Число различных состояний, соответствующих данному n , равно

$$\sum_{l=0}^{n-1} (2l+1) = 1 + 3 + 5, \dots, +2(n-1) + 1 =$$

$$= 1 + 3 + \dots + (2n-1) = \frac{n}{2} [1 + (2n-1)] = n^2. \quad (29.25)$$

В 1925 г. Д.Уленбеком и С.Гаудсмитом было доказано, что электроны обладают собственными механическим и магнитным моментами, т.е. вращением вокруг собственной оси. Это свойство электрона получило название спин (от англ. spin - веретено). Спин может принимать только два значения $S = \pm 1/2$. Следовательно, проекция собственного механического (а значит, и магнитного) момента может принимать лишь два отличающихся знаком значения:

$$L_S = \pm 1/2 \frac{h}{2\pi} = S \frac{h}{2\pi}, \quad (29.26)$$

и тогда число различных состояний электрона, отвечающих значению n , будет удваиваться, т.е.

$$N = 2n^2. \quad (29.27)$$

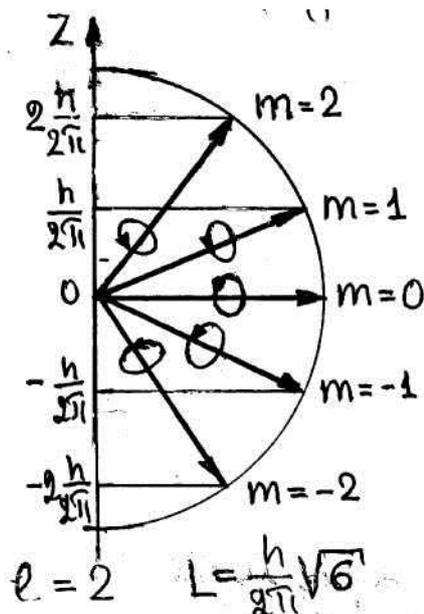


Рис.171

Квантовая механика (решение уравнения Шредингера) показывает, что электрон в данном стационарном состоянии, определяемом главным квантовым числом n , кроме величины вектора $L = \frac{h}{2\pi} \sqrt{l(l+1)}$, имеет вполне определенное значение, его проекция на направление внешнего магнитного поля, если магнитное поле порождается

ядром и другими электронами атома. Численное значение этой проекции равно $L_z = m \frac{h}{2\pi}$, где $m = 0, \pm 1, \dots, \pm l$.

Различные ориентации орбиты (т.е. вектора момента импульса L относительно оси Z) показаны на рис.171 для случая $l=2$. Возможные значения L показаны жирными стрелками, кружочками около них – ориентации соответствующих орбит.

Глава 30. Многоэлектронные атомы

30.1. Распределение электронов в атоме

В водороде и водородоподобных ионах, содержащих только один электрон, потенциальная энергия зависит только от взаимодействия электрона с ядром. В атомах, содержащих большее число электронов, потенциальная энергия электрона определяется взаимодействием не только с ядром, но и с остальными электронами. Во многих случаях влияние остальных электронов в атоме на данный электрон может быть учтено введением эффективного заряда $Z_{эфф}$, который отличается от истинного заряда некоторым поправочным коэффициентом $Z_{эфф} = Z - \sigma$. Величина σ называется экранирующей постоянной и характери-

зует степень ослабления притяжения к ядру данного электрона, обусловленная отталкиванием остальных электронов.

Если известно значение $Z_{\text{эфф}}$, то, решая уравнение Шредингера, можно установить, какие стационарные состояния в данном атоме возможны. В возбужденном состоянии атом может оказаться в любом из возможных стационарных состояний, которых довольно много, нормальным же состоянием атома является состояние с наименьшей энергией. Если в атомной системе один электрон (водород и водородоподобные ионы), то ясно, что при $n=1$ будет наименьшая энергия и $l = 0, m_l = 0, S = \frac{1}{2}$ или $-\frac{1}{2}$.

Если же в атоме находится несколько электронов, то для определения нормального состояния атомов необходимо решить вопрос о том, все ли электроны находятся в одном состоянии или в разных. Швейцарский физик Вольфганг Паули (1900-1958) в 1925 г. сформулировал правило, позволяющее установить, в каком состоянии находятся электроны. Это правило получило название принцип Паули и заключается в следующем: **в определенном стационарном состоянии атома может находиться не более одного электрона.**

Так как состояние электрона в поле атомного ядра полностью характеризуется четверкой квантовых чисел n, l, m_l и S , то принцип Паули можно сформулировать по-другому: никакие два электрона в атоме не могут обладать одинаковыми значениями всех четырех квантовых чисел.

Электроны будут занимать различные «орбиты» (словом «орбита» мы будем пользоваться для краткости, заменяя слова «состояние, характеризуемое квантовыми числами n, l, m_l и S »). Разобьем электроны по слоям, в соответствии со значением главного квантового числа n . Эти слои или электронные оболочки обозначаются прописными буквами латинского алфавита по следующей схеме:

n=1	2	3	4	5	6	7	...
Слой K	L	M	N	O	P	Q	...

Об электронах, которые входят в состав оболочки и характеризуются определенным значением l , говорят, что они занимают одну подоболочку. Эти подоболочки обозначаются малыми буквами латинского алфавита согласно следующей схеме

l=0	1	2	3	4	5	6
Подоболочка s	p	d	f	g	h	i

Подразделение возможных состояний электрона в атоме на оболочки и подоболочки показано в табл.3, в которой вместо обозначения $S = \pm \frac{1}{2}$ применены символы $\uparrow \downarrow$.

Таблица 3

Обозначение	n	l	m _l	s	Подоболочка	Обозначение	n	l	m _l	s	Подоболочка				
K	1	0	0	↓↑	1s	N	4	0	0	↓↑	4s				
L	2	0	0	↓↑	2s			1	-1	↓↑	4p				
		1	-1	↓↑	0					↓↑					
			0	↓↑	+1					↓↑					
M	3	0	0	↓↑	3s			2	-2	↓↑	4d				
		1	-1	↓↑	0					↓↑					
			0	↓↑	+1					↓↑					
			+1	↓↑	+2					↓↑					
		2	-2	↓↑	-1					↓↑		3	-3	↓↑	4f
			-1	↓↑	0					↓↑					
			0	↓↑	-1			↓↑							
			+1	↓↑	0			↓↑							
			+2	↓↑	+1			↓↑							
					+2			↓↑			+3	↓↑			

Заполнение различных оболочек записывается следующим образом. Буквенное обозначение подоболочки стоит за численным значением n. Число электронов, находящихся в подоболочке, обозначается верхним индексом после буквы. Например, электронная конфигурация натрия записывается следующим образом: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$. Эта запись означает, что 1s (n=1, l=0) и 2s (n=2, l=0) - подоболочки содержат по два электрона; 2p (n=2, l=1) – подоболочки содержат 6 электронов и 3s (n=3, l=0) – подоболочка содержит один электрон.

30.2. Периодическая таблица Менделеева

Принцип Паули дает объяснение периодической повторяемости свойств атомов. Проследим, как эти свойства атомов (в невозбужденном состоянии) будут меняться по мере увеличения их атомного номера.

Z=1. Водород. 1 электрон в 1s-состоянии.

Z=2. Гелий. 2 электрона в 1s-состоянии (с противоположными спинами).

В атоме гелия заполнение K-оболочки заканчивается. Атомы гелия очень устойчивы, не вступают ни в какие соединения с другими атомами.

Z=3. Литий. В K-оболочке могут «уместиться» только два электрона в соответствии с принципом Паули. Третий электрон в невозбужденном атоме лития находится в следующей L-оболочке. Этот внешний электрон движется в поле ядра, экранированного двумя электронами K-оболочки.

Z=4-10 – от бериллия до неона идет заполнение второй L-оболочки, т.е. 2s- и 2p- состояний. Неон, как и гелий, оказывается инертным газом.

Одиннадцатый элемент, натрий, имеет кроме заполненных оболочек K и L один электрон в подоболочке 3s. Химически натрий сходен с водородом и литием. Очевидно, что при химическом взаимодействии атомов внутренние электронные оболочки не играют заметной роли.

У следующих за натрием элементов нормально заполняются подоболочки 3s и 3p. У аргона (Z=18) в M-оболочке восемь электронов, оказывается подобным гелию и неону. Оказалось, что наружная оболочка, в которой заполнены все s- и p- подболочки, очень устойчива, и элемент, содержащий в наружной оболочке все s- и p-электроны, является химически инертным. Таковы криптон (Z=36) – 8 электронов в 4s- и 4p-подоболочках, ксенон (Z=54) – 8 электронов в 5s- и 5p-подоболочках и радон (Z=86) – 8 электронов в 6s- и 6p-подоболочках.

С аргона начинаются отступления в последовательности заполнения электронных оболочек.

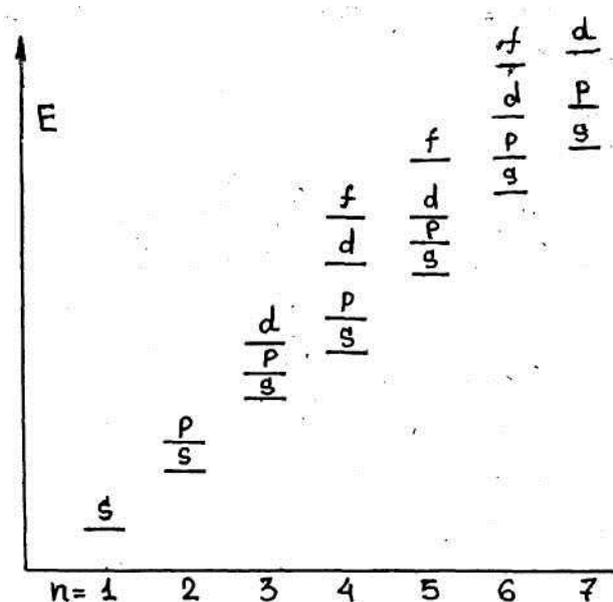


Рис.172

Следующий элемент – калий (Z=19) имеет девятнадцатый электрон не в состоянии 3d, а в 4s. Происходит это в силу того, что энергия электрона в 4s-состоянии меньше, чем в 3d (рис.172). Таким образом, при десяти незаполненных d-состояниях в третьей оболочке начинается заполнение четвертой. Калий оказывается химически близким литию и натрию. Подоболочка 4p лежит энергетически выше, чем 3d, так что после 4s заполняются подболочки 3d, а затем 4p.

Точно так же за криптоном следует рубидий, у которого имеется 8 электронов в N-оболочке. При незаполненных 10 состояниях 4d и 14 состояниях 4f один электрон находится в состоянии 5s.

Особое затруднение представляет отклонение, связанное с достройкой 4f-состояний, начинающейся после элемента лантана Z=57. Заполнение этих состояний идет глубоко внутри, при наличии 11 электронов, в том числе двух 6s-электронов. Эти элементы очень близки по свойствам, имеют одинаковое строение внешней оболочки, поэтому все должны находиться в одной клеточке в таблице Менделеева. Это «лантаноиды» или «редкие земли».

Аналогичное выпадение из таблицы в результате заполнения 14 5f-состояний, опять-таки под 11 внешними электронами, в том числе 7s-электронами, начинается после актиния (Z=89). Эти элементы получили название актиноидов.

Периодичностью обладают не только химические, но и другие свойства.

30. 3. Рентгеновские лучи

В установлении деталей строения атома – распределении электронов по оболочкам – большую роль сыграли данные о спектрах рентгеновского излучения. Остановимся на рассмотрении некоторых свойств рентгеновского излучения.

Рентгеновские лучи возникают в процессе бомбардировки веществ потоками электронов с большой кинетической энергией и представляют собой электромагнитное излучение, занимающее широкий диапазон длин волн: от $8 \cdot 10^{-8}$ м до 10^{-14} м. Для получения этих лучей служат рентгеновские трубки (рис.173).



Рис.173

Это вакуумный баллон В, в котором установлены электроды, соединенные с источником высокого напряжения. Катод К представляет собой раскаленную нить и играет роль источника электронов, которые вылетают из катода в результате термоэлектронной эмиссии.

Электроны, испускаемые катодом, разгоняются в трубке электрическим полем и ударяются об анод или антикатод А. Работа электрического поля, равная eU , идет на сообщение кинетической энергии электрону, поэтому

$$\frac{mv^2}{2} = eU. \quad (30.1)$$

При больших разностях потенциалов U электроны могут иметь скорость, близкую к скорости света, и тогда необходимо пользоваться релятивистской формулой

$$m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right) = eU. \quad (30.2)$$

В результате ударов электронов об антикатод возникает рентгеновское излучение двух типов. Если энергия электронов меньше некоторой критической величины, зависящей от материала антикатада, возникают рентгеновские лучи со сплошным спектром, подобным спектру белого цвета. Такое излучение называется тормозным, так как рентгеновские лучи испускаются электронами при их торможении на антикатаде.

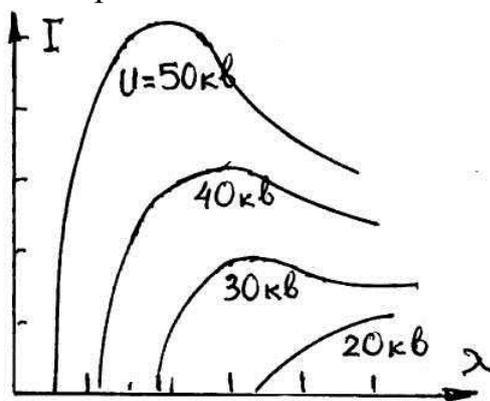


Рис.174

Сплошной спектр тормозного излучения (рис.174) объясняется следующим образом. При ударе электрона об антикатод часть его энергии превращается в теплоту Q (антикатод нагревается), другая часть расходуется на возбуждение рентгеновского излучения. Соотношение между этими долями энергии непостоянно и носит вероятностный характер. Энергия рентгеновского излучения будет равна

$$h\nu = eU - Q. \quad (30.3)$$

Так как величина Q имеет различное значение, то при $Q=0$, т.е. когда вся энергия электрона идет на создание кванта излучения, получим минимальную длину волны λ_{min} в спектре рентгеновского излучения, границу сплошного спектра при данном U

$$\lambda_{min} = \frac{hc}{eU}. \quad (4.4)$$

При $Q=eU$, т.е. когда вся энергия электрона идет на тепло, $\lambda = \infty$. Следует заметить, что характер сплошного рентгеновского излучения не зависит от материала антикатада, а определяется только разностью потенциалов между катодом и антикатодом.

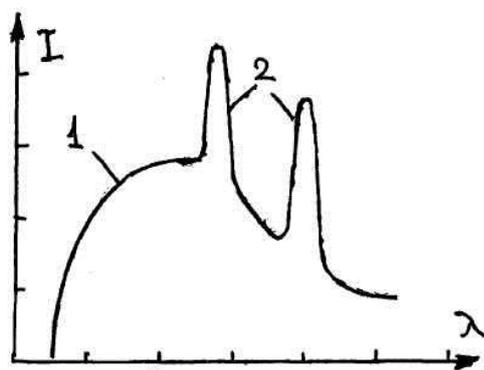


Рис.175

Вторым типом рентгеновских лучей является так называемое характеристическое рентгеновское излучение. Свое название оно получило вследствие того, что этот тип рентгеновских лучей характеризует вещество антикатада. Характеристическое рентгеновское излучение имеет линейчатый спектр (рис.175). На фоне сплошного спектра (1) видны пики (2) интенсивности рентгеновского излучения. Для каждого элемента длина волн, при которых наблюдаются пики, имеет свое строго определенное положение.

30.4. Характеристические рентгеновские спектры. Закон Мозли

Когда энергия бомбардирующих электронов становится достаточной для вырывания электронов из внутренних оболочек атома, на фоне тормозного излучения появляются резкие линии характеристического излучения. Исследование рентгеновских спектров позволило объяснить следующую структуру электронной оболочки атомов. Внутри атома электроны делятся на группы, составляющие оболочки атомов. Первая ближайшая к ядру оболочка называется К-оболочкой, следующая за ней L-оболочка, третья M-оболочка и т.д.

В зависимости от расстояния оболочек от ядра электроны в этих оболочках находятся в различных энергетических состояниях. От удара электрона, пришедшего с катода на анод рентгеновской трубки, происходит выбивание электрона из какого-либо внутреннего слоя К, L, M и т.д.; этот электрон покидает атом. Он не может остаться в каком-либо более высоком слое, так как в нормальном состоянии все слои заполнены и в них нет свободных мест. Таким образом, при удалении электрона из внутренней оболочки в нем освобождается одно место, а атом переходит в возбужденное состояние. На освободившееся место может перескочить электрон из более высокого слоя; при этом излучается фотон с частотой, определяемой по условию Бора: $h\nu = E_n - E_m$, где n и m – номера слоев К, L, M и т.д.

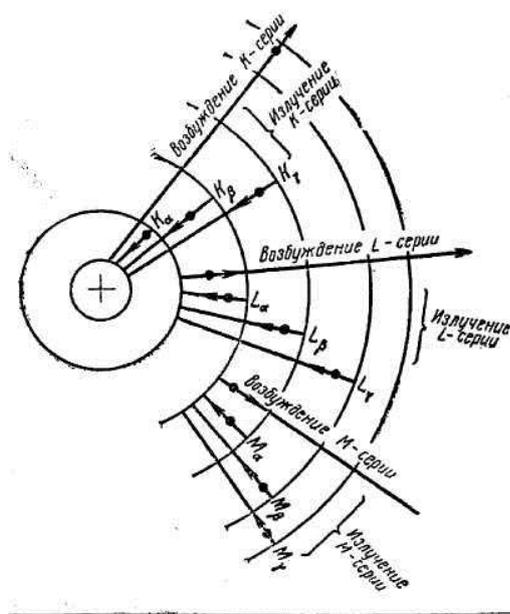


Рис.176

Если вырывается один из двух электронов K-слоя, то освободившееся место может быть занято электроном из какого-либо внешнего слоя (L, M, N и т.д.). При этом возникает K-серия. Аналогично возникают и другие серии (рис.176). Серия K обязательно сопровождается остальными сериями, так как при испускании ее линий освобождаются уровни в слоях L, M, N и т.д., которые будут в свою очередь заполняться электронами из более высоких слоев.

Английский физик Г.Мозли (1882-1915) установил в 1913 г. закон, связывающий частоты линий рентгеновского спектра с атомным номером Z испускающего их элемента. Согласно этому закону длину волны K_α -линии можно представить формулой

$$\frac{1}{\lambda_{K\alpha}} = R(Z - 1)^2 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right), \quad (30.5)$$

R – постоянная Ридберга, K_β -линии – формулой

$$\frac{1}{\lambda_{K\beta}} = R(Z - 1)^2 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{3^2} \right), \quad (30.6)$$

L_α -линии – формулой

$$\frac{1}{\lambda_{L\alpha}} = R(Z - 7,5)^2 \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) \quad (30.7)$$

и т.д. Все эти формулы имеют вид

$$\frac{1}{\lambda} = R(Z - \sigma)^2 \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right). \quad (30.8)$$

Закон Мозли обычно выражается формулой

$$\sqrt{\frac{1}{\lambda}} = C(Z - \sigma), \quad (30.9)$$

где C и σ - константы.

Закон Мозли позволяет по измеренной длине волны рентгеновских линий точно установить атомный номер данного элемента, он сыграл большую роль при размещении элементов в периодической системе.

Глава 31. Свойства и строение атомных ядер

31.1. Исходные микрочастицы

Малые размеры ядер порядка 10^{-14} - 10^{-15} м, специфические свойства ядер, как, например, необычайно большая плотность ядерного вещества (10^{17} кг/м³), высокие температуры этого вещества ($\sim 10^{10}$ К) и взаимные превращения ядерных частиц (нуклонов), могут быть изучены путем выделения тех частиц, состав которых в настоящее время остается еще пока до конца не выясненным.

Такие частицы в ядерных соотношениях являются исходными и в этом смысле называются элементарными.

Каждой элементарной частице вещества соответствует античастица той же массы, но отличающаяся одним из следующих свойств – зарядом, направлением спина, направлением магнитного момента. Буквенное обозначение такое же, но с волновой линией сверху. Особенностью элементарных частиц является их взаимная превратимость, распад и возбужденные состояния.

В настоящее время элементарные частицы делятся на следующие группы.

1. **Фотоны**. Они не имеют электрического заряда и массы покоя и представляют собой движущиеся кванты электромагнитного поля, или частицы поля. Фотоны существуют только при одной скорости перемещения – скорости света c . При $2h\nu > 2m_e c^2 = 1,1$ МэВ в поле атомного ядра может происходить превращение этого вида материи (фотона) в другую форму материи, а именно в пару частиц – электрон и позитрон (частица и античастица) $2h\nu \rightarrow e^+ + e^-$.

Происходит и обратный процесс – аннигиляция – исчезновение электрон-позитронной пары с образованием двух квантов энергии $e^+ + e^- \rightarrow 2h\nu$.

2. **Лептоны**. К ним относятся нейтрино, β -частицы и μ -мезоны. К лептонам относятся также и фотоны, хотя более правильно их объединять в отдельную группу, как мы и сделали.

Наилегчайшие частицы – нейтрино (ν) и антинейтрино ($\bar{\nu}$) – не имеют массы покоя и заряда, подвержены только очень слабым взаимодействиям. Нейтрино имеют очень большую длину свободного пробега, в миллиарды раз больше радиуса Земли.

Около 10% всей энергии, излучаемой Солнцем, уносится потоком нейтрино. На 1 см^2 земной поверхности падает каждую секунду 10^{10} нейтрино. Нейтрино возникают при распаде неустойчивых элементарных частиц и при β -распадах атомных ядер. Роль этих частиц в образовании микрообъектов природы пока еще не изучена до конца.

β -частицы – это электроны и позитроны. Электрон – самая легкая заряженная частица, известная в земных условиях. Позитрон – античастица электрона, в земных условиях аннигилирует за 10^{-6} с.

μ -мезоны или мюоны – неустойчивые частицы. Они составляют основную часть проникающей компоненты космического излучения. μ -мезоны возникают в ядрах при распаде более тяжелых π -мезонов, $m_\mu = 206,7 m_e$ (m_e – масса электрона). Распад в ядрах μ -мезонов приводит к испусканию электронов (β -излучение).

3. **Мезоны**. К ним относятся π - и K -мезоны. Нейтральные π^0 -мезоны имеют массу $m = 264,2 m_e$ и очень малое время жизни ($\sim 10^{-16}$ с) и превращаются в основном в два фотона: $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$. Заряженные π^\pm -мезоны имеют массу $m = 273 m_e$, время жизни $2,6 \cdot 10^{-8}$ с и превращаются в μ -мезоны.

K -мезоны имеют большую массу $m = 974,8 m_e$ (K_1^0 и K_2^0) и $m = 966,5 m_e$ (K^+ и K^-). Значение K -мезонов в семействе элементарных частиц пока не выяснено.

4. **Барионы.** Наиболее тяжелые частицы барионы состоят из нуклонов (ядерные частицы) и гиперонов. Нуклонами называют две пары частиц – протон и антипротон, нейтрон и антинейтрон. Аннигиляция протона и антипротона приводит к образованию мезонов. Протоны вследствие своей устойчивости составляют основную часть космического излучения, достигающего атмосферы Земли.

Протон совместно с присущим ему π -мезонным облаком образует некую желеобразную частицу радиусом $\sim 1,5 \cdot 10^{-15}$ м. Нейтрон – беззарядовая частица с массой $m_n = 1838,6 m_e$, несколько больше массы покоя протона $m_p = 1836 m_e$, распадается в течение 1000 с.

Гипероны рассматриваются как возбужденные состояния нуклонов и являются неустойчивыми частицами. Они образуются в результате столкновения π -мезонов с нуклонами и при распаде превращаются в те же частицы.

В настоящее время известно около 400 частиц, и дальнейшее изучение их свойств, по-видимому, потребует пересмотра наших представлений об элементарности этих частиц.

31.2. Массы атомных ядер

Почти вся масса атома сосредоточена в его ядре, а зная массы атомов, можно делать заключение о довольно большом количестве свойств ядер. Прибор, с помощью которого измеряют массы атомов, называется масс-спектрометром. На современных спектрометрах можно измерять массы атомов с точностью до $10^{-4}\%$.

Атомные массы – это массы нейтральных атомов, а не массы ядер, лишенных внешних электронов.

Поэтому в приводимых обычно числах учтены массы орбитальных электронов. Массы атомов выражаются в атомных единицах массы (а.е.м.), в которых масса углерода равна по определению точно 12,000 а.е.м. Значение единицы массы с точностью до четвертого знака равно $1 \text{ а.е.м.} = 1,6604 \cdot 10^{-27}$ кг.

В начале прошлого века, вскоре после создания методов измерения масс атомов, было обнаружено, что не все атомы данного химического элемента имеют одинаковую массу. Выяснилось, что среди совокупности атомов, образующих данный химический элемент, имеются атомы с различной массой. Так, например, среди атомов калия встречаются атомы с массой, близкой к 39, 40, 41. Хотя массы атомов, представляющих химический элемент, различны, однако состав элемента вполне определен. Так, среди атомов калия встречаются только такие, масса которых равна 39, 40, 41, и никакие другие. Относительное их количество оказалось одним и тем же для любых образцов данного химического элемента. Это обстоятельство обеспечивает постоянство атомной массы данного химического элемента.

Атомы, образующие химический элемент, хотя и имеют различную массу, но химические свойства у них настолько близки, что не представляется возможным химическим путем отделить атомы друг от друга. Это обусловлено абсолютной идентичностью строения электронных оболочек. В таблице Менде-

лева все такие атомы находятся в одной клеточке, в одном месте и называются изотопами (изотоп – греческое слово, означающее одинаковое место).

31.3. Протонно-нейтронная структура ядра

При анализе масс изотопов наблюдается интересная закономерность: значения их масс всегда выражаются почти целым числом масс атома водорода – 1,007825 а.е.м. Например, изотоп атома водорода – дейтерий примерно вдвое тяжелее атома водорода, а масса трития примерно втрое больше массы атома водорода. Среди изотопов обнаружены изотопы с массой в 3,4 (изотоп гелия), 6,7 (изотоп лития), 9 (бериллий), 10,11 (изотопы бора) и т.д. раз больше массы атома водорода. Поэтому напрашивается мысль о том, что все атомные ядра состоят из простейших ядер – ядер легкого изотопа водорода. Это простейшее ядро получило название протона, что значит по-гречески «простейший». Однако если взять массу любого изотопа, она неизменно больше, чем Z масс атома водорода, при заряде ядра атома, равном Ze . Например, атомное число Z натрия равно 11, а масса его изотопа равна 23 массам водородных атомов.

Можно предположить, что в ядре присутствуют электроны, которые будут нейтрализовать избыточный положительный заряд. Тогда, например, ядро гелия должно состоять из 4 протонов и 2 электронов, чтобы его заряд был равен $+2e$. Это предположение, казалось бы, подтверждается и явлением β -распада, т.е. спонтанным испусканием электронов некоторыми радиоактивными ядрами. Однако гипотеза о наличии в ядре электронов не получила подтверждения, и для того, чтобы доказать это, обратимся к соотношению неопределенностей.

Как мы уже знаем, ядра имеют радиус менее 10^{-14} м. Для электрона, находящегося внутри ядра, неопределенность в координате не может превышать 10^{-14} м. При этом соответствующая неопределенность в импульсе электрона равна

$$\Delta p \geq \frac{\hbar}{\Delta x} = \frac{1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Дж/с}}{10^{-14} \text{ м}} \geq 1,05 \cdot 10^{-20} \text{ кгм/с.}$$

Если неопределенность в импульсе электрона такого порядка, то сам импульс должен быть по крайней мере сравним по величине с этим значением. При импульсе $1,02 \cdot 10^{-20}$ кгм/с энергия по классической формуле равна $T = \frac{p^2}{2m} = 400$ МэВ, что много больше энергии покоя электрона $m_0 c^2$, поэтому для определения T применяется крайне релятивистская формула $T = pc = 1,05 \cdot 10^{-20} \cdot 3 \cdot 10^8 = 3,2 \cdot 10^{-12}$ Дж ≈ 20 МэВ.

Таким образом, если электрон входит в состав ядра, его кинетическая энергия должна быть >20 МэВ. Однако электроны, испускаемые при β -распаде из ядра, имеют энергию всего 2 МэВ или 3 МэВ, т.е. на порядок меньше энергий, которые они должны иметь внутри ядра, если бы они существовали в нем.

Можно показать, что энергия протона в ядре в соответствии с принципом неопределенности должна быть $\approx 0,23$ МэВ. Наличие в ядре протонов с такими кинетическими энергиями вполне возможно.

Итак, остается предположить, что наряду с протоном, имеющим массовое число 1 и заряд $+1$, имеются в природе другие частицы с массовым числом,

равным единице, но лишённые зарядов – нейтральные ядерные частицы. Существование в природе нейтральных частиц с массовым числом единица было подтверждено. В 1932 г. английский физик Дж. Чадвик (1891-1974) обнаружил такие частицы и назвал их нейтронами. Масса нейтрона $m_n=1,008665$ а.е.м. $=1,6748 \cdot 10^{-27}$ кг, которая немного больше массы протона. Итак, атомные ядра состоят из протонов и нейтронов. В настоящее время это является твердо установленным фактом.

При описании ядер используются следующие термины и символы: Z (атомный номер) определяет число протонов в ядре, N (нейтронное число) определяет число нейтронов, A (массовое число) $=Z+N$ определяет общее число нейтронов и протонов. Термин **нуклон** относится как к протону, так и к нейтрону, так что число A – это число нуклонов в данном ядре. Изотопы обозначаются следующим образом: ${}_Z X^A, X_Z^A$ или ${}_Z^A X$, где X – химический символ элемента. Например, изотоп углерода с $A=12$ и $Z=6$ записывается как ${}_6^{12}C$.

Полагая, что ядра состоят из протонов и нейтронов, можно объяснить свойства изотопов: все изотопы одного элемента содержат одинаковое число протонов, но разное число нейтронов.

31.4. Некоторые закономерности строения ядер

Не все сочетания нейтронов и протонов образуют стабильные ядра. Как правило, в легких ядрах ($A < 20$) содержится одинаковое число нейтронов и протонов, а в более тяжелых ядрах доля нейтронов становится все больше. Это видно из рис.177, где отложена зависимость N от Z для стабильных ядер.

Из рис.177 видно, что при малых значениях A число нейтронов и протонов приблизительно равно. По мере роста Z кривая на рис.177 все больше отклоняется от линии $A=Z$. Действительно, с ростом Z силы кулоновского отталкивания возрастают пропорционально $Z(Z-1) \approx Z^2$ и для компенсации возрастающего отталкивания число нейтронов, играющих роль «ядерного цемента», должно расти быстрее числа протонов. Поэтому кулоновское отталкивание протонов существенное по всему объему ядра, дальше определенного предела нейтроны уже не в состоянии помешать развалу ядра. Таким пределом является изотоп висмута Bi_{83}^{209} – самый тяжелый стабильный изотоп. Все ядра с $Z > 83$ и $A > 209$ спонтанно превращаются в более легкие ядра путем испускания одной или большего числа α - и β -частиц.

Существуют некоторые принципы строения ядер:

1. Общее число ядер с четным Z значительно больше общего числа ядер с нечетным Z ;
2. Общее число ядер с четным A значительно больше общего числа ядер с нечетным A ;
3. Почти все ядра с четным A имеют четное Z ;

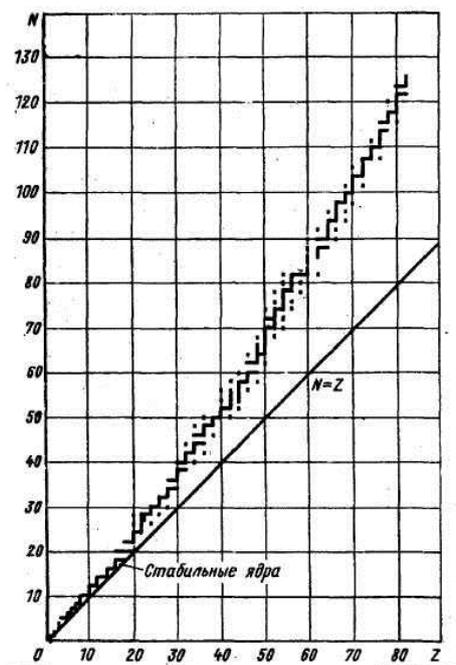


Рис.177

4. Не встречаются в природе ядра, массовые числа которых удовлетворяли бы формуле $A=4n+1$, при $n>52$;

5. Особенно устойчивы те ядра, у которых $Z=2,8,20$ (дважды «магические» числа) и $Z=28,50,82$, а $N=50,82,126$ («магические» числа).

Рассмотренные принципы построения ядер не имеют пока достаточно четкого объяснения.

31.5. Размеры ядер

Под «размером» ядра понимается область, в которой проявляется действие ядерных сил. Размеры атомных ядер могут быть определены путем анализа данных о рассеянии протонов, α -частиц и нейтронов веществом, содержащим рассматриваемые ядра. В опыте Резерфорда учитывалось кулоновское взаимодействие, такое взаимодействие будет иметь место, пока частица и ядро находятся сравнительно далеко друг от друга. Если же они сблизятся на расстояние, равное или меньшее радиуса действия ядерных сил, то возникает так называемое аномальное рассеяние, которое не подчиняется формуле Резерфорда.

Расстояние, на котором нормальное рассеяние сменяется аномальным, зависит от энергии частиц. Из значения энергии частицы вычисляют радиус ядра, т.е. той области, в которой начинают действовать ядерные силы.

Величина радиуса ядра может быть определена с достаточной степенью точности по формуле

$$R = 1,3 \cdot 10^{-15} \cdot A^{1/3}. \quad (31.1)$$

Из соотношения следует, что плотность ядер

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{1,66 \cdot 10^{-27} A}{4/3\pi(1,3 \cdot 10^{-15})^3 A} \approx 1,8 \cdot \frac{10^{17} \text{ кг}}{\text{м}^3} \approx 1,8 \cdot 10^8 \text{ тонн/см}^3$$

имеет постоянное значение. Примечательна огромная величина плотности ядерной материи – около 180 миллионов тонн на кубический сантиметр.

Глава 32. Радиоактивность

32.1. Открытие радиоактивности

Явление радиоактивности было открыто в 1896 г. французским ученым Антуаном Анри Беккерелем (1852-1908). Он обнаружил, что изотопы урана и их соединения испускают лучи, проникающие сквозь непрозрачные тела и засвечивающие фотопластинку. Несколько позже основополагающие исследования радиоактивности были проведены Пьером и Марией Кюри, Содди и Резерфордом. Было установлено, что радиоактивны не только уран и его изотопы, но и изотопы всех элементов, стоящие в таблице Менделеева за висмутом ($Z=83$).

Явлением радиоактивности называется самопроизвольное превращение одних атомных ядер в другие, сопровождающееся испусканием различных видов радиоактивных излучений. Замечательной особенностью обнаруженного излучения оказалась его самопроизвольность и постоянство, полная независимость от изменения внешних условий: освещения, давления, температуры, наличия электрических и магнитных полей и т.д. Радиоактивность, наблюдающаяся у существующих в природе изотопов, называется естественной в отличие от искусственной радиоактивности у изотопов, полученных при различных ядерных реакциях лабораторным или промышленным способом. Известны радиоактивные изотопы всех химических элементов, в том числе более 1000 искусственных. Принципиальной разницы между естественной и искусственной радиоактивностями нет, так как свойства изотопов не зависят от способа их образования.

В 1897 г. Резерфорд установил, что радиоактивные излучения состоят из трех компонент, обладающих различной проникающей способностью. Исследования методом отклонения в магнитном поле дали возможность разделить эти компоненты, получившие название α – (положительно заряженных), β – (отрицательно заряженных) и γ – (нейтральных) лучей. Все три вида лучей излучаются соединениями, которые содержат несколько радиоактивных элементов. Чистый радиоактивный элемент испускает или α - или β -лучи, которые сопровождаются γ -лучами. Испускание одного только γ -излучения наблюдается очень редко.

α -лучи представляют собой ядра гелия ${}^4_2\text{He}$. Это было доказано прямыми опытами Резерфорда и Содди.

Измерения удельного заряда $\frac{e}{m}$ показали, что β -лучи являются электронами, достигающими в некоторых случаях очень больших скоростей, близких к скорости света. В 1934 г. было открыто, что некоторые радиоактивные изотопы могут испускать позитроны – β^+ -лучи.

Отсутствие отклонения в магнитном поле, огромная пропускающая способность γ -лучей указывали на аналогию γ -лучей с рентгеновскими. Это было доказано с помощью дифракции γ -лучей на кристаллах. Таким образом, γ -лучи – это электромагнитное излучение с длиной волны порядка 10^{-13} - 10^{-15} м и энергией порядка 0,1-10 МэВ.

32.2. Закон радиоактивного распада

Опыт показывает, что количество радиоактивных изотопов с течением времени всегда уменьшается по экспонентальному закону. В дальнейшем уменьшение радиоактивных изотопов будем называть радиоактивным распадом или просто распадом.

Так как распад происходит самопроизвольно, не зависит от внешних условий, то число ядер dN , распадающихся за время от t до $t+dt$, будет пропорционально этому промежутку времени dt и общему числу N ядер радиоактивного элемента, имеющих к моменту времени t :

$$-dN = \lambda \cdot N \cdot dt, \quad (32.1)$$

где λ - коэффициент пропорциональности, называемый постоянной распада данного элемента. Знак минус указывает на уменьшение числа ядер со временем.

Уравнение (32.1) можно переписать в следующем виде: $\frac{dN}{N} = -\lambda dt$. Интегрируя каждую часть, получим

$$\int_{N_0}^N \frac{dN}{N} = -\lambda \int_0^t dt; \ln N - \ln N_0 = -\lambda t; N = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (32.2)$$

где N_0 - число ядер элемента в начальный момент времени, N - число ядер этого же элемента, оставшихся по истечении времени t . Соотношение (32.2) называется законом радиоактивного распада.

Для характеристики быстроты распада удобно пользоваться периодом полураспада T . Периодом полураспада называется время, в течение которого количество ядер исходного элемента уменьшается вдвое. Из определения T и формулы (32.2) следует, что

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T},$$

откуда получим

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}. \quad (32.3)$$

Число ядерных распадов в одну секунду называется активностью элемента:

$$A = \left| \frac{dN}{dt} \right|. \quad (32.4)$$

Из формул (32.1), (32.3) и (32.4) следует, что

$$A = \lambda N = \frac{N \ln 2}{T}. \quad (32.5)$$

Таким образом, активность элемента пропорциональна его количеству и обратно пропорциональна периоду полураспада.

Изменение активности элемента с течением времени определяется по формуле:

$$A = \lambda N = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\lambda t}, \quad (32.6)$$

где $A_0 = \lambda N_0$ - активность в момент времени t .

За единицу активности принят беккерель (Бк). Беккерель равен активности изотопа в радиоактивном источнике, в котором за 1 с происходит один акт распада: 1 Бк=1 распад/1 с=1 распад/с=1 с⁻¹.

32.3. Радиоактивные семейства

При радиоактивном излучении происходит превращение одних элементов в другие, которое подчиняется *правилу смещения*. Это правило связывает массовые и зарядовые числа изотопа, испытывающего радиоактивный распад, и образовавшегося изотопа.

Согласно правилу смещения при α -распаде массовое число A уменьшается на 4 единицы, а зарядовое - на 2 единицы; при β -распаде (излучение электрона) A не меняется, а зарядовое число Z увеличивается на единицу; при β^+

распаде (испускание позитрона) массовое число также не меняется, а Z уменьшается на единицу.

В природе существуют цепочки радиоактивных элементов (нуклидов), возникающих последовательно в результате ядерных превращений, которые называются *радиоактивными семействами* или *радиоактивными рядами*. В настоящее время известны четыре радиоактивных семейства. Нуклиды, массовые числа которых определяются как

$$A=4n, \quad (32.7)$$

где n – целое, могут распадаться один в другой в порядке уменьшения массового числа. Говорят, что радиоактивные нуклиды, чьи массовые числа подчиняются соотношению (32.7), являются членами $4n$ -семейства. Члены $4n+1$ -семейства имеют массовые числа, определяемые соотношением

$$A=4n+1, \quad (32.8)$$

а члены $4n+2$ - и $4n+3$ -семейств имеют массовые числа, определяемые соответственно соотношениями

$$A=4n+2, \quad (32.9)$$

$$A=4n+3. \quad (32.10)$$

Члены каждого из этих семейств могут также распадаться друг в друга в порядке уменьшения массовых чисел.

В таблице 4 дан список названий четырех радиоактивных семейств, указаны родительские нуклиды и их период полураспада, приведены также стабильные дочерние нуклиды, замыкающие эти семейства.

Таблица 4

Массовое число	Семейство	Родительское ядро	Период полураспада	Конечное стабильное ядро
$4n$	Тория	${}_{90}\text{Th}^{232}$	$1,39 \cdot 10^{10}$	${}_{82}\text{Pb}^{208}$
$4n+1$	Нептуния	${}_{93}\text{Np}^{237}$	$2,25 \cdot 10^6$	${}_{83}\text{Bi}^{209}$
$4n+2$	Урана	${}_{92}\text{U}^{238}$	$4,51 \cdot 10^9$	${}_{82}\text{Pb}^{206}$
$4n+3$	Актиния	${}_{92}\text{U}^{235}$	$7,07 \cdot 10^8$	${}_{82}\text{Pb}^{207}$

Как видно из табл.4, в природе происходит постоянное накопление свинца и висмута. Следует отметить, что природного нептуния на Земле уже нет, так как он полностью распался; сейчас нептуний получают искусственно.

Несколько радиоактивных нуклидов с атомными номерами <82 найдены в природе, хотя и в очень малых количествах.

32.4. Закономерности α -распада

В большинстве случаев естественные радиоактивные превращения представляют собой α -распад. При α -распаде согласно правилу смещения происходит радиоактивный распад с выделением ядра гелия



где ${}_Z\text{X}^A$ – материнское ядро, ${}_Z\text{Y}^X$ – символ дочернего ядра, ${}_2\text{He}^4$ – ядро гелия (α -частица).

Отличительной особенностью α -распада является моноэнергетичность α -частиц, испускаемых данным ядром, а если частицы имеют одну и ту же энергию, то и пробег будет один и тот же. Экспериментально было найдено соотношение между длиной пробега R и постоянной распада λ

$$\ln R = a \ln \lambda + b, \quad (32.12)$$

где a и b - эмпирические константы. Это равенство выражает закон Гейгера-Нэттола, из которого следует, что чем меньше период полураспада, тем больше пробег α -частиц, и соответственно, энергия.

Длина пробега R α -частицы и средняя скорость связаны между собой соотношением $R \approx cv^3$, где $c=9,6 \cdot 10^{-24} \text{ с}^3/\text{м}^2$.

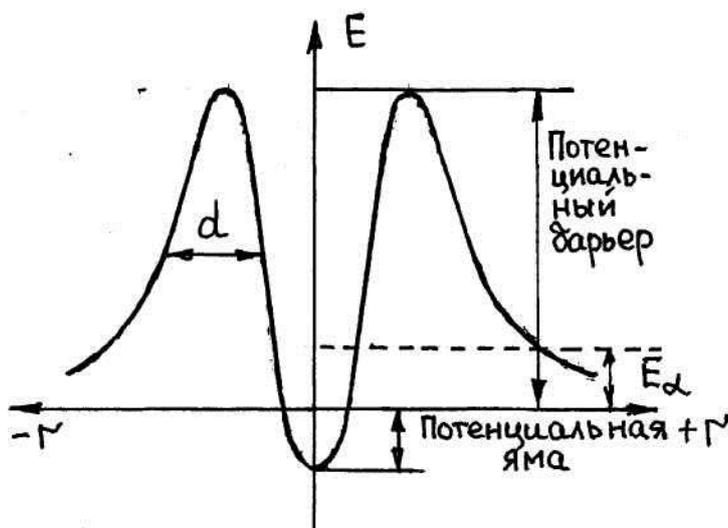


Рис.178

Процесс α -распада нельзя объяснить с точки зрения классической механики, так как потенциальный барьер ядерных сил больше, чем энергия вылетающих из ядра α -частиц (рис.178). Действительно, энергия α -частиц, испускаемых, например, ураном ${}_{92}\text{U}^{238}$, имеет значение 4,2 МэВ, тогда как высота барьера равна 28,1 МэВ.

Явление прохождения α -частицы через потенциальный барьер называется **туннельным эффектом** и объясняется корпускулярно-волновыми свойствами частицы.

Согласно квантово-механической теории α -частица в ядре атома движется со значительной скоростью, и имеется определенная вероятность, что она покинет пределы ядра. Выход α -частицы за пределы атомного ядра - вероятностный процесс, зависящий от высоты и ширины (d) потенциального барьера. Например, α -частица в ядре атома ${}_{92}\text{U}^{238}$ движется со скоростью $3 \cdot 10^6$ м/с, что соответствует частоте 10^{20} Гц. Если частица хотя бы десятую часть всего времени находится у поверхности ядра, то она делает в секунду 10^{19} попыток вырваться за его пределы. Так как период полураспада ${}_{92}\text{U}^{238}$ равен $T=4,5$ млрд.лет ($\approx 10^{17}$ с), то лишь одна из 10^{36} попыток α -частицы вырваться из ядра может быть успешной.

При работе с α -радиоактивными препаратами надо особенно опасаться попадания радиоактивных загрязнений внутрь организма (вдыхания, заглатывания) и в глаза. Эффект внешнего облучения мал. Все α -частицы поглощаются одеждой или клетками кожного покрова.

32.5. Закономерности β -распада

Существует три вида β -превращений: электронный или β^- -распад, позитронный или β^+ -распад, и электронный захват. При электронном распаде атом

испускает отрицательные β -частицы (электроны), а при β^+ -распаде - положительные β -частицы (позитроны).

При изучении спектра β -излучения перед физиками встала весьма трудная задача. Нужно было ответить на вопрос о том, какие процессы происходят в ядре при β -распаде. Когда существовала протонно-электронная теория строения ядра, β^- -распад объяснялся просто. Вылетает электрон, и ядро увеличивает свой заряд на единицу. Но ведь было доказано, что в ядре электронов нет. Да и как объяснить β^+ -распад?

Поскольку при β -распаде массовое число остается неизменным, т.е. остается постоянным общее число нуклонов, то изменение заряда указывает на изменение числа протонов и нейтронов. Следовательно, при β^- -распаде происходит превращение нейтронов в протоны, и при β^+ -распаде - протонов в нейтроны. В результате этих превращений выделяется энергия, за счет которой и возникает β -электрон или β -позитрон.

Однако появление β -частиц не может быть единственным следствием превращений в ядре. Дело в том, что спин нуклона равен $\frac{1}{2}$, а образуются две частицы со спинами, равными тоже по $\frac{1}{2}$. Наблюдается несохранение величины спина. Действительно, например, при β^- -распаде до превращения нейтрон имел спин $S=\frac{1}{2}$. Суммарный же спин протона и электрона равен либо нулю, либо единице. Устранить противоречие с величиной спина можно, если допустить, что в процессе β -распада наряду с электроном или позитроном возникает еще одна частица, незаряженная, но обладающая спином, равным $\frac{1}{2}$. Эту частицу назвали нейтрино (нейтрончик). С учетом нейтрино схемы радиоактивных β -превращений будут выглядеть следующим образом:

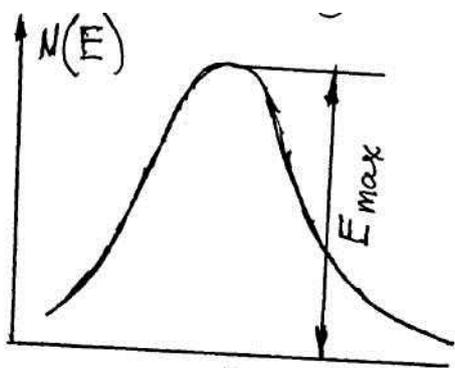
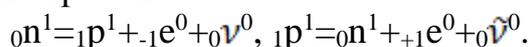


Рис.179

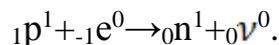
Гипотезу о существовании нейтрино выдвинул в 1930 г. Паули. Эта гипотеза позволила объяснить не только процессы превращений при β -распадах, но и сплошной спектр β -излучения (рис.179). Если полагать, что при β -распаде возникают только одни электроны или одни позитроны, неясно, почему электроны имеют различную энергию. Ведь энергия вылетающей β -частицы должна быть равной $E_{max} = \epsilon_1 - \epsilon_2$, где ϵ_1 - энергия связи исходного ядра, ϵ_2 - энергия дочернего ядра. Однако если вылетают при

β -распаде две частицы, то часть энергии будет уносить с собой нейтрино, т.е. $E_{max} = E_\beta - E_\nu$.

Гипотеза о нейтрино успешно разрешила затруднения с сохранением спина и с формой β -спектра. Обнаружено же было нейтрино лишь в 1957 г.

Максимальные значения энергии β -частиц большинства радиоактивных изотопов лежат в пределах от 0,01 до 3 МэВ. Полное поглощение электронов происходит в воде на расстоянии от 0,002 до 20 мм, для алюминия от $7 \cdot 10^{-4}$ до 7 мм, для свинца - от $1,8 \cdot 10^{-4}$ до 0,18 мм.

Электронным захватом, относящимся к β -распаду, называют захват атомным ядром одного из электронов оболочки, окружающих ядро. Наиболее часто происходит К-захват, т.е. захват электрона из К-слоя (реже из L- или M-слоя), в результате чего один из протонов превращается в нейтрон, испуская при этом нейтрино



Следует заметить, что β -излучение для человека абсолютно безопасно.

32.6. γ -излучение

Ядро, как и атом, может находиться в состояниях с определенными энергиями. Возбужденные ядра возвращаются в основные состояния путем испускания фотонов, энергия которых соответствует разностям энергии между различными начальными и конечными состояниями, участвующими в рассматриваемых переходах. Фотоны, испускаемые ядрами, могут иметь энергию вплоть до нескольких МэВ, их обычно называют γ -квантами.

Установлено, что γ -кванты как самостоятельный вид радиоактивного распада не встречаются, а сопровождают α - и β -распады. При α - и β -распадах образуются дочерние ядра, которые в самый первый момент находятся в возбужденном состоянии. Переход ядра из возбужденного в нормальное состояние сопровождается выделением энергии в виде γ -квантов. γ -излучение имеет дискретный, линейчатый спектр.

32.7. Способы наблюдения и регистрации элементарных частиц

При изучении атомного ядра и внутриядерных процессов приходится иметь дело с малыми частицами (электронами, протонами, α -частицами и т.п.). Наблюдение частиц возможно только в том случае, если они заряжены и имеют большую скорость. Нейтральные частицы можно наблюдать, когда они при взаимодействии с веществом образуют заряженные частицы. Для наблюдения и регистрации микрочастиц ядерная физика пользуется в основном следующими приборами и методами.

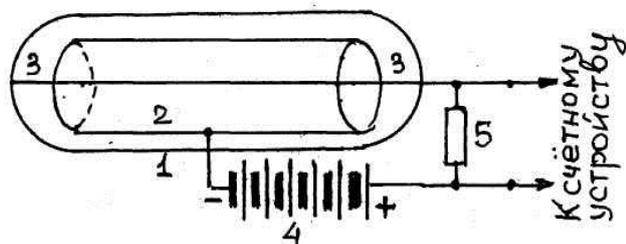


Рис.180

1. Ионизационный счетчик.

Данный счетчик основан на возникновении газового разряда при ионизации газа движущейся заряженной микрочастицей. Самым распространенным ионизационным счетчиком является счетчик Гейгера-Мюллера, схема которого дана на рис.180. В стеклянном баллоне 1, наполненном газом под давлением 10^4 Па, находится цилиндрический конденсатор 2 с внутренним электродом в виде металлической нити 3. На конденсатор подано напряжение от батареи 4 через высокоомное сопротивление 5.

Если в конденсатор влетит заряженная микрочастица, то произойдет ионизация газа и газовый разряд. В цепи конденсатора пройдет кратковременный ток, который зафиксируется счетным устройством.

Таким образом, счетчик Гейгера-Мюллера регистрирует каждую ионизирующую частицу. Разрешающая способность счетчика 10000 частиц/с.

2. **Сцинтилляционный счетчик.** Этот счетчик основан на флюоресценции вещества под ударами радиоактивного излучения. Он состоит из прозрачного монокристалла люминофора (**сцинтиллятора**) и многокаскадного **фотоумножителя**. Счетчик действует следующим образом. Микрочастица, падая на сцинтиллятор, вызывает в нем кратковременную вспышку. Свет этой вспышки с помощью фотоэлектронного умножителя усиливается и регистрируется счетным устройством.

Разрешающая способность сцинтилляционных счетчиков на несколько порядков выше, чем ионизационных счетчиков.

3. **Камера Вильсона.** Метод камеры Вильсона основан на том, что в пересыщенном паре ионы являются центрами конденсации. Изобретена камера в 1912 г. английским физиком Ч. Вильсоном (1869-1959). Пересыщение пара в камере достигается путем быстрого адиабатического расширения объема камеры, содержащего насыщенный пар. Если при этом в камеру попадает заряженная частица, то при давлении она создает цепочку ионов, присутствие которых обнаруживается по образованию вокруг них капелек.

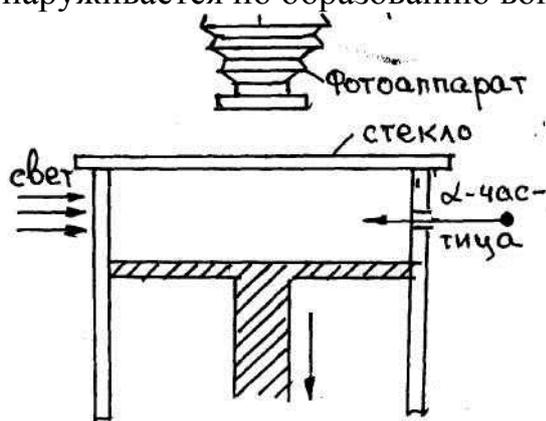


Рис.181

Освещая камеру после расширения, можно наблюдать и фотографировать пути или, как их называют, **треки** отдельных частиц. Если поместить камеру в сильное магнитное поле, то каждый трек изогнут, это позволяет по радиусу кривизны определить заряд, массу и скорость частицы.

Камеры Вильсона делаются автоматическими, т.е. камера приводится в действие (происходит расширение, освещение, фотографирование) только в то время,

когда через нее проходят регистрируемые частицы. На рис. 181 дана схема камеры Вильсона.

4. **Пузырьковая камера.** Она представляет собой сосуд, заполненный жидкостью (пропаном, пентаном, фреоном и др.) при давлении, превышающем давление ее насыщенного пара. Действие пузырьковой камеры основано на том, что заряженные частицы при своем движении создают вдоль траектории в жидкости центры парообразования в виде пузырьков, которые можно наблюдать и фотографировать.

Так как жидкость является достаточно плотной средой, то движущиеся в ней микрочастицы сильно тормозятся и останавливаются, пройдя сравнительно короткий путь. Поэтому с помощью пузырьковой камеры можно исследовать частицы, обладающие очень высокой энергией на ускорителях.

5. **Метод толстослойных фотографических эмульсий** основан на том, что в фотоэмульсии (из бромистого серебра), через которую проходит заряженная частица, получается изображение траектории частицы. Поскольку фото-

эмульсию можно экспонировать в течение длительного времени, данный метод оказывается особенно ценным для наблюдения редко встречающихся частиц и исследования редких ядерных процессов.

Кроме рассмотренных методов для наблюдения микрочастиц применяются черенковские счетчики и полупроводниковые детекторы.

Глава 33. Ядерные силы и энергия связи ядра

33.1. Ядерные силы

Размеры ядра составляют величину порядка 10^{-14} - 10^{-15} м, на таком расстоянии находятся и нуклоны в ядре. Столь малые расстояния между нуклонами должны вызывать огромное электростатическое отталкивание протонов. Однако наблюдаемая на опыте устойчивость ядер означает, что, кроме электростатических сил отталкивания, между частицами в ядре действуют более мощные силы притяжения. Это не могут быть силы ньютоновского притяжения, т.к. они очень малы. Следовательно, существует особый вид взаимодействия, называемое сильным, а соответствующие ему силы – ядерными.

Полная теория ядерных сил до настоящего времени пока не построена, однако ряд характеристик ядерных сил изучен:

1. Ядерные силы обладают свойством зарядовой независимости, т.е. нейтрон с нейтроном, нейтрон с протоном и два протона взаимодействуют друг с другом одинаково.

2. Ядерные силы являются короткодействующими. При расстоянии между нуклонами больше, чем $3 \cdot 10^{-15}$ м, действие их уже не обнаруживается.

3. Ядерные силы обладают свойством насыщения. Это свойство проявляется в том, что каждый нуклон в ядре взаимодействует лишь с ограниченным числом ближайших к нему соседних нуклонов.

Из всех современных предположений наибольшее подтверждение получила гипотеза о том, что ядерное взаимодействие обусловлено тем, что нуклоны постоянно обмениваются частицами с массами в 200-300 больше массы электрона. Эта гипотеза была высказана в 1935 г. японским физиком Х.Юкава (1907-1981), а несколько позже были обнаружены такие частицы, которые получили название мезоны (от греческого – средний). Это частицы π -, μ -, K – мезоны. В настоящее время считается, что взаимодействие между нуклонами осуществляется путем обмена π -мезонами.

33.2. Энергия связи ядра

Для удаления нуклона из ядра необходимо преодолеть притяжение, обусловленное ядерными силами. Работа, необходимая для этого, называется энергией связи нуклона. Работа, которая будет затрачиваться на разделение ядра на отдельные нуклоны без сообщения им кинетической энергии, называется энергией связи ядра. Из закона сохранения энергии следует, что при образовании ядра должна выделяться такая же энергия, какую нужно затратить при расщеплении ядра на составные нуклоны. Тогда энергией связи ядра можно назвать

разность между энергией всех свободных нуклонов, составляющих ядро, и их энергией в ядре.

При образовании ядра происходит уменьшение его массы: масса стабильного ядра всегда меньше суммарной массы составляющих его нуклонов. Уменьшение массы ядра при его образовании объясняется выделением энергии связи. Если $\Delta E_{\text{св}}$ - величина энергии, выделяющейся при образовании ядра, то соответствующая ей масса - Δm , равная на основании уравнения Эйнштейна из теории относительности:

$$\Delta m = \frac{\Delta E_{\text{св}}}{c^2}, \quad (33.1)$$

называется дефектом массы и характеризует уменьшение суммарной массы при образовании ядра из составляющих его нуклонов. Так как ядро с массой $M_{\text{я}}$, образовано из Z протонов массой m_p и из $(A-Z)$ нейтронов с массой m_n , то

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - M_{\text{я}}. \quad (33.2)$$

Если в уравнение (33.2) добавить и вычесть Zm_e , где m_e - масса электрона, то получим

$$\begin{aligned} \Delta m &= Z(m_p + m_e) + (A - Z)m_n - (M_{\text{я}} + Zm_e) = \\ &= Zm_{\text{H}} + (A - Z)m_n - M_{\alpha}, \end{aligned} \quad (33.3)$$

где m_{H} - масса водородного атома, M_{α} - масса атома.

Зная Δm , можно найти энергию связи ядра

$$\Delta E_{\text{св}} = \Delta mc^2 = [Zm_{\text{H}} + (A - Z)m_n - M_{\alpha}]c^2. \quad (33.4)$$

При практических вычислениях Δm массы всех частиц и атомов выражаются в а.е.м. Одной атомной единицы массы соответствует энергия, которая равна

$$1 \text{ а.е.м} \cdot c^2 = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \cdot 9 \cdot 10^{16} \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} = 1,491 \cdot 10^{-10} \text{ Дж} = \frac{1,491 \cdot 10^{-10}}{1,602 \cdot 10^{-13}} = 931 \text{ МэВ}.$$

Таким образом, для получения энергии связи ядра в МэВ необходимо Δm в а.е.м умножить на 931:

$$\Delta E_{\text{св}} = 931 \Delta m \text{ (МэВ)}. \quad (33.5)$$

Энергия связи меняется от 2,23 МэВ для дейтона (самого легкого составного ядра) до 1640 МэВ для ${}_{83}\text{Bi}^{209}$ (самого тяжелого стабильного ядра). Как показывает рассмотрение величины $\Delta E_{\text{св}}$, она приблизительно пропорциональна массовому числу A . Следовательно, на каждый нуклон приходится приблизительно одна и та же энергия. Однако более точное определение показывает, что величина энергии связи одной частицы в ядре $\Delta \varepsilon_{\text{св}} = \frac{\Delta E_{\text{св}}}{A}$ различна в разных ядрах. $\Delta \varepsilon_{\text{св}}$ называется удельной энергией связи ядра.

На рис.182 приведена кривая зависимости удельной энергии связи от массового числа A , характеризующая различную прочность связей нуклонов в ядрах различных химических элементов. Ядра элементов в средней части периодической системы ($28 < A < 138$), т.е. от ${}_{14}\text{Si}^{28}$ до ${}_{56}\text{Ba}^{138}$, наиболее прочны. В этих ядрах $\Delta \varepsilon_{\text{св}}$ близка к 8,7 МэВ/нуклон. Затем по мере увеличения числа нуклонов в ядре удельная энергия связи убывает до значения 7,6 МэВ/нуклон у яд-

ра урана. В области малых массовых чисел (при $A < 28$) $\Delta\epsilon_{\text{св}}$ быстро уменьшается.

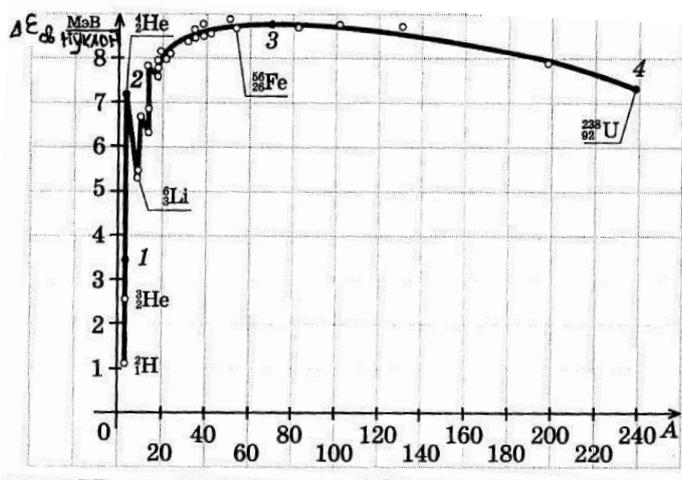


Рис. 28

Рис.182

Наименьшее значение $\Delta\epsilon_{\text{св}}$ у дейтерия $\Delta\epsilon_{\text{св}} = 1,09$ МэВ/нуклон.

Таким образом, тяжелые и легкие ядра менее устойчивы. Это означает, что превращение тяжелых или легких ядер в средние ядра является энергетически выгодным процессом, при этом превращении должна выделяться огромная энергия. Действительно, удельная энергия связи для большинства ядер равна ≈ 8 МэВ/нуклон или $7,72 \cdot 10^{14}$ Дж/кг. Теплотворная способность

бензина, например, равна $4,8 \cdot 10^7$ Дж/кг, т.е. в 10 миллионов раз меньше.

33.3. Устойчивость ядер. Искусственная радиоактивность

Любая система устойчива, если ее энергия минимальна. Избыток энергии означает возбуждение, и система будет стремиться перейти в состояние с наименьшей возможной энергией. При сохранении общего числа нуклонов такой переход может происходить спонтанно (самопроизвольно). Критерием запаса энергии в ядре является его масса покоя.

Радиоактивное превращение возможно, если масса покоя исходного ядра превышает сумму масс покоя продуктов превращения. Разность масс Δm не исчезает, а превращается в кинетическую энергию продуктов деления $E = \Delta mc^2$.

В силу того, что ядерные силы короткодействующие, а электрические силы между протонами действуют на любых расстояниях, относительная роль положительной электрической энергии взаимодействия между протонами возрастает с увеличением частиц в ядре. Поэтому с ростом A относительное число протонов убывает, а нейтронов возрастает. Если в легких ядрах число нейтронов в среднем составляет 50%, то в самых тяжелых оно достигает 62%. Изменение числа протонов с увеличением A описывает уравнение

$$Z_{\text{уст}} = \frac{A}{1,98 + 0,015A^{2/3}} \quad (33.6)$$

Поскольку Z не может быть дробным, следует взять ближайшее к (33.6) целое число.

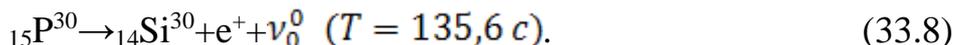
Ядра, которые (при данном A) обладают $Z < Z_{\text{уст}}$ (т.е. избытком нейтронов), неустойчивы и будут превращаться в устойчивые с помощью β -распада до тех пор, пока Z примет значение $Z_{\text{уст}}$. Сильно пересыщенные нейтронами ядра могут испытывать несколько β -превращений подряд. При пересыщении

ядер протонами ($Z > Z_{уст}$) получают ядра β^+ -радиоактивные или претерпевающие электронный захват.

Таким образом, для получения искусственной радиоактивности нужного типа необходимо обогащать ядра протонами или нейтронами. Искусственная радиоактивность была открыта Фредериком и Ирэн Жолио-Кюри в 1934 г. Облучая алюминий α -частицами, они получили β^+ -радиоактивный фосфор и нейтрон:



Этот изотоп фосфора испытывает позитронный распад, превращаясь в кремний:



Аналогичным путем Жолио-Кюри получили из бора радиоактивный азот и из магния – радиоактивный кремний. Открытие Жолио-Кюри имело тем большее значение, что до них вообще были неизвестны легкие радиоактивные элементы и был неизвестен позитронный радиоактивный распад. В настоящее время кроме бомбардировки α -частицами получают радиоактивные элементы и другими способами в результате различных взаимопревращений при ядерных реакциях.

33.4. Понятие о ядерных реакциях

Ядерная реакция – это искусственное превращение атомных ядер в результате их взаимодействия друг с другом или с частицами.

Согласно теории Бора ядерная реакция протекает в два этапа. На первом этапе ядро мишени A сливается с бомбардирующей частицей (или ядром) a , образуя новое ядро C^* , которое находится в возбужденном состоянии: $A + a \rightarrow C^*$ (звездочка указывает на то, что ядро находится в возбужденном состоянии). Возбужденное ядро приобретает не только кинетическую энергию бомбардирующей частицы, но и энергию связи, которая обычно равна 8 МэВ на 1 нуклон. На втором этапе возбужденное ядро C^* распадается с образованием продуктов реакции: $C^* \rightarrow B + b$.

Ядерная реакция характеризуется энергией ядерной реакции Q , равной разности энергий конечной и исходной пар в реакции. Если $Q < 0$, то реакция идет с поглощением энергии и называется эндотермической, если $Q > 0$, то реакция идет с выделением энергии и называется экзотермической.

Эффективность ядерной реакции характеризуется величиной эффективного поперечного сечения (или просто сечением реакции), которое определяется по формуле:

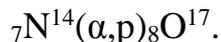
$$\sigma = \frac{dn_0}{n_0 N_0 dx}. \quad (33.9)$$

В этом определении принимается, что за единицу времени на единицу площади поперечного сечения вещества, содержащего N_0 ядер в единице объема, падает плоскопараллельный поток, содержащий n_0 частиц; dn_0 - число частиц, претерпевших ядерную реакцию в слое толщиной dx .

Первую ядерную реакцию наблюдал в 1919 г. Резерфорд. Он провел ядерную реакцию превращения азота в кислород под действием α -частиц:



или сокращенно



Обычно ядерные реакции классифицируются в соответствии с природой бомбардирующих частиц: ядерные реакции под действием нейтронов, протонов, дейтронов, α -частиц, многозарядных ионов, γ -квантов. Некоторые типы ядерных реакций принято классифицировать по характеру превращения: кулоновское возбуждение, деление ядер, радиационный захват, реакция срыва и т.д.

Существуют и другие виды классификации ядерных реакций, но при написании любой ядерной реакции должно соблюдаться правило смещения и два следующих правила:

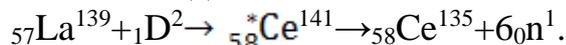
1. Алгебраическая сумма зарядовых чисел Z ядер и частиц, вступающих в ядерную реакцию, должна быть равна алгебраической сумме зарядовых чисел конечных продуктов ядерной реакции;

2. Сумма массовых чисел исходных продуктов ядерной реакции должна быть равна сумме массовых чисел конечных продуктов.

Таким образом, например, при α -распаде урана реакция должна выглядеть следующим образом:



При взаимодействии дейтронов с энергией 60 МэВ и лантана возникает реакция, которая будет записана в виде:



Массы исходных и конечных продуктов ядерных реакций не равны между собой. Разность масс исходных и конечных продуктов (Δm) называется дефектом масс и равна

$$\Delta m = M_{\text{исх}} - M_{\text{кон}}. \quad (33.10)$$

Если дефект массы Δm - отрицательная величина, то для осуществления ядерной реакции требуется подвод энергии извне, если же Δm - положительная величина, то в результате ядерной реакции будет выделяться энергия.

Количество выделившейся или поглощенной энергии вычисляется по формуле

$$\Delta E = \Delta mc^2. \quad (33.11)$$

Глава 34. Использование ядерных превращений

34.1. Реакция деления

При превращении атомных ядер энергия связи, приходящаяся в среднем на один нуклон, меняется. Это означает, что превращение атомных ядер может быть использовано для получения энергии. Для того, чтобы знать, какие реакции будут пригодны для этих целей, обратимся к графику (рис.182). Из графика видно, что энергия будет выделяться в двух случаях:

1. При синтезе ядер из более легких, если возникающие ядра имеют $A < 60$.

2. При делении тяжелых ядер.

Делением ядер называется процесс распада ядра на несколько частей. Частным случаем является самый распространенный распад на две части. Часть ядра, образовавшаяся при делении, называется «осколком». Кинетическая энергия осколков огромна и за счет этой энергии осколки способны пройти сквозь слои вещества толщиной в несколько десятых миллиметра.

История открытия реакции деления относится к 1934 г. Итальянский физик Э.Ферми (1901-1954), изучая искусственную радиоактивность, обнаружил, что уран, облученный нейтронами, дает радиоактивные продукты, обладающие разными периодами полураспада. Изучение химических свойств продуктов реакции (1936-1937 гг.) показало, что элементы имеют свойства элементов, находящихся в средней части таблицы Менделеева. Эти результаты были объяснены тем, что тяжелые ядра являются неустойчивыми. Возбужденное при захвате нейтрона тяжелое ядро может разделиться на две приблизительно равные части.

Расчеты показывают, что деление ядер, например, урана на два основных осколка должно сопровождаться выделением огромной энергии. Из графика зависимости энергии связи на один нуклон от массового числа A следует, что для тяжелых ядер энергия связи на один нуклон равна 7,6 МэВ/нуклон, а для средней части составляет 8,7 МэВ/нуклон. Следовательно, при делении неустойчивого ядра урана на два устойчивых осколка должно выделяться 1,1 МэВ на каждый нуклон. В ядре ${}_{92}\text{U}^{238}$ содержится 238 нуклонов. Тогда будет выделяться ≈ 260 МэВ на каждое ядро. При делении 1 г должно выделяться в n раз больше, где n – число атомов. В 1 г будет

$$n = \frac{m}{\mu} N_A = \frac{10^{-3}\text{кг}}{238 \cdot 10^{-3}\text{кг/моль}} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{моль}} = 2,5 \cdot 10^{21} \text{ атомов,}$$

тогда будет выделяться при делении 1 г

$$650 \cdot 10^{21} \text{ МэВ} = 10^{11} \text{ Дж} = 29000 \text{ кВт-часов.}$$

Основная часть энергии деления должна выделяться в форме кинетической энергии осколков деления. Действительно, если акт деления произошел и осколки находятся друг от друга на расстоянии r , при котором ядерные силы притяжения не действуют, то появляется кулоновская энергия

$$W_K = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 r}.$$

Предположим, что осколки будут одинаковы, тогда $Z_1 = Z_2 = \frac{92}{2} = 46$, $A_1 = A_2 = \frac{238}{2} = 119$, $r = R_1 + R_2$ ($R_1 = R_2 = 1,4 \cdot 10^{-15} A^{\frac{1}{3}}$) и $W_K = 400$ МэВ. Очевидно, что кулоновская энергия превращается в кинетическую энергию движения осколков деления.

34.2. Осколки деления

Энергия, выделяющаяся при делении, не всегда одинакова, а зависит от величины f (часть нуклонов, приходящихся на данное ядро). Максимум энергии приходится на $f=0,5$ (рис.183).

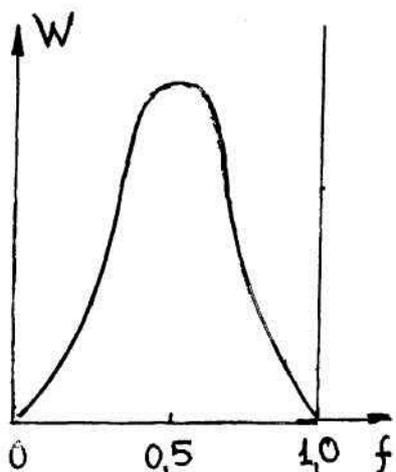


Рис.183

Из графика видно, что деление может происходить и при f , отличном от 0. Вероятность возникновения того или иного ядра зависит от степени возбуждения. Среди осколков ${}_{92}\text{U}^{238}$ встречаются преимущественно такие, массовое число которых близко к 100 или 140. Составное ядро ${}_{92}\text{U}^{238}$ редко распадается на симметричные осколки при захвате теплового нейтрона. Осколки, образующиеся при делении, радиоактивны.

В самом деле, отношение $\frac{N}{Z}$ у урана равно 1,56. Такое же отношение $\frac{N}{Z}$ должно быть и у осколков в момент их образования. Между тем, у стабильных ядер с массовым числом 100-140 отношение $\frac{N}{Z}$ равно 1,3-1,38. Значит, осколки содержат избыточное число нейтронов. Ядра с $\frac{N}{Z} = \left(\frac{N}{Z}\right)_{\text{ст}}$ радиоактивны. Они испытывают β^- -распад. Избыток нейтронов у осколков столь значителен, что однократного β^- -распада недостаточно, чтобы осколок превратился в устойчивое ядро. С осколками поэтому происходит целая цепь ядерных превращений.

34.3. Вторичные нейтроны

То обстоятельство, что в результате деления появляется большой избыток нейтронов, заставляет предполагать, что при делении могут появиться и свободные нейтроны. Действительно, в результате специальных исследований (в России эти исследования были проведены Флеровым и Русиновым) было установлено, что некоторое количество избыточных нейтронов освобождается непосредственно в момент деления. Эти нейтроны называются вторичными. Количество вторичных нейтронов в различных актах деления может быть различно, но существенное значение имеет среднее число вторичных нейтронов ν . Для ${}_{92}\text{U}^{235}$ $\nu = 2,5 \pm 0,1$ и для ${}_{94}\text{Pu}^{239}$ $\nu = 3,0 \pm 0,1$. Кроме вторичных нейтронов имеются запаздывающие нейтроны, но их количество невелико.

34.4. Цепная ядерная реакция

Мы рассмотрели ряд явлений, связанных с делением ядер. Два явления деления ядер привлекают к себе внимание.

1. При делении выделяется громадная энергия ≈ 260 МэВ на каждое деление.
2. Деление ядер сопровождается вылетом вторичных нейтронов; их число больше единицы ($2 \div 3$).

Наличие значительного числа вторичных нейтронов позволило осуществить цепную реакцию. Разберем идеальную схему цепной реакции, предполагая, что при делении ядра урана выделяется два вторичных электрона.

При первом акте деления выделится два нейтрона. Эти нейтроны в свою очередь захватятся двумя ядрами урана, образовав 4 новых нейтрона. В следующем акте образуется 8 нейтронов, затем 16 и т.д. Количество нейтронов, а вместе с ними и количество делящихся ядер будет непрерывно увеличиваться. Возникает ускоряющаяся цепная реакция.

В рассмотренном идеальном случае все нейтроны вызывают реакцию деления. Однако в действительности это не так.

Не все вторичные нейтроны попадают в ядра делящегося вещества. В устройствах, где идет деление, всегда имеются ядра других веществ, которые предназначены для выноса тепла (теплоносители), для замедления (замедлители), используются в качестве конструкционных материалов. Таким образом, нейтроны не всегда будут попадать в ядра урана.

Не все нейтроны, проникающие в ядра делящегося вещества, вызывают деление. Некоторые из них могут вызвать другие реакции (радиационный захват, неупругое рассеяние). Очевидно, что из N случаев проникновения в ядра делящегося вещества нейтронов деление испытывают αN ядер, а так как в результате деления возникает ν нейтронов, то в процессе αN делений возникнет $\nu \alpha N = \eta N$ вторичных нейтронов, где $\eta = \alpha \nu$ означает среднее число вторичных нейтронов, возникающих в результате проникновения одного нейтрона в ядро делящегося вещества. Для некоторых делящихся веществ α, ν, η даны в таблице 5.

Таблица 5

Вещество	ν	α	η
${}_{92}\text{U}^{235}$	2,5	0,845	2,11
${}_{94}\text{Pu}^{239}$	3,0	0,652	1,94
Естественный уран	2,5	0,53	1,32

Для характеристики быстроты развития цепной реакции вводят коэффициент размножения k , который равен отношению количества нейтронов, образующихся в данном поколении, к количеству нейтронов предыдущего поколения. Зная коэффициент k , можно вычислить скорость развития цепной реакции.

Обозначим через τ время от момента деления до момента захвата вторичного нейтрона. Если N означает число нейтронов в данном поколении, то в следующем поколении их будет уже kN . Так как изменение числа нейтронов $\Delta N = kN - N = N(k - 1)$ происходит за время τ , то скорость нарастания цепной реакции будет равна

$$\frac{dN}{dt} = \frac{N(k-1)}{\tau}.$$

Решая уравнение, получим

$$N = N_0 e^{\frac{(k-1)t}{\tau}}.$$

Это уравнение определяет количество нейтронов N , возникающих в процессе деления в момент времени t , N_0 - количество нейтронов в начальный момент времени.

Если $(k-1) > 0$, $k > 1$, то количество нейтронов N будет возрастать и цепная реакция является ускоряющейся. Если $(k-1) = 0$, $k = 1$, то $N = \text{const}$ и цепная реакция будет самоподдерживающейся. Если $(k-1) < 0$, $k < 1$ – цепная реакция будет затухать.

При осуществлении цепной реакции на тепловых нейтронах вторичные нейтроны замедляются, для чего делящееся вещество смешивается с веществом, эффективно замедляющим нейтроны. Коэффициент размножения такой смеси может быть представлен в виде произведения четырех сомножителей:

$$k = \varepsilon \eta p f,$$

где η – среднее число вторичных нейтронов, приходящееся на один тепловой нейтрон, проникающий в ядро делящегося вещества, p – коэффициент, показывающий, какая часть вторичных нейтронов становится тепловыми, f – коэффициент использования тепловых нейтронов, ε – коэффициент, учитывающий деление на быстрых нейтронах ($\varepsilon = 1 \div 1,03$).

Цепная реакция будет развиваться, если $k > 1$. Управлять значением k можно изменением величин p и f . Рассмотрим, как происходит изменение p и f в устройстве, в котором осуществляется цепная реакция.

34.5. Ядерный реактор

Устройство, в котором происходит ядерная цепная реакция деления, называется ядерным реактором. Рассмотрим схематично ядерный реактор и принцип его работы.

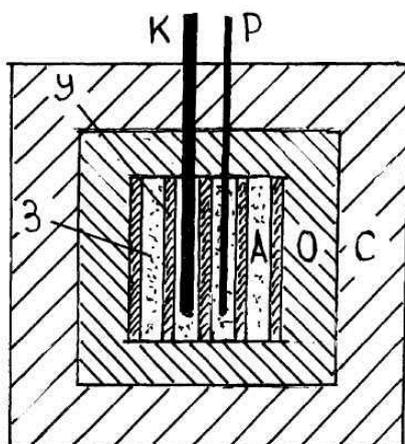


Рис.184

Размеры реактора должны быть такими, чтобы коэффициент использования тепловых нейтронов f имел необходимое значение для осуществления цепной реакции. Для этого зона, где идет цепная ядерная реакция, должна быть достаточно большой. При некотором размере активной зоны, называемом критическим, цепная реакция становится возможной, т.е. f будет достаточно большим.

Развивающаяся цепная реакция приводит к тому, что число делящихся ядер постоянно увеличивается и реактор выходит на заданную мощность. Когда необходимая мощность достигнута, цепная реакция должна превратиться в самоподдерживающуюся, т.е. $k = 1$. Уменьшение коэффициента размножения k осуществляется введением в активную зону стержней, состоящих из веществ, хорошо поглощающих тепловые нейтроны (кадмий, бор). В этом случае сильно уменьшается коэффициент f .

На рис. 184 приведена схема ядерного реактора. Здесь А – активная зона, в которой находится ядерное топливо уран У и замедлитель З. Вокруг активной зоны находится отражатель тепловых нейтронов О, который уменьшает утечку нейтронов из активной зоны и тем самым способствует уменьшению критиче-

ского размера реактора. Со всех сторон активная зона и отражатель защищены от распространения излучения в окружающую реактор среду.

Массивный кадмиевый стержень К предназначен для аварийной остановки реактора, а стержень Р – для управления реакцией деления. При перемещении стержня Р внутрь активной зоны уменьшается коэффициент размножения k и уменьшается степень развития цепной реакции. Управление перемещением стержня Р производится автоматически при помощи ионизационной камеры, связанной с усилителем.

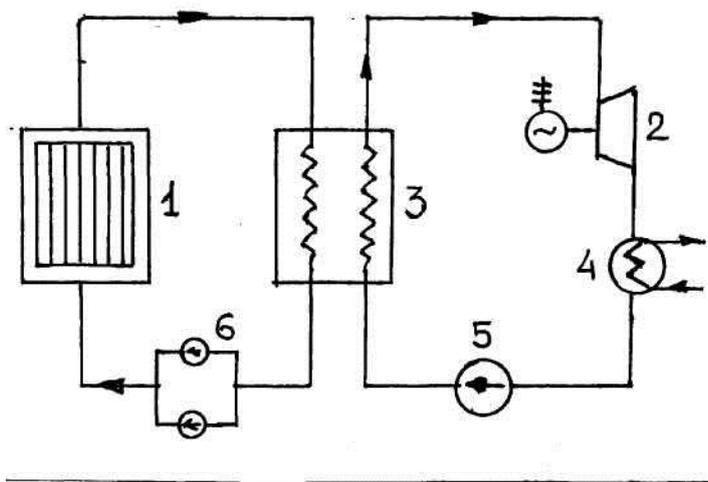


Рис.185

Цепная ядерная реакция используется на атомных электростанциях. При делении ядер урана освобождается большая энергия, которая используется для нагревания воды и создания высокого давления пара. Полученный пар приводит в движение турбину и связанный с нею генератор электрического тока. Турбина и генератор такие же, как на обычных тепловых электростанциях. Принципиальная схема атомной электростанции показана на рис.185.

Вода или другой теплоноситель циркулирует в герметически замкнутом контуре, проходит через реактор (1) и специальный теплообменник (3). Циркуляция осуществляется насосами (6). В теплообменнике тепло от теплоносителя, циркулирующего в первом контуре, передается воде, циркулирующей во втором контуре, превращая ее в пар, который приводит в движение турбину и генератор 2. Во втором контуре циркуляция осуществляется насосом (5), для охлаждения воды применяется конденсатор (4).

34.6. Об источниках энергии

Одной из самых важнейших проблем, стоящих перед человечеством, является проблема источников энергии. Потребление энергии растет очень быстро. Сохранение даже современных темпов потребления энергии может привести к значительному расходу топлива, и его запасы будут исчерпаны в очень короткое время. Цепная реакция расширила энергетические возможности, однако не столь значительно, так как запасы делящегося вещества не такие уж большие, чтобы исчезла проблема «энергетического голода». Необходимо искать новые источники значительной мощности. Этим источником может быть реакция синтеза ядер. При реакции синтеза будет выделяться энергия значительно большая, чем при реакции деления. Например, при образовании ядра ${}^4_2\text{He}$ из четырех протонов выделяется 27 МэВ, т.е. на один нуклон приходится 6,75 МэВ, в то время как при делении только 1,1 МэВ. К тому же на Земле запасов водорода значительно больше, чем урана.

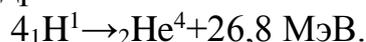
В связи с этим возникает задача разработки и осуществления реакции синтеза. Такой синтез ядер происходит в звездах, на Солнце. В земных условиях эта реакция осуществлена в водородной бомбе. Однако в бомбах энергия выделяется очень быстро и поэтому невозможен регулируемый синтез ядер. Управляемая термоядерная реакция пока не создана. Это одна из самых важных проблем настоящего времени.

34.7. Термоядерные реакции

Опыты показали, что реакция синтеза ядер может происходить при температуре $T > 10^7$ К. Поэтому реакцию называют термоядерной. Рассмотрим, какие термоядерные реакции легче всего осуществить. Очевидно, синтез легких ядер, так как чем меньше заряд ядер, тем меньше потенциальный барьер, который частицам надо пройти. Приведем некоторые из таких термоядерных реакций с указанием энергии, выделяющейся при этом.

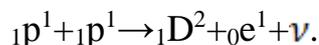


Но, как уже указано выше, наибольшая энергия будет выделяться при соединении четырех протонов в ядро гелия:

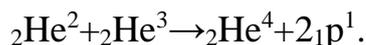


Далее остановимся на термоядерных реакциях, которые уже осуществлены. Это прежде всего реакции, происходящие на Солнце. Но почему на Солнце наблюдаются именно термоядерные реакции, а не какие-либо другие? Дело в том, что температура Солнца 10^7 К. Кроме того, спектральный анализ Солнца показал, что оно состоит на 80% из водорода, на 20% из гелия, и углерод, азот, кислород составляют примерно 1%. Ежесекундно Солнце излучает $3,8 \cdot 10^{23}$ Дж энергии, что соответствует уменьшению его массы на 4,3 млн тонн.

В 1938 г. было высказано предположение о протонно-протонном цикле на Солнце

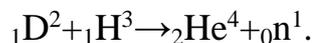


Далее ${}_1\text{D}^2 + {}_1\text{p}^1 \rightarrow {}_2\text{He}^3 + \gamma$ -квант, и с 1951 г. считают, что реакция продолжается



В 1939 г. Г. Бете предложил более сложный углеродно-азотный цикл, или цикл Бете.

Впервые термоядерная реакция в земных условиях была осуществлена в водородной бомбе в России и затем в США. В водородной бомбе осуществляется следующая реакция:



34.8. Применение радиоактивных изотопов в народном хозяйстве

Радиоактивные изотопы применяются главным образом в качестве источников излучения высоких энергий и в качестве радиоактивных индикаторов. Наибольшее практическое применение получило второе направление. Основу его составляет тот факт, что радиоактивные изотопы элемента отличаются от стабильных наличием радиоактивного излучения, которое является своеобразной меткой, позволяющей следить за поведением излучающих атомов. Такие атомы называют «мечеными».

В металлургии, машиностроении и ряде других отраслей народного хозяйства меченые атомы применяются в радиоактивных уровнемерах, толщимерах, дефектоскопах, устройствах для измерений концентрации, влажности и других величин.

Большое значение имеет применение меченых атомов в медицине. С их помощью определяются места скопления в организме элементов, входящих в лекарственные препараты, сведения о перемещениях в организме веществ. Меченые атомы используются при диагностике некоторых заболеваний.

Радиоактивные изотопы в качестве источников частиц высоких энергий применяются для дозирования облучения различных веществ с целью вызвать заранее планируемые изменения в их структуре. Облучение вызывает изменение в протекании различных физических и химических процессов в веществе. Изучением этих процессов при облучении занимается радиационная физика и химия твердых тел. В настоящее время радиационная физика и химия решают следующие основные проблемы: создание радиационно-устойчивых веществ и создание материалов с ценными свойствами (например, новых полимерных материалов).

Радиационная биология изучает изменения в живых организмах и растениях, вызванных действием радиационных излучений.

Глава 35. Физика элементарных частиц

В середине 30-х годов прошлого столетия было установлено, что все атомы построены из нейтронов, протонов и электронов. Основными кирпичиками вещества оказались не атомы, а протоны, нейтроны и электроны. Помимо этих трех **элементарных частиц** было известно и несколько других: позитрон (положительный электрон), нейтрино и γ -квант (фотон), т.е. всего шесть элементарных частиц.

До 1935 г. все выглядело очень просто. Но в последующие десятилетия были открыты сотни других частиц. Изучением их свойств и взаимодействий, а также выяснением того, какие из них следует считать фундаментальными, или «элементарными», и стала заниматься область физики, получившая название **физики элементарных частиц**.

35.1. Частицы и античастицы. Космическое излучение

Первой открытой элементарной частицей был электрон (e^-) – носитель элементарного отрицательного электрического заряда (Томсон, 1898 г.). Части-

цы с элементарным положительным электрическим зарядом и массой $1840m_e$, где m_e – масса электрона, были обнаружены среди частиц, выбитых из атомных ядер (Резерфорд, 1919 г.). Эти частицы названы протонами (p). Другая частица – нейтрон (n), не имеющая заряда с массой $1839m_e$ открыта Чедвиком (1932 г.). Прямые экспериментальные доказательства существования **фотона** (γ) – кванта электромагнитного излучения дали Эйнштейн (1905 г.) и Комптон (1923 г.). Электронное нейтрино (ν_e), предсказанное Паули (1930 г.) для объяснения β -распада нейтрона, открыли в 1953 г. В составе космических лучей был обнаружен позитрон (e^+) – частица с массой электрона и положительным зарядом (Андерсон, 1932 г.). Позитрон – первая открытая античастица. Частицы с массой около $200m_e$ и обоих электрических зарядов – мюоны (μ^+ , μ^-) – также обнаружены впервые в космических лучах (1936 г.). Пауэлл (1947 г.) в космических лучах обнаружил частицы – кванты сильного взаимодействия, предсказанные Юкавой (1935 г.) и получившие название **пионов** (π^+ , π^-). Первые частицы большой группы частиц, обладающие необычными свойствами и поэтому называемые **странными** – K^+ , K^- - мезоны и Λ - **гипероны** – были обнаружены в космических лучах (40-50 гг.). Другие странные частицы были обнаружены в опытах на ускорителях заряженных частиц. С 50-х годов ускорители стали основным инструментом при исследовании свойств и взаимодействий элементарных частиц. С их помощью открыты **антипротон** (\bar{p}) (1955 г.), **антинейтрон** (\bar{n}) (1956 г.), **анти-сигма гипероны** ($\bar{\Sigma}^\pm$, $\bar{\Sigma}^0$) (1960 г.), **омега-минус гиперон** (Ω^-) (1964 г.). В 1962 г. выяснилось, что кроме электронного нейтрино (ν_e) существует **мюонное нейтрино** (ν_μ). После 1974 г. было открыто большое количество частиц, которые получили название **очарованные**.

В 60-е годы на ускорителях было обнаружено большое число очень неустойчивых частиц со временем жизни $\sim 10^{-23}$ с, получивших название **резонансов**. Известно большое число так называемых **мезонных** и **барионных резонансов**. Они составляют основную часть элементарных частиц, количество которых превышает 350.

35.2. Характеристики частиц

Из всех известных к настоящему времени элементарных частиц **абсолютно стабильными** являются только девять частиц: фотон (γ), протон (p), антипротон (\bar{p}), электрон (e^-), позитрон (e^+), электронное (ν_e) и мюонное (ν_μ) нейтрино, а также их античастицы ($\bar{\nu}_e$, $\bar{\nu}_\mu$). Все остальные частицы самопроизвольно распадаются с различными периодами полураспада $T \approx 10^3 - 10^{-22}$ с. Наиболее долгоживущим из нестабильных частиц является нейтрон с $T \approx 15$ мин. Время жизни резонансов имеет порядок $T \approx 10^{-22} - 10^{-23}$ с. В результате последовательных распадов нестабильных частиц в итоге рождаются стабильные частицы. Стабильные и нестабильные частицы могут рождаться и при взаимодействии стабильных частиц, если только их относительная кинетическая энергия больше масс покоя рождаемых частиц.

Возможность рождения и уничтожения частиц в процессах их столкновений и самопроизвольного распада является одним из главных свойств элементарных частиц.

Элементарные частицы подразделяют на четыре класса. К одному из них относится только одна частица – **фотон**. Второй класс образуют **лептоны**, третий – **мезоны**, и, наконец, четвертый класс – **барионы**. Мезоны и барионы часто объединяют в один класс взаимодействующих частиц, называемых **адронами**.

1. Фотоны, γ (кванты электромагнитного поля), участвуют в электромагнитных взаимодействиях.

2. Лептоны (от греческого слова «лептос» - легкий). К их числу относятся частицы: мюоны (μ^-, μ^+), электроны (e^-, e^+), электронное нейтрино ($\nu_e, \bar{\nu}_e$) и мюонное нейтрино ($\nu_\mu, \bar{\nu}_\mu$). Все лептоны имеют спин, равный $\frac{1}{2}$, и обладают слабым взаимодействием.

3. Мезоны – нестабильные частицы, участвующие в сильном взаимодействии и не имеющие барионного заряда (см. ниже). К их числу относятся пионы (π^+, π^-, π^0), каоны (K^+, K^-, K^0, \bar{K}^0) и эта-мезон (η). Масса заряженных пионов равна $273m_e$, нейтрального – $264m_e$. Масса К-мезонов составляет $\sim 970m_e$. Время жизни К-мезонов равно 10^{-8} с. Они распадаются с образованием π -мезонов и лептонов или только лептонов. Масса эта-мезона равна $1074m_e$, время жизни порядка 10^{-19} с. Эта-мезоны распадаются с образованием π -мезонов и γ -фотонов. Спин всех мезонов равен нулю.

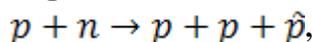
4. Барионы – это нуклоны (p, n) и частицы с массой, большей массы нуклонов, получившие название **гиперонов** ($\Lambda, \Sigma^+, \Sigma^0, \Sigma^-, \Xi^0, \Xi^-, \Omega^-$). Все барионы обладают сильным взаимодействием, имеют спин, равный $\frac{1}{2}$. За исключением протона, все барионы нестабильны. При распаде бариона, наряду с другими частицами, обязательно образуется барион.

35.3. Взаимодействия частиц и законы сохранения

Свойства элементарных частиц проявляются при их взаимодействиях. В процессе взаимодействия двух элементарных частиц наблюдается, как правило, рождение новых частиц, которые не входят в состав взаимодействующих частиц. Для описания процессов взаимодействия элементарных частиц применяют законы сохранения, которые устанавливают сохранение некоторых физических величин до и после взаимодействия, не детализируя того, как это сохранение обеспечивается. Причем, как показывают исследования, в мире элементарных частиц действуют как хорошо известные законы сохранения: энергии, импульса, момента импульса, электрического заряда, спина, так и новые, специфичные только для взаимодействия элементарных частиц: **барионного заряда** (B), **лептонного заряда** (L), **изотопического спина** (I), **странности** (S), **очарования** (C), **красоты** (v), **четности**.

Если барионам (т.е. нуклонам и гиперонам) приписывать **барионный заряд** (или **барионное число**) $B=+1$, антибарионам $B=-1$, а всем остальным частицам – барионный заряд $B=0$, то для всех процессов, протекающих с участием

барионов и антибарионов, будет характерно *сохранение барионного заряда*. Например, никогда не наблюдается реакция



хотя заряд, энергия и другие величины в ней сохраняются, а барионный заряд не сохраняется, так как в левой части $B=(+1)+(+1)=+2$, а в правой $B=(+1)+(+1)+(-1)=+1$.

Для объяснения особенностей протекания процессов с участием лептонов и антилептонов приходится ввести квантовое число L , получившее название *лептонного заряда* (или *лептонного числа*). Лептонам приписывается $L=+1$, антилептонам $L=-1$, всем остальным частицам $L=0$. При этом условии во всех без исключения процессах наблюдается сохранение суммарного лептонного заряда рассматриваемой физической системы.

По аналогии с обычными спинами каждому адрону приписывается определенное значение *изотопического спина* I , выбранное так, чтобы $2I+1$ было равно числу частиц одного типа. Например, для нуклонов $I=1/2$ протону соответствует проекция на ось Z $I_z=+1/2$, нейтрону $I_z=-1/2$. Для π -мезонов $I=1$, проекции I_z на ось Z равны $+1, 0, -1$, для π^+, π^0, π^- -мезона соответственно. При сильных взаимодействиях сохраняется как изотопический спин I , так и его проекция I_z .

Понятие изотопического спина оказалось весьма плодотворным. В частности, оно натолкнуло на мысль о введении для некоторых элементарных частиц понятия странности S . Эти частицы были обнаружены в начале 50-х годов XX века и получили обозначения K, Λ и Σ . Они вели себя странно в двух отношениях. Во-первых, они всегда рождаются парами. Например, реакция $\pi^- + p \rightarrow K^0 + \Lambda^0$ происходит с вероятностью, близкой к единице, а реакция $\pi^- + p \rightarrow K^0 + n$ никогда не наблюдалась. Это казалось тем более странным, что вторая реакция не нарушала ни одного из известных к тому времени законов сохранения. Во-вторых, хотя рождение *странных частиц* (как их стали называть) было обусловлено сильным взаимодействием, для которого следовало ожидать время жизни порядка 10^{-23} с, на самом деле время жизни странных частиц оказалось в пределах 10^{-10} - 10^{-8} с, что характерно для слабого взаимодействия.

Для объяснения этих фактов было введено новое квантовое число *странность* S и новый закон сохранения (странности). Если странной частице приписать значение странности S , легко объяснить рождение этих частиц парами: странность частицы $S=+1$, античастицы $S=-1$.

Все элементарные частицы, известные к настоящему времени, классифицированные по группам, по свойствам и по характеристикам, представлены в таблице 6.

Таблица 6

Элементарные частицы

Группа	Название частицы	Символ		Заряд, ед.е	Масса покоя, ед. m_e	Спин, ед. \hbar	Изоспин I	Лептонный заряд L	Барионный заряд B	Странность S	Время жизни, с	
		частицы	античастицы									
Фотоны	Фотон	ν		0	0	1	-	0	0	0	Стабилен	
Лептоны	Электрон	e^-	e^+	1	1	$\frac{1}{2}$	-	+1	0	0	Стабилен	
	Электронное нейтрино	ν_e	$\bar{\nu}_e$	0	0	$\frac{1}{2}$	-	+1	0	0	Стабилен	
	Мюон	μ^-	μ^+	1	206,8	$\frac{1}{2}$	-	+1	0	0	$\approx 10^{-6}$	
	Мюонное нейтрино	ν_μ	$\bar{\nu}_\mu$	0	0	$\frac{1}{2}$	-	+1	0	0	Стабилен	
	Таон	τ^-	τ^+	1	3487	$\frac{1}{2}$	-	+1	0	0	$\approx 10^{-12}$	
	Таонное нейтрино	ν_τ	$\bar{\nu}_\tau$	0	0	$\frac{1}{2}$	-	+1	0	0	?	
Адроны	мезоны	Пионы {	π^0	π^0	0	264,1	0	1	0	0	0	$\approx 10^{-16}$
			π^+	π^-	1	273,1	0	1	0	0	0	$\approx 10^{-8}$
		Каоны {	K^0	K^0	0	974,0	0	$\frac{1}{2}$	0	0	+1	$10^{-10}-10^{-8}$
			K^+	K^-	1	966,2	0	$\frac{1}{2}$	0	0	+1	$\approx 10^{-8}$
	Эта-мезон		η_0	0	1074	0	-	0	0	1 0	$\approx 10^{-19}$	
	барионы	Протон	p	\bar{p}	1	1836,2	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	+1	0	Стабилен
		Нейтрон	n	\bar{n}	0	1838,7	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	+1	0	$\approx 10^3$
		Гипероны:										
		Лямбда	Λ^0	$\bar{\Lambda}^0$	0	2138	$\frac{1}{2}$	0	0	+1	-1	
		Сигма {	Σ^0	$\bar{\Sigma}^0$	0	2334	$\frac{1}{2}$	1	0	+1	-1	$\approx 10^{-20}$
Σ^+			$\bar{\Sigma}^+$	1	2328	$\frac{1}{2}$	1	0	+1	-1	$\approx 10^{-10}$	
Σ^-	$\bar{\Sigma}^-$		1	2343	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	+1	-1	$\approx 10^{-10}$		
Кси {	Ξ^0	$\bar{\Xi}^0$	0	2573	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	+1	-2	$\approx 10^{-10}$		
	Ξ^-	$\bar{\Xi}^-$	1	2586	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	+1	-2	$\approx 10^{-10}$		
Омега	Ω^-	$\bar{\Omega}^-$	1	3273	$\frac{1}{2}$	0	0	+1	-3	$\approx 10^{-10}$		

35.4. Кварки

Все наблюдаемые частицы относятся или к лептонам, или к адронам. Основное различие между ними состоит в том, что адроны участвуют в сильном взаимодействии, а лептоны не участвуют. Другое важное отличие состоит в том, что лептонов в настоящее время известно только шесть (e^- , μ^- , ν_e , ν_μ , τ^- , ν_τ), а адронов более сотни.

Лептоны считаются истинно элементарными частицами, так как они не распадаются на составные части, не обнаруживают никакой внутренней структуры и не имеют поддающихся определению размеров.

С другой стороны, адроны оказались более сложными частицами и, как показали эксперименты, обладают внутренней структурой. И их обилие наводит на мысль, что адроны не совсем элементарны. Два американских физика М.Гелл-Манн и Г. Цвейг в 1963 г. независимо друг от друга высказали гипотезу о том, что все адроны состоят из трех элементарных частиц, названных кварками. Три «сорта» кварков были обозначены буквами u, d и s. Предполагается, что кварки имеют дробный электрический заряд (равный 1/3 или 2/3 заряда

электрона). У *u*-кварка заряд равен $+2/3e$, у *d*-кварка и *s*-кварка заряды равны $-1/3e$. Например, нейтрон имеет кварковую структуру – $n=ddu$, протон $p=uud$.

Гипотеза кварков оказалась довольно плодотворной. Она позволила не только систематизировать уже известные частицы, но и предсказать новые, например, Ω -гиперон. Гипотеза кварков позволила объяснить многие свойства частиц и связать между собой различные процессы. Однако попытки обнаружения кварков пока не увенчались успехом. А так как они не были обнаружены, то их существование остается проблематичным.

Глава 36. Элементы геофизики

Земля, ее атмосфера, океаны, кора, мантия и ядро являются приемником первичного космического излучения. По мере углубления в земные недра температура земного вещества возрастает и достигает в центре 2800 К. Масса Земли $6 \cdot 10^{24}$ кг, плотность $5,53 \cdot 10^3$ кг/м³, кора имеет плотность $2,7 \cdot 10^3$ кг/м³. Вещество Земли сжимается огромными силами тяжести, причем в центре давление достигает $3,4 \cdot 10^6$ атм.

Земная кора ($\rho=2,7 \cdot 10^3$ кг/м³) имеет толщину всего 15-70 км. Она охватывает более глубокий слой – мантию ($\rho=4,5 \cdot 10^3$ кг/м³) при температуре 2100 К, толщина этого слоя 2900 км. Эта оболочка окружает земное ядро ($\rho=10,6 \cdot 10^3$ кг/м³) при температуре 2300 К глубиной 2000 км. В центре земного ядра внутреннее ядро радиусом 1300 км при температуре 2800 К (рис.186).

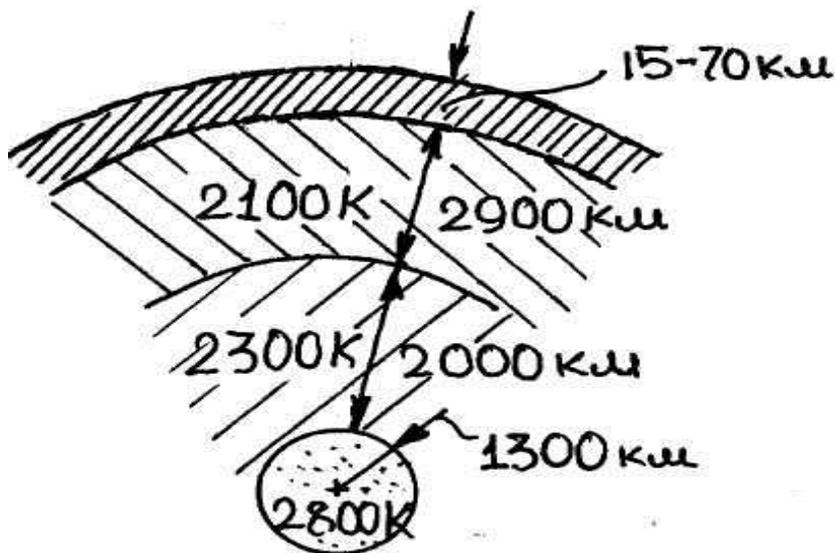


Рис.186

Земля вращается по своей орбите неравномерно. Угловая скорость ее вращения постоянно уменьшается. За тысячу лет время одного оборота Земли возросло на 1 час.

Земля окружена газовой оболочкой или атмосферой, состоящей из смеси газов и простирающейся над поверхностью на 1000 км.

Нижний слой 10-17 км, в котором наблюдается понижение температуры до -50°C и понижение давления до 200 мм.рт.ст., называется тропосферой. В тропосфере наблюдается основное движение воздушных масс, формируются метеорологические условия. После узкого слоя относительно покоящихся воздушных масс, называемого тропопаузой, расположена стратосфера высотой 70 км. В стратосфере имеются слои, различающиеся температурой и составом газовой смеси.

Первый слой высотой 10÷20 км называется изотермическим, так как в нем температура с течением времени не меняется. За ним следует 30-километровый слой озонированного (O_3) солнечным излучением газа. Молекулы кислорода и озона сильно поглощают ультрафиолетовое излучение с $\lambda=0,15-0,25$ мкм, поэтому в этом слое наблюдается повышение температуры до $+50^{\circ}\text{C}$. В верхнем слое стратосферы температура газа снова снижется до $-30\div-50^{\circ}\text{C}$.

В интервале высоты от 60÷80 до 600-800 км располагается обширная область ионизированного разреженного газа – ионосфера.

Борисовский Василий Васильевич

КРАТКИЙ КУРС ФИЗИКИ

Учебное пособие для студентов всех форм обучения
технических направлений

Редактор Е.Ф. Изотова

Подписано к печати 14.09.16 . Формат 60x84/16.

Усл. печ. л. 16,44 . Тираж 100 экз. Зак. 161570. Рег. № 23.

Отпечатано в ИТО Рубцовского индустриального института
658207, Рубцовск, ул. Тракторная, 2/6.